Посвящается 85 – летию
РГУ нефти и газа
имени И.М. Губкина

Ю.Н.Антонов, Д.А.Кожевников,
В.Ф.Козяр, В.Д.Неретин

Теория методов ГИС (Геофизические методы исследований скважин)

Учебник

Допущено УМО по образованию
в области прикладной геологии
в качестве учебника по дисциплине СД.02
«Геофизические исследования скважин (ГИС)»
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по специальности 130203
«Геофизические методы исследования скважин»
направления подготовки дипломированных специалистов 130200
«Технологии геологической разведки»
и по направлению подготовки бакалавров
техники и технологии 130301
«Геология и разведка полезных ископаемых»

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ
ЦЕНТР
РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина
2015

УДК 550.83
ББК 26.2
Т33

Учебник издан при содействии
ОАО «Центральная геофизическая экспедиция»

Рецензенты:
доктор технических наук, профессор (кафедра ЯРМ и ГИС РГГРУ, Москва)
В.С. Афанасьев;
академик РАЕН, доктор технических наук, профессор,
директор Центральной геофизической экспедиции *А.С. Кашик*

Авторы:
Ю.Н. АНТОНОВ, Д.А. КОЖЕВНИКОВ, В.Ф. КОЗЯР, В.Д. НЕРЕТИН

Т33 **Теория методов ГИС.** Геофизические методы исследований скважин: Учебник/Под ред. док. физ.-мат. наук проф. Д.А. Кожевникова. – М.: Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина, 2015. – 618 с.: 186 ил.
ISBN 978-5-91961-176-9

Описаны физические принципы и методы решения прямых и обратных задач теории электрических, электромагнитных, ядерно-геофизических, акустических и термических методов геофизических исследований геологических разрезов нефтяных и газовых месторождений в скважинах с целью количественного определения петрофизических характеристик коллекторов нефти и газа, изучения месторождений других полезных ископаемых.

Показано принципиальное значение использования теории физических полей при аппаратурно-методическом, метрологическом и программно-алгоритми-ческом обеспечении интерпретации геофизических данных.

Для студентов и преподавателей геофизических и горно-геологических специальностей вузов, научных и инженерно-технических работников геофизических специальностей нефтяной и газовой промышленности. Представляет интерес для слушателей курсов повышения квалификации, соискателей учёных степеней.

Данное издание является собственностью РГУ нефти и газа
имени И.М. Губкина и его репродуцирование (воспроизведение)
любыми способами без согласия университета запрещается.

УДК 550.83
ББК 26.2

ISBN 978-5-91961-176-9

© Коллектив авторов, 2014
© Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина, 2015
© Голубев В.С., оформление серии, 2007

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ ... 8

ВВЕДЕНИЕ ... 13

Раздел 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ

1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Введение ... 24
1.1. Предшественники Д. Максвелла ... 25
1.2. Параметры поля ... 27
1.3. О токе смещения ... 28
1.4. Об электромагнитной индукции ... 28
1.5. О связи компонент электромагнитного поля с параметрами среды ... 35
1.6. Решение системы уравнений Максвелла путём введения векторного потенциала ... 39
1.7. Анализ компонент электромагнитного поля ... 55
1.8. Квазистационарное приближение ... 56
Контрольные вопросы ... 62

2. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДОВ

Введение ... 63
2.1. Теория индукционного зонда в низкочастотном приближении ... 65
2.2. Теория индукционного зонда с учётом скин-эффекта ... 80
2.3. Фокусирующие зонды и глубинность исследования ... 89
2.4. Высокочастотное зондирование на основе активной компоненты ... 97
О диапазоне измерений индукционных зондов ... 103
2.5. Радиальные характеристики фокусирующих зондов (высокие частоты) ... 104
2.6. Вертикальные характеристики фокусирующих зондов (высокие частоты) ... 107
2.7. Принципы измерений индукционными методами ... 111
2.8. Теория высокочастотного электромагнитного зондирования ... 118
2.9. Электромагнитное изопараметрическое зондирование на высоких частотах ... 126
2.10. Моделирование фазовых характеристик ВИКИЗ и ВЭМКИЗ ... 133
Контрольные вопросы ... 148

3. МЕТОДЫ ЯДЕРНО-МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

3.1. Физические предпосылки изучения коллекторов 149
3.2. Физическая сущность ЯМР. Основные понятия 150
3.3. Свободная прецессия и спиновое эхо 166
3.4. Сигнал свободной прецессии 166
3.5. Измерение T_1. 167
3.6. Измерение T_2 методом спинового эхо 168
3.7. Метод Карра–Парселла 171
3.8. Метод Мейбума–Гилла 172
3.9. Лабораторная аппаратура ЯМР 173
3.10. Особенности скважинной аппаратуры ЯМТК 175
3.11. Метод ЯМР в земном магнитном поле 176
3.12. Сравнение данных ЯМР в сильном и земном полях 177
3.13. Петрофизическая информативность ядерно-магнитных исследований 179
Контрольные вопросы 184

4. ТЕОРИЯ МЕТОДА КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

4.1. Общие сведения и физические основы 185
4.2. Однородная изотропная среда 197
4.3. Принцип взаимности 201
4.4. Однородное анизотропное пространство 205
4.5. Плоско-стратифицированная среда (решение задачи методом зеркальных изображений) 212
4.6. Плоско-стратифицированная среда (решение задачи интегрированием уравнения Лапласа) 224
4.7. Анизотропные среды с плоско-параллельными границами раздела 234
4.8. Основы теории метода бокового электрического зондирования 241
4.9. Анизотропные среды с бесконечными цилиндрическими границами раздела 263
Контрольные вопросы 265

5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕТОДОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЗАЗЕМЛЕНИЙ

5.1. Общие сведения. Эффективное сопротивление 266
5.2. Сопротивление сферического заземления 271
5.3. Сопротивление цилиндрического и эллипсоидального заземлений 273
5.4. Сопротивление фокусированного цилиндрического заземления в однородной среде 278
5.5. Сопротивление экранированного цилиндрического (эллипсоидального) заземления в скважине и пласте бесконечно большой мощности 282
Контрольные вопросы 286

6. МЕТОД ПОТЕНЦИАЛОВ СОБСТВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Введение ... 287
6.1. Потенциалы СП на оси скважины в однородной среде ... 288
6.2. Потенциалы течения (фильтрации) ... 298
Контрольные вопросы ... 301

Раздел 2. ТЕОРИЯ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Введение ... 302

7. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

7.1. Взаимодействия гамма-квантов с веществом ... 303
7.2. Естественная радиоактивность ... 310
7.3. Массовые содержания ЕРЭ и урановый эквивалент ... 312
Петрофизическая модель гамма-метода ... 315
7.4. Физическая, статическая и динамическая аномалии ... 317
7.5. Взаимодействия нейтронов с веществом и классификация нейтронных методов ... 323
7.6. Области применения нейтронных методов ... 335

8. НЕЙТРОННЫЕ ПОЛЯ В ОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

8.1. Уравнение переноса излучения ... 340
8.2. Возрастное приближение ... 349
8.3. Полный возраст, длина и время замедления нейтронов ... 356
8.4. Одногрупповое диффузионное приближение ... 360
8.5. Энергетический спектр нейтронов при наличии поглощения ... 368
8.6. Кинетика замедления нейтронов ... 379
8.7. Время замедления нейтронов и его дисперсия ... 384
8.8. Закономерности замедления нейтронов в однородных средах ... 388
8.9. Диффузия тепловых нейтронов ... 394
8.10. Кинетика диффузии нейтронов ... 399
8.11. Двухгрупповое диффузионное приближение ... 402
8.12. Гамма-излучение от захвата тепловых нейтронов в горных породах ... 406
8.13. Диффузионные характеристики вещества и их расчёт ... 410

9. СТАЦИОНАРНЫЕ НЕЙТРОННЫЕ МЕТОДЫ

9.1. Закономерности распределения нейтронов в системе скважина–пласт 418
9.2. Принцип подобия в ядерной геофизике 421
9.3. Пространственный декремент поля нейтронов в системе скважина–пласт 422
9.4. Геометрические факторы зон в системе скважина–пласт 426
9.5. Глубинность исследования 428
9.6. Свойства геометрических факторов зон 431
9.7. Интерпретационные и метрологические параметры ННМ 436
9.8. Чувствительность показаний прибора к изменению нейтронных характеристик пласта. Связь погрешности измерений с чувствительностью 440
9.9. Теория нейтронного гамма-метода 444
9.10. «Поправочная» интерпретация данных ННМ 450
9.11. Адаптивная интерпретационная модель ННМ 457
9.12. Алгоритм определения эффективной пористости 463
9.13. Имитаторы пористых пластов 465

10. ИМПУЛЬСНЫЕ НЕЙТРОННЫЕ МЕТОДЫ

Введение 477
10.1. Способы измерений ИННМ (ИНГМ) и алгоритмы определения диффузионных характеристик горных пород 479
10.2. Двухкомпонентная интерпретационная модель ИНМ 488
10.3. Спектрометрический импульсный НГМ 490
10.4. Задачи нефтегазопромысловой геологии, решаемые на основе измерений нейтронных характеристик горных пород 492
10.5. Физическая эквивалентность горных пород и пластовых флюидов по нейтронным свойствам 502
Контрольные вопросы к главам 7-10 509

11. МЕТОД ЕСТЕСТВЕННОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ

Введение 511
11.1. Адаптивная интерпретационная модель ГМ 514
11.2. Решение обратной задачи ГМ 517
11.3. «Поправочная» интерпретация 521
11.4. Адаптивная интерпретационная модель ГМ-С 525
11.5. Метрологические характеристики гамма-спектрометра 530
11.6. Проверка интерпретационной модели 534
Контрольные вопросы 536

12. ГАММА-ГАММА МЕТОД (ПЛОТНОСТНОЙ)

Введение 538
12.1. Интерпретационная модель и алгоритм Ю.А. Гулина 539
12.2. Декрементная интерпретационная модель 540
12.3. Метрологические характеристики аппаратуры 544
12.4. Алгоритмы определения плотности породы
и толщины промежуточной зоны. 548
12.5. Приближенные алгоритмы определения плотности пород 552
Контрольные вопросы 554

Раздел 3. ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

13. АКУСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

13.1. Информативность акустических исследований 555
13.2. Волновое уравнение для жидкости. Продольная волна 557
13.3. Волновое уравнение для твёрдого тела.
Продольная и поперечная волны 562
13.4. Поверхностные волны. Волна Стоунли 567
13.5. Нормальные волны. Волны Лэмба 571
13.6. Упругие волны в скважине и околоскважинном пространстве 574
13.7. Определение общей пористости сцементированных пород 585
13.8. Выделение коллекторов с использованием параметров
волны Стоунли 599
13.9. Расчёт динамических модулей упругости 603
Контрольные вопросы 605

ЛИТЕРАТУРА 606
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ 611
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 613

ПРЕДИСЛОВИЕ

Великое есть дело постигать во глубину земную разумом, куда рукам и оку досягнуть возбраняется натурою; странствовать размышлениями в преисподней, проникать рассуждением сквозь тесные расселины, и вечной ночью помрачённые вещи и деяния выводить на солнечную ясность.

М.В. Ломоносов

Среди наук о Земле геофизика — уникальна, она синтезирует достижения всего комплекса фундаментальных наук. В ней невозможно провести резкую грань между научной и производственной деятельностью, продуктом которой является информация о составе, строении и состоянии земных недр, наличии полезных ископаемых, о способах, рентабельности и контроле их разработки. Геолого-геофизическая информация о недрах, получаемая в результате огромных материальных затрат, является национальным стратегическим достоянием каждого независимого государства. Именно *геофизика обеспечивает развитие минерально-сырьевых и энергетических ресурсов человечества*, а также его выживание на грани неустойчивого экологического равновесия.

Состояние современной геофизики отражает вступление человечества в новое — *информационное* — общество, в котором *информация и научные знания стали основными объектами и результатами деятельности человека*. Информационные технологии — стержень и катализатор научно-технического прогресса.

Геофизические исследования скважин (ГИС) — авангардная область познания недр Земли. *Методы ГИС используют все виды известных физических полей* (электрические, электромагнитные, тепловые, ядерных излучений, гравитационное, механических напряжений).

Пространственное цифровое флюидодинамическое моделирование коллекторов на основе синтеза геофизических данных стало *инструментом управления залежами нефти и газа* на всех этапах их разработки. Геофизические методы исследования геологических разрезов в скважинах стали методами *изучения месторождений.*

К началу третьего тысячелетия расширение объёма накопленных человечеством знаний превратило в проблему способы их усвоения. Человеку нужны не только знания, но и *умение мыслить.* Появились такие новые понятия, как «инновационное образование», «*инновационная способность нации*» и «социальный интеллект», характеризующие *способность общества к производству и восприятию новых знаний*. Прогресс обучения в сфере технических дисциплин и профессиональных навыков потребовал радикальных изменений.

Важнейшими *интеллектуальными технологиями XXI века стали проблемное, системное, диалектическое и алгоритмическое мышление* наряду с технологиями, определяющими культуру научного труда и научного творчества.

Нефтегазодобывающая промышленность России—основной фактор устойчивого социально-экономического развития страны. Но в конце XX века её ресурсная база существенно сократилась: текущая добыча не покрывается приростом запасов. Улучшение ресурсной базы возможно только на основе использования достижений науки и техники при разведке и разработке месторождений.

Непрерывная количественная информация об изменениях по разрезам скважин состава и свойств горных пород на глубинах нескольких километров извлекается на основе дистанционного (телеметрического) исследования физических полей естественного и искусственного происхождения. Эта информация воспринимается, передаётся на земную поверхность и документируется с помощью *геофизических информационно-измерительных систем* (ГИИС).

Суровая необходимость требует оптимизации комплекса ГИС, применения высокоинформативных методов и модификаций, прогрессивных технологий интерпретации. Решение этих проблем опирается на новые технические возможности и повышение качества измерений, методик обработки и интерпретации данных, метрологического обеспечения и эталонной информации.

Как правило, ни одна геологическая задача не может быть решена каким-то одним из методов ГИС в отдельности. Отсюда вытекает принципиальная *комплексность применения* методов ГИС и *интерпретации* получаемых результатов.

Снятие технических проблем не только не ослабило, но, наоборот, *обострило научно-методические проблемы*, связанные с преодолением недостатков интерпретационно-метрологического и петрофизического обеспечения как отдельных методов ГИС, так и комплексной интерпретации данных.

Обнажился разительный контраст между стремительной динамикой технического прогресса и рутинностью, слабой обоснованностью и эмпиризмом некоторых методик и алгоритмов интерпретации. Именно методические погрешности вносят основной вклад в результирующую погрешность количественной петрофизической интерпретации данных ГИС.

Как быстро развивающаяся научно-прикладная дисциплина, нефтегазовая геофизика насыщена обилием эмпирических данных, что чрезвычайно затрудняет обучение и профессиональную подготовку специалистов.

Поэтому в спецкурсе большое внимание уделено *понятийному и теоретическому аппарату*, описанию закономерностей распределения физических полей в системе прибор–скважина–пласт, *интерпретационно-алгоритмическому и метрологическому обеспечению.*

Факторами повышения качества обучения являются: использование системного подхода, исследовательского («активного») метода обучения; сокращение времени, отводимого на пассивное усвоение информации; усиление самостоятельной работы студентов. Основой обучения сегодня является *активный, или «проблемный» исследовательский метод* (см. рис. 1), кото-



Рис. 1. *Схема взаимодействия различных форм учебной работы при активном (исследовательском или проблемном) методе обучения*

рый обеспечивает развитие творческих способностей студента, усиление продуктивности его познавательной деятельности.

Для закрепления лекционного материала и самостоятельной учебно-исследовательской работы студентов предназначены семинарские занятия и лабораторные практикумы. Студенты также расширяют знания в области физики и математики в разделах, соответствующих профилю ГИС; петрофизики и интерпретации результатов геофизических исследований скважин, умение пользоваться современными методами физического и математического моделирования.

Целью дисциплины является выработка навыков творческого подхода к каждой задаче, умения использовать для её решения теорию физических полей, законов физических явлений и процессов; эффективно использовать принципы, методы и результаты смежных областей науки и техники. При комплексной интерпретации необходимо учитывать всё многообразие физико-математических моделей, описывающих закономерности физических полей в системе скважина–пласт, механизмов взаимодействий седиментационных, флюидодинамических, геохимических, термодинамических, электрохимических и прочих факторов и процессов.

Задачами курса является изучение принципов и методов решений прямых и обратных задач электрических, электромагнитных, ядерно-геофизических и акустических методов геофизических исследований геологических разрезов нефтяных и газовых месторождений с целью количественного определения петрофизических характеристик коллекторов и моделирования месторождений нефти и газа.

Предлагаемый учебник имеет целью представить в систематической форме последовательное изложение физико-теоретических, метрологических и интерпретационно-алгоритмических основ скважинных геофизических методов и соответствующих аппаратурно-методических комплексов, применяемых для решения широкого круга задач, возникающих при поисках, разведке и контроле разработки месторождений минерально-сырьевых и энергетических ресурсов.

* * *

Книга адресована студентам геолого-геофизических специальностей — бакалаврам, магистрантам, аспирантам, специалистам. Она будет полезна также преподавателям вузов, слушателям курсов повышения квалификации.

Разделы учебника составлены: главы 1 и 2 первой части — Ю.Н. Антоновым; Предисловие, Введение, вторая часть — Д.А. Кожевниковым; глава 3 первой части — В.Д. Неретиным; третья часть — В.Ф. Козяр.

Главы 4–6 первой части составлены по тексту классического учебника В.Н. Дахнова[1].

Теория тепловых полей в книге опущена, поскольку основы геотермии излагаются в общем курсе ГИС, а теория нестационарных полей в системе скважина–пласт излагается в спецкурсе ГИС-контроля.

Авторы сознают, что создаваемый впервые, учебник обладает различными недостатками и упущениями, и будут благодарны за замечания и отзывы по e-mail: kda@com2com.ru.

---

[1] «Электрические и магнитные методы исследования скважин (основы теории)». Учеб. для ВУЗов. — М.: «Недра», 1988.

Никакой достоверности нет в науках там, где нельзя приложить ни одной из математических наук, и в том, что не имеет связи с математикой.

Леонардо да Винчи

В математике нет символов для неясных мыслей.

Анри Пуанкаре

Математическим формулам присуща самостоятельная жизнь и собственное сознание, они умнее нас, умнее даже своего создателя, они дают нам больше, чем в них было заложено вначале.

Генрих Герц

ВВЕДЕНИЕ

В XX веке появилась *новая область научных задач*, состоящих в проектировании больших и сложных систем. *Большая система — это упорядоченное определённым образом множество элементов, взаимосвязанных между собой и образующих некоторое целостное единство*. Это совокупность множества технических средств, выполняющая свою функцию при согласованной работе большого числа (до сотен тысяч) компонентов. Проектирование таких систем, как система зенитной обороны, система жизнеобеспечения космического корабля, потребовало нового теоретического инструмента.

Эта новая область привела к возникновению специальной *теоретической базы*, известной как *системный анализ*, или общая теория систем.

Если традиционные теории изучали *закономерности существующих объектов*, то *предметом новой научной области стали закономерности создания теорий.*

В проектировании большой системы не только используются новые технические устройства, но разрабатываются десятки новых теорий, новые

математические методы, призванные обслуживать эти теории. По этой причине проектировщик больших систем вынужден решать проблему такого типа: сколько и каких теорий необходимо разработать, чтобы данную большую систему можно было спроектировать.

К большим системам относятся *геофизические информационно-измерительные системы* (ГИИС). Они представляют собой *аппаратурно-методические комплексы*, включающие в себя *скважинные приборы* с датчиками (сенсорами) физических полей, *методики (технологии) выполнения измерений, каналы связи и методики интерпретации* вместе с соответствующим *техническим, метрологическим* и *программно-алгоритмическим обеспечением*.

Под *метрологическим обеспечением* понимают научные основы, процедуры и технические средства достижения единства и требуемой точности измерений и определения количественных величин.

За редкими исключениями, геологические задачи не решаются каким-то одним из методов ГИС в отдельности. Отсюда вытекает *принципиальная комплексность применения методов ГИС и интерпретации получаемых результатов*. Соответственно, различают «однометодную» и комплексную интерпретацию.

В нефтегазопромысловой геологии ***теория методов ГИС используется для решения широкого круга задач***, отличающихся большим разнообразием:

- литолого-стратиграфическое расчленение разреза и выделение коллекторов;
- количественная оценка фильтрационно-ёмкостных свойств и компонентного (минералогического) состава коллекторов нефти и газа;
- выявление продуктивных коллекторов, оценка геологических и извлекаемых запасов (определение эффективных толщин, газожидкостных и водонефтяных контактов и прослеживание их ди-

намики; оценка величин насыщения; выделение заводнённых интервалов, в том числе со специфическими вытесняющими агентами);

- геохронная и литологическая корреляция разрезов, пространственное динамическое геофлюидальное моделирование месторождений;
- составление проектов разработки месторождений, их мониторинг и контроль разработки на основе цифровых геомоделей[1].

Сложность теории ГИС определяется многими факторами:

- ***геолого-геохимическими условиями*** (литологическим составом, морфологией ёмкостного пространства пластов-коллекторов, пористостью и нефтенасыщенностью, минерализацией пластовой и связанной воды, свойствами двойного электрического слоя, присутствием элементов с аномальными ядерно-физическими свойствами и др.);
- ***термодинамическими условиями*** естественного залегания пород;
- ***техническими условиями*** измерений (открытый ствол или закрытый; перфорированный или нет; исследования ведутся в процессе бурения, после бурения или в процессе эксплуатации открытым забоем; в действующих или остановленных скважинах; в вертикальных, наклонных или горизонтальных скважинах; с металлическими или неметаллическими колоннами);
- ***промысловыми условиями*** (вытесняющим агентом, системой и режимом разработки месторождения);
- ***качеством вскрытия пластов*** (применение некачественных глинистых растворов с высокой водоотдачей, а также образование зон искусственной трещиноватости и внутренней глинизации

[1] Этот список не претендует на исчерпывающую полноту.

создают проблему учёта изменений свойств пород в прискважинных зонах);

- ***метрологическими характеристиками*** информационно-измерительных систем (чувствительности показаний к определяемым характеристикам пород, помехоустойчивость и связанная с ней достижимая точность определения интерпретационных параметров, глубинность исследования и вертикальная разрешающая способность);
- ***технологиями измерений***.

Качество методического и интерпретационно-алгоритмического обеспечения определяется *уровнем физико-математической обоснованности* алгоритмов однометодной («одномерной») интерпретации и «*геологической интеллектуальностью*» системы комплексной («многомерной») интерпретации. Под «геологическим интеллектом» системы комплексной интерпретации понимается учёт законов *надпородного уровня* (законы седиментогенеза, циклостратиграфии, «скольжения фаций», геохимии и термодинамики и т.д.), когда изучаемый объект рассматривается с учётом закономерностей образования вмещающих отложений или геологического разреза в целом.

Качество однометодной интерпретации определяется *степенью использования физических законов*, привлекаемых для теоретического построения интерпретационных моделей, алгоритмов решения прямых и обратных задач методов ГИС. Эти законы отражают физическую природу используемых методов и количественно выражаются дифференциальными и интегро-дифференциальными уравнениями математической физики (уравнения Максвелла, Лапласа, Навье-Стокса, переноса излучения Больцмана, гидродинамики, диффузии, теплопроводности и др.). Эти уравнения линейны. Однако изучение физических свойств горных пород, проявляющихся во взаимодействиях с интерферирующими полями различной физической природы (сейсмоэлектрический и сейсмоакустический эффекты в нейтронных и гамма-полях, нейтронно-акустический эффект и др.), актуализировало описание нелинейных эффектов.

Прямые и обратные задачи ГИС. Разработка способов количественной интерпретации данных каждого отдельно взятого метода ГИС включает решение двух различных, но взаимосвязанных задач: прямой и обратной.

Теория метода ГИС включает в себя:

- решение прямой задачи;
- обоснование интерпретационного (или непосредственно петрофизического) параметра;
- построение интерпретационной модели;
- выявление метрологических характеристик ГИИС;
- обоснование петрофизической модели;
- решение обратной задачи;
- построение алгоритма интерпретации.

Под решением прямой задачи понимают *расчёт показаний прибора в системе скважина–пласт при известных и фиксированных геолого-технических условиях измерений.*

Решение прямой задачи включает в себя:

а) ***изучение***:

- ***закономерностей физического поля*** в системе скважина–пласт;
- ***интерпретационных зависимостей***;
- ***влияния радиальной неоднородности*** системы скважина–пласт на показания скважинных приборов (в частности, изменений физических свойств пород в околоскважинных зонах);

б) ***выявление***:

- ***специальных характеристик поля*** (и аппаратуры): глубинности исследования — геометрической и информационной — и вертикальной разрешающей способности;
- ***метрологических характеристик аппаратуры*** и правил (измерительных процедур и технических средств) их определения;

в) ***нахождение критериев и технических возможностей*** для оптимизации аппаратуры.

Целевой функцией, реализующей *критерий оптимальности* информационно-измерительной системы по её метрологическим характеристикам, является *результирующая погрешность* определения искомого интерпретационного (петрофизического) параметра. Величина этой погрешности зависит от чувствительностей показаний не только к определяемому параметру, но и ко всем параметрам-помехам, а также от погрешностей измерений параметров-помех.

Для решения прямых задач возможны три пути: строгий *аналитический*, *эмпирический* (аппроксимационный) и *феноменологический*. При кажущейся предпочтительности строгого аналитического подхода он обладает принципиальными ограничениями: при очень низкой симметрии системы прибор–скважина–пласт[2] строгое решение классическими методами математической физики невозможно получить в аналитической форме с учётом большого числа переменных и параметров, характеризующих конструктивные особенности аппаратуры и технические условия измерений. Каждый из подходов обладает своими ограничениями, но и является дополняющим к другому. В соответствии с принципом дополнительности Н. Бора, описать всё разнообразие проявлений изучаемой системы возможно лишь применением всех трёх подходов.

При решении прямых задач используются классические детерминированные методы математической физики, вероятностно-статистический и феноменологический подходы. Первые используют аналитические решения теории потенциала, уравнений Максвелла (электромагнитные методы), механики сплошных сред и теории упругости (в акустике), интегро-дифференциального уравнения переноса излучений (для ядерно-геофизических методов). При вероятностно-статистическом подходе результаты измерений в отдельных точках рассматриваются как случайные события вследствие

[2] Наличие наклонных к оси скважины плоских границ пластов, несоосность цилиндрических границ, сложность конструкции скважинного прибора (экраны, фильтры, коллиматоры излучений по полярному и азимутальному углам) и его эксцентричное расположение в скважине.

погрешностей измерений, геологических неоднородностей, неучтённых вариаций полей и других причин. При феноменологическом подходе (от греч. «*феномен*»—явление, «данный опытом») теория строится на основе положений-постулатов, обобщающих экспериментальные данные.

Если решение прямой задачи удаётся получить (представить) в аналитической форме, которая допускает обращение относительно искомого петрофизического (интерпретационного) параметра, то такое решение называется ***интерпретационной моделью.***

Если решение прямой задачи удаётся сформулировать в виде интерпретационной модели, то это не только радикально облегчает построение алгоритма интерпретации, но и существенно повышает точность результатов интерпретации (в сравнении с эмпирическими алгоритмами). Алгоритмы, полученные обращением интерпретационной модели, реализуют прямую беспоправочную, беспалеточную и бескерновую («алгоритмическую») интерпретацию.

Под ***петрофизической моделью метода ГИС*** *понимается выраженная в аналитической форме связь результирующей петрофизической характеристики породы (коллектора) в целом с объёмными содержаниями и петрофизическими характеристиками её минеральных компонент* (включая газ, газогидраты и жидкие минералы—нефть и воду). Решение проблем, связанных с обоснованием петрофизических моделей методов ГИС, составляет содержание петрофизики.

Под ***обратной задачей*** понимается ***расчёт*** *искомой петрофизической характеристики* (или известным образом связанного с ней интерпретационного параметра) *по показаниям скважинного прибора при более или менее известных условиях измерений.* Эти условия никогда не известны точно, и задача подавления помех—это *задача* ***оптимизации*** конструктивных (метрологических) характеристик аппаратуры, с одной стороны, и ***обоснования*** *интерпретационного параметра, методик измерений и интерпретации*—с другой.

Имитационное моделирование, применённое к алгоритму интерпретации, позволяет изучать точностные характеристики всей ГИИС (алгоритм является конечным элементом этой системы). Одновременно оцениваются погрешности определения искомых параметров, зависимости погрешностей от текущих условий измерений. Если искомыми величинами (в радиометрии скважин) являются содержания отдельных элементов (калия, урана, тория, водорода и др.), то определяются минимально обнаружимые содержания («пороги обнаружения»), с заданной достоверностью определяемые над уровнем помех, и их зависимости от текущих условий измерений.

Центральное место в разработке методик однометодной интерпретации занимают проблема учёта разнообразия технических условий измерений в скважинах и, тесно связанная с ней, проблема метрологического обеспечения (МО). Именно *методические погрешности являются основным источником погрешностей результатов интерпретации данных ГИС*.

Принципы построения методики интерпретации данных ГИС можно разделить на два типа: ***поправочные и адаптивные***. При недостаточно высоком уровне развития теории методов ГИС интерпретационные зависимости строились на эмпирической основе в виде «палеток» с небольшим числом параметров. Набор этих параметров характеризовал некоторые фиксированные условия измерений, принятые за стандартные. «Палеточный» подход предопределял «***поправочную***» методику интерпретации. По интерпретационной зависимости для фиксированных стандартных условий определялось «кажущееся» значение петрофизического параметра, в который требовалось вносить множество поправок за отличие условий измерений от стандартных.

Принципиальное ограничение поправочных методик обусловлено тем, что значения далеко не всех подлежащих учёту факторов поддаются количественному определению. При этом требовалась *идентичность («стандартизация») всех скважинных приборов* с тем прибором, для которого была получена «стандартная» интерпретационная зависимость («палетка»), т.е. требовалась жёсткая стандартизация аппаратуры.

В ***адаптивных*** методиках алгоритм интерпретации настраивается на индивидуальные метрологические характеристики используемой аппаратуры, а в необходимых случаях — и на состав изучаемых отложений (детального знания состава которого в этом случае не требуется). Метрологические характеристики высокочувствительной аппаратуры методов ГИС с малой глубинностью исследования, как показали специальные исследования, обладают существенным разбросом (в особенности по радиальной чувствительности). Однако, адаптивные алгоритмы, настраиваемые на радиальную чувствительность, универсальны в смысле общности процедур метрологического обеспечения ГИИС. При адаптивной интерпретации нестандартная аппаратура, независимо от разброса индивидуальных метрологических характеристик, «*стандартизуется*» *по конечному результату интерпретации*. Это, конечно, не исключает контроля работоспособности аппаратуры по геофизической характеристике. Такая «аппаратурная» метрология необходима при производстве аппаратуры и её эксплуатации. Она обеспечивает необходимый контроль качества скважинных приборов и соответствие их конструкции установленным требованиям.

Проблемы комплексной интерпретации обусловлены принципиальной неоднозначностью перехода от измерений физических полей к искомым петрофизическим характеристикам. Однозначность интерпретации ГИС обеспечивается также применением *активных технологий, целенаправленно формирующих условия измерений*; адаптивных методик и алгоритмов, подавляющих (фильтрующих) помехи и усиливающих информативные эффекты.

Перспективы добычи нефти и газа связаны с открытием новых месторождений в сложных коллекторах. Точность и полнота количественной петрофизической информации, извлекаемой из данных ГИС, определяются полнотой учёта закономерностей физических полей в системе скважина–пласт и петрофизических законов, управляющих свойствами пород в условиях их естественного залегания (в единицах физических измеряемых величин).

Для информационного обеспечения разведки и разработки месторождений необходима специальная технология геофизической интерпретации, которая позволяет по данным ГИС:

- изучать состояние прискважинной зоны пласта-коллектора;
- количественно определять содержания минеральных компонент;
- надёжно выявлять коллекторы и количественно оценивать их по величинам эффективной или динамической пористости и проницаемости;
- выявлять и оценивать продуктивные коллекторы в процессе бурения в режиме реального времени, в том числе при бескабельной регистрации данных ГИС в наклонных и горизонтальных скважинах;
- количественно прогнозировать удельную продуктивность и степень обводнённости продукции.

Такая технология требует, в частности, извлечения принципиально новой информации из результатов петрофизических исследований керна и способов непосредственной настройки алгоритмов интерпретации данных ГИС при одновременном улучшении методик и технологий однометодной и комплексной интерпретации. Для реализации такой технологии необходимо решить следующие *проблемы интерпретации данных ГИС*:

- Выделение и количественная оценка коллекторов, определение качества их первичного и вторичного вскрытия на основе новых методических концепций и интерпретационно-алгоритмических решений;
- уменьшение источников погрешностей при индивидуальной и комплексной интерпретации;
- сертификация процедур и технических средств петрофизических измерений на образцах.

Решение этих проблем обеспечивается развитием ГИИС в следующих направлениях:

1. Переход от эмпирических зависимостей («палеток» и «кросс-плотов») к петрофизическим законам, имеющим достаточно широкую область применимости.
2. Перевод задач геологической интерпретации данных комплекса ГИС из класса неформализованных творческих («искусство») в класс алгоритмически разрешимых («технология»).
3. Реализация принципа адаптивности в методиках и алгоритмах индивидуальной и комплексной интерпретации.

Дальнейшее совершенствование способов петрофизической интерпретации данных ГИС в сложных коллекторах связано с:

- изучением роли минерализации и химического состава пластовых вод, состава обменных катионов в формировании физических свойств горных пород; исследованием характера и результатов вторичных преобразований горных пород, формирующих их фильтрационно-ёмкостные свойства;
- разработкой геофизических методов установления распределения пор по размерам для коллекторов с различным минеральным составом и морфологией ёмкостного пространства;
- исследованием факторов, определяющих особенности флюидальных контактов нефтегазовых месторождений.

РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ

ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Введение

Джеймс Клерк Максвелл (1831–1879) завершил и опубликовал свой «Трактат об электричестве и магнетизме» в 1873 г. В последующем процесс методической и математической «доводки» и раскрытия основных идей «Трактата» завершился привычным квартетом формул, который используется в настоящее время. Процессу «совершенствования» приложили усилия Хевисайд и Герц (1889–1890), придав уравнениям Максвелла их каноническую форму. Уравнения Максвелла — это выдающееся обобщение ранее открытых законов для электрического тока, установленных его предшественниками опытным путём. Джеймс Максвелл, начиная с идей Майкла Фарадея, исчерпывающе выполнил намеченную себе программу — «облечь идеи Фарадея в математическую форму». То, что сделал Максвелл, в известной мере является блестящим успехом и Фарадея [1].

Уравнения Максвелла позволяют рассматривать несколько разделов электродинамики: электростатику, электродинамику стационарных токов, электродинамику почти стационарных (квазистационарных) токов и, наконец, уравнения, в которых учитываются все временные изменения токов, приводящие к существованию электромагнитных волн. Если в электростатике электрические и магнитные величины существуют несвязанно, то в остальных разделах электродинамики эта независимость исчезает — существует электромагнитное поле, а в среде, где нет носителей зарядов (вакуум), электромагнитное поле существует и распространяется со скоростью света.

1.1. *О предшественниках Д. Максвелла и его электродинамике (1855—1873)*

К моменту создания теории электромагнитного поля Д. Максвеллом были опубликованы экспериментальные и теоретические результаты исследований по электромагнетизму. Последовательность этих работ во времени в какой-то степени удивительна.

1785. Французский инженер и физик Шарль **Кулон** (1736–1806) установил основной закон электростатики, определяющий силу взаимодействия между двумя неподвижными зарядами.

1800. Итальянский физик и физиолог Алессандро **Вольта** (1745–1827) — один из основоположников учения об электричестве — открыл закон о контактной разности потенциалов. Создал первый химический источник тока — вольтов столб.

1820. Французский физик, математик, химик Андре Мари **Ампер** (1775–1836) — один из основоположников электродинамики — открыл закон о механическом взаимодействии двух токов, текущих в малых отрезках проводников, находящихся на некотором расстоянии друг от друга (закон Ампера). Этот же закон определяет силу, с которой магнитное поле действует на малый отрезок проводника с током. Обнаружил действие магнитного поля Земли на движущиеся проводники с током. Открыл магнитный эффект соленоида (катушки с током, 1822). Высказал идею об эквивалентности катушки с током и постоянного магнита. Предложил помещать металлический сердечник из мягкого железа для усиления магнитного поля.

1820. Французские физики Жан **Био** (1774–1862) и Феликс **Савар** (1791–1841) установили закон электродинамики, который определяет напряжённость магнитного поля, создаваемого электрическим током.

1820. Датский физик Ханс **Эрстед** (1777–1851) — исследователь явлений электромагнетизма — открыл магнитное действие электрического тока. Эрстед предложил считать действие проволоки с током вихревым, так как именно «вихрям свойственно действовать в противоположных направлениях на двух концах одного диаметра».

1826. Немецкий физик Георг **Ом** (1787–1854). Основные труды по электричеству, оптике, кристаллооптике, акустике. Наиболее известные работы Ома касались вопросов электрического тока и привели к знаменитому «закону Ома», связывающему сопротивление цепи электрического тока, напряжение и силу тока. Закон справедлив для постоянных и квазипостоянных токов. Это открытие оставалось незамеченным или встречено даже враждебно. Только после многочисленных опытных и теоретических проверок закон был принят учёным миром.

1831. Английский химик и физик Майкл **Фарадей** (1791–1867) увлёкся проблемой связи между электричеством и магнетизмом после открытия Эрстедом магнитного действия электрического тока. В его лабораторном дневнике в 1822 г. появилась запись: «Превратить магнетизм в электричество». В 1831 г. Фарадей экспериментально открыл явление электромагнитной индукции — возникновение электрического тока в проводнике, движущемся в магнитном поле. Фарадеем дано описание явлений, лежащих в основе современного электромашиностроения. В 1832 г. Фарадей ввёл понятие электрического и магнитного поля, высказал идею существования электромагнитного поля.

1855–1873. Джеймс Клерк **Максвелл** (1831–1879) — британский физик и математик — полностью воспринял идеи Фарадея о существовании электромагнитного поля, т.е. о реальности процессов в пространстве возле зарядов и токов. Максвелл исчерпывающе выполнил намеченную самим же программу — «облечь идеи Фарадея в математическую форму».

Эта форма в результате оказалась «обладающей непротиворечивой полнотой, что в известной мере есть триумф и Фарадея тоже» [2]. Выяснилось, что законы Кулона и Ампера с введением понятия поля стали выражаться наиболее полно, глубоко и изящно. В явлении электромагнитной индукции Максвелл усмотрел новое свойство полей: переменное магнитное поле порождает в пустом пространстве электрическое поле с замкнутыми силовыми линиями (т.н. вихревое электрическое поле).

Следующий и последний шаг в открытии основных свойств электромагнитного поля был сделан Максвеллом без какой-либо опоры на эксперимент. Им была высказана гениальная догадка о том, что переменное электрическое поле порождает магнитное поле, как и обычный электрический ток (гипотеза о токе смещения).

1.2. *Параметры поля*

Электромагнитное поле определяют электрическими (**E** и **D)** и магнитными (**B** и **H)** векторными величинами. Величины **E** и **H**—векторы напряжённости электрического и магнитного полей. Величины **D** и **B**—векторы электрической и магнитной индукции. Кроме этого определения, вектор **D** называют электрическим смещением или потоком смещения, а вектор **B**—магнитным потоком.

Векторы **D** и **B** зависят от параметров среды. В частности, существуют уравнения связи, когда $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$ и $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$. Связи обусловлены абсолютными значениями электрической и магнитной проницаемости среды $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon$ и $\mu_a = \mu_0 \mu$.

Одновременное взаимосвязанное существование электрических и магнитных компонент называют электромагнитным полем.

Способность среды приобретать в электрическом поле дипольные моменты электрической поляризуемости (поляризации) **P** и моменты магнитных масс $\mathbf{J}^0$ нами не будут рассматриваться.

Линии индукции поля **D** начинаются и кончаются на свободных зарядах, например, на внутренних поверхностях конденсатора или развёрнутых поверхностях антенны относительно её сближенных концов.

Силовые линии индукции магнитного поля (**B**) нигде не обрываются и замкнуты на себя (обособлены).

Силовые линии электрического поля (**E**) начинаются и заканчиваются на свободных и связанных зарядах.

Линии магнитного поля ($\mu \mathbf{H}$) замыкаются на постоянных магнитных массах. При изменяющихся во времени электрических токах линии магнитного поля замыкаются сами на себя и не имеют источников на пути своих линий. Вероятно, катушку индуктивности можно рассматривать той «магнитной массой», которая является источником для замкнутых магнитных линий, образующих магнитное поле. Действительно, электродвижущая сила (ЭДС), подключённая к концам катушки, создаёт ток в её витках. Наличию тока в витках катушки сопутствует магнитное поле. Переменная во времени ЭДС создаёт переменное магнитное поле.

1.3. *О токе смещения*

Экспериментально доказано, что плотность переменного тока в цепи с конденсатором, несмотря на разрыв между его обкладками, не становится нулевым. Максвеллом было сформулировано положение, что в зазоре между обкладками конденсатора, существует явление, подобное (сходное) электрическому току в проводнике, а именно: как и вокруг проводника, так и между обкладками конденсатора возникает магнитное поле. По аналогии с током проводимости в конденсаторе возникает так называемый *ток смещения*, который является как бы продолжением *тока проводимости*. В диэлектрике, помещённом между металлическими обкладками конденсатора, при изменении поля **D**, заряды с противоположными знаками смещаются относительно друг друга, получается «движение» зарядов — электрический ток. Ток смещения возникает и при отсутствии диэлектрика в разрыве цепи. Таким образом, в разрывной цепи наличествуют: плотности тока проводимости $\mathbf{J}$ и ток смещения $\mathbf{J}_{см}$, которыми определяется суммарный ток $\mathbf{J}_{плн} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_{см}$.

1.4. *Об электромагнитной индукции*

Явление электромагнитной индукции открыто М. Фарадеем в 1831 г. Направление индукционного тока определяется правилом, установленным российским учёным Э.Х. Ленцем в 1833 году.

Электромагнитная индукция отражает возникновение электродвижущей силы (ЭДС индукции) в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через площадь, ограниченную этим контуром:

$$E_{инд} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = J_{инд} R = -\frac{\partial}{\partial t}\int \mathbf{B}\, ds .$$

Электрический ток, вызванный этой ЭДС, называется индукционным током. Ток и ЭДС возникают за счёт меняющегося во времени магнитного потока — магнитной индукции. Знак минус определяет направление индукционного тока в соответствии с правилом Ленца: индукционный ток имеет такое направление, что создаваемый им поток магнитной индукции через площадь, ограниченную контуром, стремится препятствовать изменению тому потоку Φ, который вызвал появление индукционного тока.

Последняя формула выражает закон Фарадея–Максвелла–Ленца[1]. Можно отметить, что электрическое напряжение в рамке будет возникать от любых обстоятельств изменения магнитного потока: будь то перемещение рамки в магнитном поле или за счёт перемещения проводника с током или магнитов, создающих изменяющееся магнитное поле. Для возникновения электрического напряжения важно только отличие от нуля производной от магнитного потока (Φ).

Первое уравнение Максвелла по праву называется «первым», поскольку это уравнение отражает суть законов, которые во временном приоритете принадлежат Био и Савару, а затем Фарадею. В интегральной форме первое уравнение Максвелла описывает зависимость между током и связанной и создаваемой им напряжённостью магнитного поля в виде:

$$\oint_L \mathbf{H} dl = \int_S \mathbf{J}_{пл} ds . \qquad (1.1)$$

[1] Ленц Эмилий Христианович (1804–1865), русский физик и электротехник. Закон индукции («Правило Ленца»), по которому направление индукционного тока всегда таково, что он препятствует тому действию (например, движению), которым он вызывается.

Относящиеся к этому уравнению экспериментальные данные были получены Био и Саваром в 1820 году при анализе связи напряжённости магнитного поля с током в проводнике, не имеющем разрыва.

Согласно первому уравнению Максвелла, *в любом магнитном поле линейный интеграл от напряжённости магнитного поля вдоль любого замкнутого контура, включая разрыв между обкладками конденсатора, равен полному току, проходящему через любую поверхность, ограниченную этим контуром*. Вот оно — главное — ликвидировано «недоразумение» относительно разрыва цепи для переменного тока!

Из курса математического анализа известна теорема Стокса, представляемая следующим уравнением в рассматриваемых параметрах поля:

$$\oint_L \mathbf{H} dl = \int_S rot\, \mathbf{H} ds \ . \qquad (1.2)$$

Приравнивая правые стороны для интеграла $\oint_L \mathbf{H} dl$, получим следующее уравнение:

$$\int_S rot\, \mathbf{H} ds = \int_S \mathbf{J}_{плн} ds = \int_S \left(\mathbf{J} + \mathbf{J}_{см} \right) ds \ . \qquad (1.3)$$

Это равенство применимо к любому контуру и к любой ограниченной им поверхности. Отсюда следует равенство подынтегральных выражений:

$$rot\, \mathbf{H} = \mathbf{J}_{плн} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_{см} \ . \qquad (1.4)$$

Эта дифференциальная форма закона полного тока тождественна физическому содержанию закона Био–Савара, а именно: индукционные токи проводимости и смещения создают магнитное поле, подтверждая экспериментальные факты.

Связь тока смещения $\mathbf{J}_{см}$ с вектором электрического смещения **D** обусловлена существованием прямой зависимости с плотностью зарядов: $\mathbf{D} = \sigma$, которые в единицах измерения совпадают $\left(\frac{а/м}{м/сек} = \frac{а \cdot сек}{м^2} \right)$. Вектор электрического смещения возрастает вместе с накоплением заряда на поверхности пластины конденсатора. При этом объективно векторное соотношение

$\mathbf{J}_{см} = \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, которым замыкается разрыв для тока проводимости, т.е. там, где оканчиваются линии плотности тока проводимости, начинаются линии вектора смещения, а там, где они оканчиваются (на противоположной пластине), начинаются линии плотности тока проводимости. Дифференциальная форма вектора смещения соответствует плотности переменного тока смещения. Первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме можно представить в виде

$$rot\,\mathbf{H} = \mathbf{J}_{плн} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \ . \qquad (1.5)$$

Это выражение, нашедшее широкое подтверждение опытом, позволяет утверждать, что *плотность тока смещения* $\dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ *связана с магнитным полем так же, как плотность тока проводимости.*

В интегральной форме закон полного тока записывается в виде

$$\int_L \mathbf{H} dl = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) ds. \qquad (1.6)$$

Физический смысл первого уравнения заключается в том, что ток проводимости и ток смещения производят магнитное действие.

Другими словами, магнитное поле существует везде, где изменяется во времени вектор электрического смещения или вектор напряжённости электрического поля, вызывающий смещение. Это означает значительное расширение закона Био–Савара, определяемое равенством $rot\,\mathbf{H} = \mathbf{J}$.

Итак, напряжённость магнитного поля может создаваться тремя путями: 1) только током проводимости; 2) плотностью тока проводимости и плотностью тока смещения вместе; 3) изменение напряжённости электрического поля во времени создаёт в вакууме магнитное поле[2].

[2] Возможность возникновения магнитного поля в результате изменения электрического поля не означает непременное движение (смещение) зарядов. В диэлектриках действительно происходит движение зарядов в диполях поляризованной среды под действием вектора смещения. Однако магнитное поле возникает и при изменении электрического поля в вакууме, где нет упорядоченной концентрации зарядов.

Второе уравнение Максвелла — это другая форма выражения закона электромагнитной индукции, описанная Фарадеем.

Эксперименты Фарадея показали, что в проводнике, контур которого L охватывает площадь S, пронизываемую изменяющимся со временем магнитным потоком Φ, возникает электродвижущая сила, пропорциональная скорости изменения потока

$$U_L = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{1.7}$$

U_L — ЭДС, наведённая в проводнике [*вольт*], Ф — магнитный поток, или число магнитных силовых линий [*вольт·секунда*].

В форме линейного интеграла напряжение U_L выражается через напряжённость электрического поля в линейной цепи

$$U_L = \oint_L \mathbf{E} dl, \tag{1.8}$$

а магнитный поток есть вектор магнитной индукции **B**, которым пронизывается вся поверхность линиями индукции

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} ds. \tag{1.9}$$

Заменяя в уравнении (1.7) левую и правую части на соответствующие интегральные выражения (1.8) и (1.9), запишем это равенство в виде

$$\oint_L \mathbf{E} dl = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} ds \ . \tag{1.10}$$

Знак минуса в правой части равенства связан с изменением направления потока. Согласно теореме Стокса последнее равенство перепишется в виде:

$$\oint_L \mathbf{E}\, dl = \int_S rot\, \mathbf{E} ds = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} ds = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{H} ds \ .$$

Это равенство справедливо для любой замкнутой линии и для всех поверхностей, ограниченных этой замкнутой линией. Для поверхностных интегралов уравнения в дифференциальной форме имеют вид:

$$rot\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \tag{1.11}$$

Эти равенства выражений определяют второй закон Максвелла. Физический смысл этих уравнений состоит в том, что изменение магнитной индукции или напряжённости магнитного поля создаёт в окружающем физическом пространстве электрическое поле.

Физическое пространство, в частности геологическая среда, не является исключением для возбуждения в ней различных компонент электромагнитного поля.

Главный физический вывод из первого и второго уравнений Максвелла для вакуума заключается в существовании очевидной симметрии.

По первому уравнению *изменение во времени напряжённости электрического поля создаёт магнитное поле*.

По второму уравнению *изменение во времени напряжённости магнитного поля создаёт электрическое поле*.

Фундаментальность симметрии констатирует ***существование электромагнитных волн в вакууме*** (воздухе) на больших удалениях от источников переменного тока различного вида (рамка из провода, многовитковая катушка, антенна и др.). Созданное таким источником магнитное поле охвачено силовыми линиями электрического поля, что позволяет их совместному существованию длительное время при отсутствии поглощения (диссипации) энергии поля.

Важнейший вывод из изложенного заключается в том, что *электромагнитные волны существуют благодаря магнитному действию токов смещения*.

При возбуждении электромагнитного поля в средах, поглощающих энергию поля, когда токи смещения пренебрежимо малы относительно токов проводимости, процессы распространения могут затухать в зависимости от электрических параметров среды и расстояний между источником и приёмником поля. Исследование таких процессов в геологических средах будет рассматриваться на примере методов индукционного возбуждения и измерения различных компонент поля.

Полная система уравнений Максвелла, или система уравнений электродинамики состоит из четырёх уравнений:

$$1)\ rot\mathbf{H} = \mathbf{J}_{пл} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \qquad (1.12)$$

$$2)\ rot\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \qquad (1.13)$$

Уравнения (1.12) и (1.13) являются основными уравнениями Максвелла.

Кроме основных уравнений система Максвелла имеет дополнительные уравнения:

$$3)\ div\mathbf{B} = 0. \qquad (1.14)$$

Третье уравнение системы Максвелла, или первое дополнительное *уравнение* (1.14), *выражает тот факт, что не существует реальных магнитных зарядов, на которых начинаются или кончаются линии магнитной индукции*.

$$4)\ div\mathbf{D} \neq 0. \qquad (1.15)$$

Четвёртое уравнение, или второе дополнительное уравнение системы (1.15), известное как *теорема Гаусса*[3], отражает тот факт, что *линии электрического смещения начинаются и оканчиваются на электрических зарядах как источниках и стоках этих линий*.

Дополнительные уравнения обеспечивают однозначное решение любых электромагнитных задач, в том числе задач электромагнитного каротажа, при заданных начальных и граничных условиях. На этой основе выполняется сопоставление результатов расчёта с результатами измерений.

Уравнения Максвелла являются основой единой теории, которая связывает явления электричества и магнетизма в средах с различными электрофизическими параметрами.

---

[3] Гаусс Карл (1777–1855), немецкий учёный. Теорема Гаусса является основной теоремой электростатики, устанавливающей связь между потоком напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность и электрическим зарядом внутри этой поверхности.

1.5. *О связи компонент электромагнитного поля с параметрами среды*

Электрические характеристики среды являются необходимыми множителями между физическими компонентами поля.

Так, *диэлектрическая проницаемость* связывает вектор электрического смещения (**D**) с вектором электрической напряжённости (**E**) поля — $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$.

Магнитная проницаемость определяет соотношение между вектором магнитной индукции (**B**) и вектором (**H**) напряжённости магнитного поля — $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$.

Полная величина плотности тока $\mathbf{J}_{плн}$ определяется суммой произведений векторов напряжённости электрического поля (**E** и $\mathbf{E}^0$) с удельной электропроводностью среды, а диэлектрическая постоянная — с вектором электрического смещения: $\mathbf{J}_{плн} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \mathbf{E}^0 + \varepsilon \mathbf{D}$.

Относительные величины ε и μ являются нормирующими множителями. Их произведение с электрической и магнитной константами (постоянными) в вакууме (ε_0 и μ_0) определяет абсолютные величины этих характеристик среды.

$$\text{Электрическая постоянная} \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{9 \cdot 4\pi} \approx 8{,}854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{а \cdot сек}{в \cdot м} \right].$$

$$\text{Магнитная постоянная} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 12{,}56 \cdot 10^{-7} \left[\frac{в \cdot сек}{а \cdot м} \right].$$

Сторонняя электродвижущая сила $\mathbf{E}^0$ является источником для кулоновской напряжённости электрического поля, обусловленной наличием тока в цепи.

Приведённые выше три уравнения связи сохраняются при переходе от постоянного к переменному полю.

Об источнике электромагнитного поля. В практике электромагнитных методов каротажа генераторные (излучающие поле) и измерительные (приёмные) элементы представляют индукционными катушками.

Генераторную катушку представляют магнитным диполем с магнитным моментом $\mathbf{M}_{\Gamma}$ [4].

Суть такой процедуры состоит в том, что каждый контур (виток) с током заменяют магнитным двойным слоем. Дипольный момент единичного витка равен произведению его площади s на ток I. Такое представление допустимо, когда размеры катушек малы по сравнению с расстоянием до измерительных катушек индукционного зонда.

Мерой малости катушек принято считать также их отношение к расстояниям до границ раздела сред с различными электрическими свойствами, например, к диаметру скважины. Обычно такие условия выполняются в конструкциях индукционных зондов.

Генерируемое магнитным диполем электромагнитное поле, момент которого **M** изменяется по гармоническому закону, записывается в виде следующего уравнения:

$$\mathbf{M} = \mathbf{k} M_0 e^{-i\omega t} = \mathbf{k}\left(s \cdot n \cdot I_0\right) e^{-i\omega t} = \mathbf{k}\left(s \cdot n \cdot I_0\right)\left(\cos\omega t - i\sin\omega t\right). \quad (1.16)$$

Здесь **k** — единичный вектор, направленный вдоль оси *z*; M_0 — амплитуда момента; $s \cdot n$ — суммарная площадь витков; I_0 — амплитуда тока; $e^{-i\omega t}$ — фактор изменения поля во времени.

Уравнения полей, гармонически меняющихся во времени. Характеристики полей, которые изменяются во времени по закону синуса или косинуса, называются гармоническими колебаниями.

Рассматривая в качестве источника электромагнитного поля магнитный диполь

$$\mathbf{M} = \mathbf{k} M_0 e^{-i\omega t}, \quad (1.17)$$

дополним уравнения Максвелла изменяющимся во времени фактором [5] $e^{-i\omega t}$:

---

[4] Переменным магнитным диполем может служить элементарный замкнутый контур *l* с площадью *ds* и током в контуре, меняющимся во времени [3]. Другой, теоретический магнитный диполь, представляют системой из бесконечно близких друг к другу магнитных полюсов различных знаков. Мощность таких полюсов меняется по гармоническому закону.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \tag{1.18}$$

и

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-i\omega t} \tag{1.19}$$

В этом случае первое уравнение Максвелла, после замены переменного вектора смещения $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ на переменный вектор напряжённости электрического поля $\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, получит новый вид:

$$rot\,\mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\ ^{6}. \tag{1.20}$$

После подстановки временного фактора и дифференцирования члена, обеспечивающего смещение зарядов $\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, получим

$$rot\left(\mathbf{H}_0 \cdot e^{-i\omega t}\right) = \sigma \mathbf{E}_0 \cdot e^{-i\omega t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathbf{E}_0 \cdot e^{-i\omega t}\right) = \sigma \mathbf{E}_0 \cdot e^{-i\omega t} - i\omega\varepsilon \mathbf{E}_0 \cdot e^{-i\omega t} \tag{1.21}$$

После сокращения $e^{-i\omega t}$, имеем первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме:

$$rot\,\mathbf{H}_0 = \left(\sigma - i\omega\varepsilon\right)\mathbf{E}_0 \tag{1.22}$$

По аналогичному преобразованию второе уравнение Максвелла имеет следующий вид

$$rot\left(\mathbf{E}_0 \cdot e^{-i\omega t}\right) = \mu \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathbf{H}_0 \cdot e^{-i\omega t}\right) = i\omega\mu \mathbf{H}_0 \cdot e^{-i\omega t}\ .$$

---

[5] Формула Эйлера позволяет преобразовать экспоненциальное представление магнитного момента в его тригонометрический вид или наоборот: $e^{-i\psi} = \cos\psi - i\sin\psi$ или $e^{i\psi} = \cos\psi + i\sin\psi$. Если $\psi = -i(\omega t + \varphi)$, где φ — начальная фаза колебаний, то $\mathbf{M} = \mathbf{k}\left(M_0 \cdot e^{-\phi}\right)e^{-i\omega t}$. В скобках представлена действительная амплитуда колебаний и её фаза (угол) относительно реальной компоненты момента. Если положить $\varphi = 0$, то $\mathbf{M} = \mathbf{k}M_0 \cdot e^{-i\omega t}$. Такая запись отражает непрерывный колебательный процесс с фиксированной амплитудой тока: $M_0 \equiv I_0$.

[6] Из уравнения исключена сторонняя напряжённость поля, поскольку первое уравнение Максвелла рассматривает связи напряжённостей компонент поля вне действия этой сторонней напряжённости поля [3].

После сокращения на $e^{-i\omega t}$, имеем второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме:

$$rot\,\mathbf{E}_0 = i\omega\mu\mathbf{H}_0. \tag{1.23}$$

Третье и четвёртое уравнения Максвелла в интегральной форме имеют вид

$$\oint_S \mathbf{E}_0 ds = 0\ ; \tag{1.24}$$

$$\oint_S \mathbf{H}_0 ds = 0\,. \tag{1.25}$$

Теорема Остроградского-Гаусса позволяет преобразовать третье и четвёртое уравнения в дифференциальную форму, применяя ниже приведённые равенства:

$$\oint_S \mathbf{E}_0 ds = \int_V div\mathbf{E}_0 dV\,. \tag{1.26}$$

$$\oint_S \mathbf{B}_0 d\,s = \int_V div\mathbf{B}_0 dV\,. \tag{1.27}$$

Правые части равенств подынтегральных дивергентных компонент поля принимают следующий вид:

$$div\,\mathbf{B}_0 = 0 \tag{1.28}$$

$$div\,\mathbf{E}_0 = 0\,. \tag{1.29}$$

Эти равенства являются третьим и четвёртым уравнениями Максвелла в дифференциальной форме.

Выпишем результаты полученных уравнений Максвелла в дифференциальной форме, которые в гармонической зависимости от источника (возбудителя) магнитного типа имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &\text{а)}\ rot\,\mathbf{H}_0 = (\sigma - \mathrm{i}\omega\varepsilon)\mathbf{E}_0;\\ &\text{б)}\ rot\,\mathbf{E}_0 = i\omega\mu\mathbf{H}_0;\\ &\text{в)}\ div\,\mathbf{B}_0 = 0\\ &\text{г)}\ div\,\mathbf{E}_0 = 0. \end{aligned} \tag{1.30}$$

Комплексные величины для напряжённостей электрического и магнитного поля можно представить через их действительную и мнимую составля-

ющие для модуля и её фазы на комплексной плоскости, приняв $X = E$ или $X = H$:

$$|X| = \sqrt{X_a^2 + X_b^2} \quad \text{— действительная (вещественная) амплитуда;} \tag{1.31}$$

$$\varphi = arctg \frac{\operatorname{Im} X_a}{\operatorname{Re} X_b} = -arctg \frac{\operatorname{Re} X_b}{\operatorname{Im} X_a} \quad \text{— фаза амплитуды.} \tag{1.32}$$

1.6. *Решение системы уравнений Максвелла путём введения векторного потенциала*[7]

Исследование электромагнитных полей в проводящей среде более удобно выполнять с меньшим числом уравнений Максвелла. В основу такого подхода принято использовать два последних уравнения из системы Максвелла.

Согласно уравнениям (1.30 в) и (1.30 г) дивергенция напряжённости магнитного и электрического поля, с одной стороны, равна нулю, а с другой стороны, дивергенция от ротора также равна нулю: $div\left(rot\,\mathbf{X}\right) = 0$[8]. Используя это свойство, можно записать следующие равенства:

$$\mathbf{E}_0 = rot\mathbf{A}_M \qquad \text{и} \qquad \mathbf{H}_0 = rot\mathbf{A}_E \tag{1.33}$$

Вектор $\mathbf{A}_M$, из которого $\mathbf{E}_0$ определяется применением к нему операции *rot*, называется *векторным потенциалом*.

---

[7] Наше подробное изложение базируется на материалах лекционного курса, который читался профессором А.А. Кауфманом в Новосибирском госуниверситете в 60-ые годы прошлого столетия.

[8] Важнейшие операции с векторами и скалярами, часто применяемые в электродинамических операциях, таковы: 1) $rot\ grad\,U = 0$. Это уравнение означает, что векторное поле градиента скалярной функции обязательно не должно быть вихревым; 2) $div\ rot\,\mathbf{A} = 0$. Это уравнение означает, что векторное поле, полученное в результате операции *rot* из другого вихревого векторного поля, всегда свободно от источников; 3) $rot\ rot\,\mathbf{A} = grad\ div\mathbf{A} - \nabla^2\mathbf{A} = grad\ div\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}$. Под символом $\nabla^2\mathbf{A}$ понимается выражение $div\ grad\,U$. Эта операция в декартовых координатах $\nabla^2 U = \Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$. В случае другой координатной системы $\nabla^2\mathbf{A}$ определяется следующим соотношением: $\nabla^2\mathbf{A} = grad\ div\mathbf{A} - rot\ rot\,\mathbf{A}$. К. Шимони «Теоретическая электротехника». Перевод с нем. — М.: Мир, 1964.

Здесь $\mathbf{A}_M$ и $\mathbf{A}_E$ — векторные потенциалы магнитного $\mathbf{H}_0$ и электрического $\mathbf{E}_0$ рода[9].

Первое уравнение соответствует случаю вихревого магнитного поля, второе — случаю вихревого электрического поля. Источником вихревого магнитного поля является электрический диполь, помещённый в центре сферической системы координат, ось которого направлена вдоль оси вектора $\mathbf{A}_M$.

Источником вихревого электрического поля является переменный магнитный диполь. Дальнейший анализ проводится на основе потенциала магнитного рода.

Введение векторных потенциалов не нарушает основные закономерности уравнений электродинамики. Действительно, добавляя градиентные величины к скалярным величинам в виде

$$\mathbf{A}^*_M = \mathbf{A}_M - gradU^*_M \quad \text{или} \quad \mathbf{A}^*_E = \mathbf{A}_E - gradU^*_E , \tag{1.34}$$

нетрудно убедиться, что эти векторные потенциалы тождественны исходным уравнениям Максвелла, если взять ротор от левой и правой частей этих равенств: $rot\,\mathbf{A}^* = rot\,\mathbf{A}$, поскольку $rot\left(grad\,U^*_M\right) = 0$.

Анализ векторного потенциала $\mathbf{A}_M$. Преобразуем первое уравнение Максвелла $rot\mathbf{H}_0 = \left(\sigma - i\omega\varepsilon\right)\mathbf{E}_0$, сделав замену из следующих равенств:

$$\sigma - i\omega\varepsilon = \sigma_K \qquad \text{и} \qquad \mathbf{E}_0 = rot\,\mathbf{A}_M . \tag{1.35}$$

После подстановки имеем для первого уравнения Максвелла следующий вид

$$rot\mathbf{H}_0 = \sigma_K \cdot rot\mathbf{A}_M . \tag{1.36}$$

Пользуясь соотношением $rot\left(grad\,U^*_M\right) = 0$, перепишем выражение в виде

$$rot\,\mathbf{H}_0 = rot\left(\sigma_K\mathbf{A}_M - grad\,U_M\right) \tag{1.37}$$

или

$$\mathbf{H}_0 = \sigma_K\mathbf{A}_M - grad\,U_M . \tag{1.38}$$

---

[9] В работе [3] дана трактовка векторным потенциалам поля и приводятся выкладки с доказательством тождественности $div\,rot\mathbf{A} \equiv 0$ (стр. 38–40).

Дальнейшее преобразование первого уравнения Максвелла заключается в замене скалярного потенциала магнитного поля U_M путём введения новой величины (калибровка) в следующем виде:

$$U_M = \frac{1}{-i\omega\mu} div\mathbf{A}_M \tag{1.39}$$

Такое калибрование несёт выгоду для дальнейших преобразований и формально не искажает вихревую часть при взятии ротора. После подстановки вместо U_M его нового значения под знак дивергенции в уравнении для поля $\mathbf{H}_0$ получаем:

$$\mathbf{H}_0 = \sigma_K \mathbf{A}_M + \left(\frac{1}{i\omega\mu}\right) grad\, div\mathbf{A}_M . \tag{1.40}$$

Теперь, возвращаясь ко второму уравнению Максвелла

$$rot\mathbf{E}_0 = i\omega\mu\mathbf{H}_0 , \tag{1.41}$$

произведём замену вектора напряжённости магнитного поля $\mathbf{H}_0$ его новым представлением из предыдущего уравнения:

$$rot\mathbf{E}_0 = i\omega\mu\left[\sigma_K \mathbf{A}_M + \left(\frac{1}{i\omega\mu}\right) grad\, div\mathbf{A}_M\right]. \tag{1.42}$$

Далее выполним замену $\sigma_K = \sigma - i\omega\varepsilon$ и раскроем внешние скобки в правой части уравнения

$$rot\mathbf{E}_0 = \left(\omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu\right)\mathbf{A}_M + grad\, div\mathbf{A}_M \tag{1.43}$$

Ранее было установлено равенство $\mathbf{E}_0 = rot\mathbf{A}_M$. Выполнив замену вектора $\mathbf{E}_0$, получим уравнение, связанное с введённым векторным потенциалом $\mathbf{A}_M$:

$$rot\left(rot\mathbf{A}_M\right) = \left(\omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu\right)\mathbf{A}_M + grad\, div\mathbf{A}_M . \tag{1.44}$$

В векторном анализе существует такое тождество:

$$rot\left(rot\mathbf{C}\right) = grad\, div\mathbf{C} - \nabla^2\mathbf{C} \tag{1.45}$$

Вполне естественно приравнять правые части уравнений $rot\left(rot\right)$, полагая, что $\mathbf{A}_M = \mathbf{C}$:

$$\left(\omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\varepsilon\mu\right)\mathbf{A}_M + grad\, div\mathbf{A}_M = grad\, div\mathbf{A}_M - \nabla^2\mathbf{A}_M \tag{1.46}$$

После сокращения подобных величин и замены $\omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu = k^2$ получаем уравнение для векторного потенциала магнитного рода, или волновое уравнение Гельмгольца:

$$\nabla^2 \mathbf{A}_M + k^2 \mathbf{A}_M = 0\,, \qquad (1.47)$$

где $\mathbf{A}_M$ — комплексный вектор-потенциал магнитного типа в уравнении: $\mathbf{E} = rot\,\mathbf{A}_M$. Волновое число $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu$.

Волновое число и его составляющие. Волновое число определяется электрическими параметрами среды и частотой колебания магнитного поля диполя:

$$k = a + ib = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu}\,, \qquad (1.48)$$

где a и b — действительные величины, а волновое число — $k^2 = (a+ib)^2 = (a^2 - b^2) + i2ab = \omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu$.

Разделяя реальную и мнимую величины, из равенства $(a^2 - b^2) + i\,2ab = \omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu$ получим решение, которое можно представить в двух тождественных видах:

$$a = \sqrt{\frac{\gamma\mu_a\omega}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma}\right)^2} + \frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma}} = \omega\sqrt{\frac{\mu_a\varepsilon_a}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a}\right)^2} + 1}\,; \quad (1.49)$$

$$b = \sqrt{\frac{\gamma\mu_a\omega}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma}\right)^2} - \frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma}} = \omega\sqrt{\frac{\mu_a\varepsilon_a}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a}\right)^2} - 1}\,, \quad (1.50)$$

здесь a и b — соответственно — реальная и мнимая компоненты волнового числа k, σ — удельная проводимость среды [*Сим/м*], ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon_a = \varepsilon_{отн}\varepsilon_0$, где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, равная $10^{-9}/9\cdot 4\pi \approx 8{,}85\cdot 10^{-12}$ $[a\cdot сек/в\cdot м] = [Ф/м]$, μ_a — абсолютная магнитная проницаемость среды $\mu_a = \mu_{отн}\mu_0$, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, равная $4\pi 10^{-7} \approx 12{,}56\cdot 10^{-7}$ $[в\cdot сек/а\cdot м] = [Гн/м]$.

Как видно из выражений (1.49) И (1.50), если операционная частота $\omega = 0$, то $a = b = 0$ и $k = 0$; влияние параметров среды на поле зависит от

отношения $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a}$ или $\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma}$, т.е. от соотношения между токами проводимости и смещения, имея в виду плотность токов.

Реальную, или действительную часть волнового числа *a* называют фазовой постоянной, или коэффициентом фазы. Мнимую часть *b* — коэффициентом затухания (поглощения).

Обычно рассматриваются два состояния для этих коэффициентов, от которых зависит физический смысл и этих коэффициентов, и компонент электромагнитного поля в двух контрастных средах. С наибольшей подробностью эти закономерности рассмотрены в работе А.А. Кауфмана (2000).

Выражения компонент волнового числа в *непроводящей среде* имеют следующий вид:

$$a = \omega\sqrt{\mu_a\varepsilon_a}, \quad b = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}.$$

Фазовая компонента поля для вакуума зависит от частоты поля и относительных величин $\varepsilon_{срд}$ и $\mu_{срд}$ среды. Коэффициент затухания для вакуума не зависит от частоты поля, но зависит и определяется диэлектрическими и магнитными величинами среды.

Принимая $\mu_a = \mu_{срд}\ \mu_0 = \mu_{срд}\ 4\pi\,10^{-7}$ и $\varepsilon_a = \varepsilon_{срд}\cdot\varepsilon_0 = \varepsilon_{срд}\cdot\frac{10^{-9}}{9\cdot 4\pi}$,

получим выражение, в котором

$$a = \omega\sqrt{\mu_a\varepsilon_a}\ \sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \omega\sqrt{\mu_{срд}\varepsilon_{срд}}\ \sqrt{\frac{10^{-16}}{9}} = \frac{\omega\sqrt{\mu_{срд}\varepsilon_{срд}}}{C},$$

где $C = 3\cdot 10^8\ м/с$ — скорость электромагнитной волны в вакууме. При $\mu_{срд}\varepsilon_{срд} = 1$, $a = \frac{\omega}{C} = \frac{2\pi f}{C}$.

В единицах СИ фазовая составляющая имеет размерность $\left[\frac{Гц}{м/с} = \frac{1/с}{м/с} = \frac{1}{м}\right]$.

Скорость плоской волны υ в среде, отличной от вакуума, меньше, чем в вакууме — $\upsilon \le C$. Тогда $\upsilon = \frac{\omega}{a} = \frac{2\pi f}{a}$ является выражением для скорости

плоской гармонической волны, распространяющейся по направлению оси z с затуханием, равным произведению $-bz$.

За период T поле распространяется на длину волны $\lambda = \upsilon T$, т.е. приращения $\Delta z = \lambda$ и $\Delta t = T$ удовлетворяют условию, когда $\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{a} = \upsilon$.

Зависимость скорости от частоты — частотная дисперсия. Вероятно, что не самую последнюю роль в дисперсии играют относительные величины $\mu_{сред}$ и $\varepsilon_{сред}$, входящие в фазовую составляющую a.

Рассмотрим поведение *плоской волны,* проходящей из непроводящей среды в проводящую среду с параметром $b = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}$.

Из выражения для действительной величины

$$H_Z(z,t) = H_0 e^{-bz}\cos\left[\varphi(0) + \omega t - az\right]$$

и условия $\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{a}$ выражение для поля $H_Z(z + \Delta z, t + \Delta t) = H_Z(z,t)e^{-b\Delta z}$.

После подстановки имеем два выражения:

$$H_Z(z, t+T) = H_Z(z,t)\ ; \qquad (1.51)$$

$$H_Z(z+\lambda, t) = H_Z(z,t)^{-b\lambda}\ . \qquad (1.52)$$

Первое равенство (1.51) соответствует временной периодичности поля в плоскости $z = const$, а второе (1.52) — мгновенное распределение этого поля в пространстве по направлению увеличения z в момент t.

Распределение волнообразных кривых на рис. 1.1. отображено для момента t_1 и $t_2 = t_1 + \pi/2$. Придавая всевозможные изменения временному параметру, получаем множество кривых $H_Z(z,t)$. Путём дополнительных преобразований получают огибающую кривую, проходящую по экстремальным точкам всего семейства кривых. На рисунке оставлены две кривые затухающих компонент поля, сдвинутые на интервал $d\,z$.

Для любых двух значений вдоль координаты движения волн можно получить выражения для отношения амплитуд полей и разности фаз в виде

$$\frac{H_{Z_1}}{H_{Z_2}} = e^{b(Z_2 - Z_1)}; \quad \varphi(z_1) - \varphi(z_2) = a(z_2 - z_1). \tag{1.53}$$

В совокупности выполненного анализа можно сделать заключение о физической сущности величин для волнового числа

$$k = a + ib = \left(\omega^2 \varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu\right)^{1/2}. \tag{1.54}$$

Фазовая постоянная *a* определяет интенсивность изменения фазы с расстоянием и длину плоской гармонической волны. На отрезке 2π метров по направлению распространения поля укладывается $2\pi/\lambda = a$ волн.

Коэффициент затухания *b* определяет быстроту затухания поля с расстоянием или интенсивность уменьшения амплитуды плоской гармонической волны. Чем больше величина *b*, тем быстрее убывает амплитуда поля в направлении распространения.

Если в выражениях для отношения амплитуд или разности фаз положить расстояние $z_2 - z_1$ равным длине волны λ или $1/b$, то получаем формулы определения затухания на интервале длины волны: $d_\lambda = e^{2\pi b/a}$ и *глубину проникновения* $\delta = 1/b$, равную расстоянию, на котором амплитуда поля уменьшается в *e* раз. Такое уменьшение амплитуды носит название *непер*. Следовательно, коэффициент *b* равен числу неперов на расстоянии, равном единице длины $d_{ед} = e^b$.

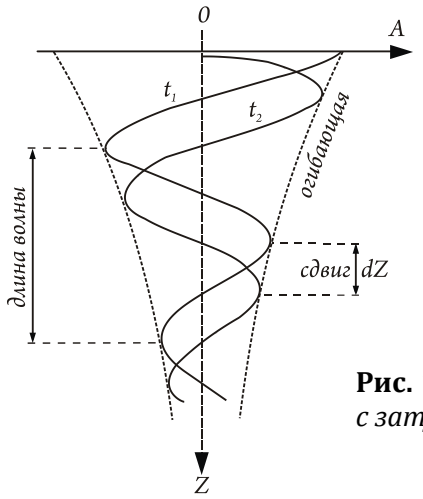


Рис. 1.1. *Схема волнового процесса с затуханием в проводящей среде*

В проводящей среде, когда $\omega\varepsilon_a/\sigma \to 0$, фазовая компонента и компонента затухания для квазистационарного поля приобретают следующий вид:

$$a = b = (\omega\sigma\mu_a/2)^{1/2} = (\omega\mu_a/2\rho)^{1/2}, \quad \text{где } \rho = 1/\sigma \tag{1.55}$$

и

$$k^2 = i\omega\sigma\mu_a. \tag{1.56}$$

В этом случае диэлектрические свойства среды не влияют на поле. Пространственное поведение электромагнитного поля целиком связано с превращением его в тепловое поле.

Для квазистационарного поля получены следующие соотношения:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\omega}{\sigma\mu_a}}; \tag{1.57}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\sqrt{2}}{\sqrt{\omega\sigma\mu_a}}; \tag{1.58}$$

$$H_{Z_1} \Big/ H_{Z_2} = \exp\left[\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu_a}{2}}\left(z_2 - z_1\right)\right] = e^{(p_2 - p_1)}; \tag{1.59}$$

$$d_\lambda = e^{2\pi}, \tag{1.60}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_a}} = \frac{\lambda}{2\pi}. \tag{1.61}$$

Отсюда следует, что при $\omega\varepsilon_a/\sigma \cong 0$ на интервале, равном длине плоской волны λ, её амплитуда уменьшается в $e^{2\pi} \approx 535$ раз!

Дополнительно можно отметить, что поле, возбуждаемое синусоидальным током, можно считать квазистационарным, если расстояние между возбудителем и точкой наблюдения много меньше по сравнению с длиной волны λ: $z/\lambda << 1$!

И, наконец, на примере плоской волны, рассмотрев некоторые особенности электромагнитного поля в непроводящей среде $(\sigma \to 0)$ и в квазистационарном случае $(\omega\varepsilon_a/\sigma << 1)$, можно дать толкование волновому числу. В непроводящей среде волновое число k является действительной

величиной, равной фазовой постоянной a. А это, как показано, означает, что $k = 2\pi/\lambda$ — число волн, укладывающихся на отрезке 2π метров. Поэтому параметр k принято называть *волновым числом*.

Для случая слабого влияния электропроводности, когда $\sigma \to 0$, разложение исходных выражений для a и b по степеням $\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma}$ и $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_a}$, даёт уверенность, что приближенные зависимости $a = \omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$ и $b = \frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}$ позволяют оценить эти величины волнового числа с ошибкой, не превышающей 10%, если $\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma} \geq 1{,}1$. С той же точностью оценивается b, если $\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma} \leq 0{,}2$.

Для квазистационарного случая магнитное и электрическое поля, возбуждаемые током $I_i = I_{0_i} \sin(\omega t + \varphi_i)$, записываются в следующем виде:

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_{0i} \sin(\omega t + \varphi_i),$$

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{0i}\, \omega \cos(\omega t + \varphi_i).$$

Как видно, ток I_i и магнитное поле B_i изменяются одновременно без *фазового сдвига*, в то время как между магнитным и электрическим полем возникает *фазовый сдвиг*, равный 90°. Индекс (i) для компонент поля и фазы φ_i означает их пространственную и временную элементную зависимость.

Общий вклад каждого элемента тока I_i в суммарное поле $\mathbf{B}_i$ зависит от положения этого элемента относительно точки наблюдения (измерения) и прямо пропорционален амплитуде тока, т.е. в полном соответствии с законом Био–Савара. При этом связь поля зависит от времени или расстояния «диполь – точка измерения».

Решение волнового уравнения для вектор-потенциала магнитного типа сводится к нахождению связей между напряжённостями электрического и магнитного полей с удельной электропроводностью (или удельным сопротивлением) и диэлектрической проницаемостью однородной изотропной

среды. Кроме электрических характеристик решение позволит оценивать влияние конструкционных параметров, которыми являются операционная частота электромагнитного поля и расстояние между источником и приёмником поля, которое определяет длину зонда.

В большинстве электромагнитных методов (индукционном, диэлектрическом, «переходных» процессах) используют катушки индуктивности в качестве возбудителей и измерителей характеристик поля. В силу малости размеров катушек относительно длины зондов (расстояний между катушками), а также диаметра скважины и зоны проникновения, катушки заменяют в теоретическом анализе, как отмечалось, магнитным диполем. При этом магнитный момент генераторного диполя (возбудителя поля) направляют вдоль оси скважины. Такая ориентация оправдана тем, что в моделях сред с цилиндрическими границами раздела, силовые линии магнитного поля создают электрические поля, которые также коаксиальны и не пересекают границы. В координатных осях *X, Y, Z* магнитный момент диполя направляют вдоль оси ординат *Z*.

Важно отметить следующее: электрические параметры среды не изменяют свои свойства при воздействии на неё переменного поля. Среда не изменяет частоту гармонических колебаний электромагнитного поля, т.е. частота первичного поля от возбудителя и частота электромагнитных откликов от среды (вторичного поля) остаётся постоянной и неизменной.

Для решения уравнения Гельмгольца относительно вектор-потенциала магнитного рода $\nabla^2 \mathbf{A}_M + k^2 \mathbf{A}_M = 0$ используются координатные системы двух видов — сферическая и цилиндрическая.

В сферической системе координат положение точки в пространстве определяется величинами *R,* φ, θ и в цилиндрической — *r,* φ, *z*. Начало координат находится в центре генераторного магнитного диполя и ось диполя совпадает с осью *Z* ($\sin\theta = 0$). Модуль $|\mathbf{A}_M| = k\mathbf{A}_Z$, $\mathbf{A}_r = \mathbf{A}_\varphi = 0$.

При таких условиях волновое уравнение Гельмгольца для магнитного потенциала $\mathbf{A}_Z$ приобретает следующий вид:

$$\nabla^2 \mathbf{A}_Z + k^2 \mathbf{A}_Z = 0. \qquad (1.62)$$

В случае $\theta = 0$ и $\varphi = 0$ известно преобразование лапласиана по одной координате в виде:

$$\left[\nabla^2 \mathbf{A}_Z (R)\right] = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial R}\right) = \frac{\partial^2 \mathbf{A}_Z}{\partial R^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial R}. \qquad (1.63)$$

Подставив полученные значения $\left[\nabla^2 \mathrm{A}_Z (R)\right]$ в предыдущее уравнение, получим линейные уравнения второго порядка:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_Z}{\partial R^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial R} + k^2 \mathbf{A}_Z = 0 \quad \text{и} \quad \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}(R^2 \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial R}) + k^2 \mathbf{A}_Z = 0. \qquad (1.64)$$

Решение уравнений ищется в виде:

$$\mathbf{A}_Z = C_1 \frac{e^{ikR}}{R} + C_2 \frac{e^{-ikR}}{R}. \qquad (1.65)$$

Известна формулировка краевой задачи для векторного потенциала $\mathbf{A}_Z$. В частности: 1) в окрестности диполя потенциал $\mathbf{A}_Z$ стремится к потенциалу $\mathbf{A}_Z^0$ первичного магнитного поля — $\mathbf{A}_Z \to \mathbf{A}_Z^0$; 2) на бесконечности векторный потенциал стремится к нулю — $\mathbf{A}_Z \to 0$.

Множители C_1 и C_2, как постоянные интегрирования, не зависят от величины R и определяются из граничных условий. Так, учитывая стремление $C_2 \frac{e^{-ikR}}{R}$ к нулю по мере увеличения значения *R*, второй член суммы результата интегрирования можно исключить из рассмотрения.

Для векторного потенциала $\mathbf{A}_Z$ остаётся следующая зависимость:

$$\mathbf{A}_Z = C_1 \frac{e^{ikR}}{R}. \qquad (1.66)$$

Эта зависимость является промежуточным решением уравнения Гельмгольца на пути определения коэффициента C_1.

Определение коэффициента $\boldsymbol{C}_1$. В сферической системе координат вектор-потенциал $\mathbf{A}_Z$ на различных удалениях вдоль сферического радиуса *R* убывает, оставаясь параллельным вертикальной оси координат *Z*, и не зависит от азимутального угла φ:

$$div\mathbf{A}_Z = \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial R} + \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial \varphi} + \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial z}. \quad (1.67)$$

Следовательно,

$$div\mathbf{A}_Z = \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{A}_Z}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial R}(C_1 \frac{e^{ikR}}{R})\frac{\partial R}{\partial z} =$$
$$= \left[C_1(+ik)\, e^{ikR}\, R^{-1} + (-1)\, C_1 e^{ikR}\, R^{-2} \right] \frac{\partial R}{\partial z} = C_1 \frac{e^{ikR}}{R^2}(ikR - 1)\cos\theta \quad (1.68)$$

Ранее, при анализе векторного потенциала магнитного рода, был введён скалярный потенциал

$$U_M = \frac{1}{i\omega\mu} div\, \mathbf{A}_M. \quad (1.69)$$

Произведя замену в этом уравнении $div\, \mathbf{A}_M = div\, \mathbf{A}_Z$ из предыдущего уравнения, имеем:

$$-i\omega\mu U_M = C_1 \frac{e^{ikR}}{R^2}(ikR - 1)\cos\theta, \quad (1.70)$$

откуда магнитный потенциал приобретает следующее значение:

$$U_M = C_1 \frac{e^{ikR}}{i\omega\mu R^2}(1 - ikR)\cos\theta. \quad (1.71)$$

Из теории магнитного поля постоянного тока известно уравнение для скалярного потенциала в виде:

$$U_M^0 = \frac{M^0}{4\pi R^2}\cos\theta, \quad (1.72)$$

M^0 — магнитный момент тока $I \cdot S$, где S — площадь участка плоскости, ограниченная контуром; M^0 лежит в плоскости контура; θ — зенитный угол в сферической системе координат между осью Z и радиальным направлением от точки расположения источника.

Для соблюдения условия, при котором магнитный потенциал U_M становился соответствующим статическому потенциалу (U_M^0), т.е. не зависящим от частоты, положим значение

$$C_1 = \frac{i\omega\mu M^0}{4\pi}. \qquad (1.73)$$

Поскольку $e^{i\omega R} = 1$, если $\omega = 0$, а $ikR = 0$ при $k = 0$, то $e^{i\omega R}(ikR - 1) = -1$.

Определение магнитных потенциалов A_Z и U_M. Подставляя найденную величину C_1 в уравнения для A_Z и U_M, получим выражения, свободные от постоянной интегрирования:

$$A_Z = C_1 \frac{e^{ikR}}{R} = \frac{i\omega\mu M}{4\pi R} e^{ikR}, \qquad (1.74)$$

$$U_M = C_1 \frac{e^{ikR}}{i\omega\mu R^2} \left(1 - ikR\right) \cos\theta = \frac{M}{4\pi R^2} e^{ikR} \left(1 - ikR\right) \cos\theta \cdot \qquad (1.75)$$

Определение напряжённостей электромагнитного поля. После того, как определены связи для магнитных потенциалов A_Z и U_M с характеристиками среды и точек расположения конструкционных элементов зондов, можно перейти к нахождению величин напряжённости магнитного и электрического полей в окрестностях возбудителя электромагнитного поля.

Вернёмся к зависимостям напряжённости электрического и магнитного полей через магнитные потенциалы, введённые ранее:

$$\mathbf{E}_0 = rot\,\mathbf{A}_M, \qquad (1.76)$$

$$\mathbf{H}_0 = \gamma_K \mathbf{A}_M - grad U_M, \qquad (1.77)$$

где γ_K — комплексная проводимость среды.

Определение вектора напряжённости электрического поля. Применим сферическую систему координат (R, φ, θ) и цилиндрическую систему r, φ, z с общим началом в центре магнитного диполя, магнитный момент которого направлен по оси Z, к определению искомого вектора. Радиальная, зенитная и азимутальная компоненты поля в сферической системе координат (рис. 1.2) определяются через вертикальную компоненту $A_R = A_Z \cos\theta$, $A_\theta = A_Z \sin\theta$ и $A_\varphi = 0$.

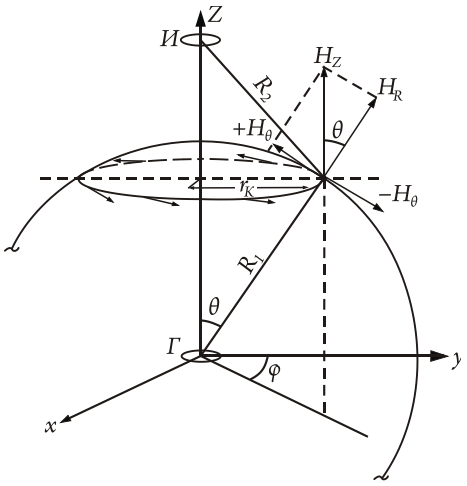


Рис. 1.2. *Схема для компонент электромагнитного поля в сферической и цилиндрической системах координат*

Вектор напряжённости электрического поля в сферической системе координат определяется последовательно через ротор вектор-потенциала магнитного типа:

$$\mathbf{E}_\varphi = rot\,\mathbf{A}_Z = \begin{vmatrix} \frac{I_R}{R^2\sin\theta} & \frac{I_\theta}{R\sin\theta} & \frac{I_\varphi}{R} \\ \frac{\partial}{\partial R} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\varphi} \\ A_R & RA_\theta & A_\varphi \end{vmatrix} = \frac{1}{R}\left[\frac{\partial\left(RA_\theta\right)}{\partial R} - \frac{\partial A_R}{\partial\theta}\right] = \tag{1.78}$$

$$= \frac{1}{R}\left[\frac{\partial\left(-RA_Z\sin\theta\right)}{\partial R} - \frac{\partial A_Z\cos\theta}{\partial\theta}\right]$$

Выполнив замену $A_Z = \dfrac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}$ в последнем равенстве, получим для тангенциальной составляющей электрического поля

$$\mathbf{E}_\varphi = \frac{1}{R}\left[\frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi}\sin\theta\left(ik\right)e^{ikR} + \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi}e^{ikR}\left(-\sin\theta\right)\right] =$$
$$= \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R^2}e^{ikR}\sin\theta - \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\sin\theta\left(ik\right) = \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R^2}e^{ikR}\left(1-ikR\right)\sin\theta \tag{1.79}$$

Таким путём получены уравнения для векторов напряжённости электрического поля:

$$\mathbf{E}_{\varphi} = \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R^2} e^{ikR}\left(1 - ikR\right)\sin\theta\,; \tag{1.80}$$

$$\mathbf{E}_R = 0; \tag{1.81}$$

$$\mathbf{E}_{\varphi} = 0\,. \tag{1.82}$$

Определение векторов напряжённости магнитного поля. В сферической системе координат напряжённость магнитного поля имеет две компоненты, которые представляются следующими выражениями:

$\mathbf{H}_R = \sigma_K \mathbf{A}_R - grad U_R$ — радиальная компонента;

$\mathbf{H}_\theta = \sigma_K \mathbf{A}_\theta - grad\, U_\theta$ — касательная (ортогональная) компонента.

Радиальная компонента. В соответствии с полученным значением для магнитного потенциала $U_M = \frac{M}{4\pi R^2} e^{ikR}\left(1 - ikR\right)\cos\theta$ градиент этой величины по направлению R можно представить через её производную в следующем виде:

$$grad U_R = \frac{\partial U_R}{\partial R} = \partial_R \left[\frac{M}{4\pi R^2} e^{ikR}\cos\theta - \frac{(ik)M}{4\pi R} e^{ikR}\cos\theta \right] =$$

$$= \left[\frac{M}{4\pi R^3} e^{ikR}(-2) - \frac{(ik)M}{4\pi R^2} e^{ikR} \right]\cos\theta - \left[\frac{(ik)M}{4\pi R^2} e^{ikR}(-1) + \frac{(ik)M}{4\pi R^2} e^{ikR} \right]\cos\theta =$$

$$= -\frac{2M}{4\pi R^3} e^{ikR}\cos\theta + \frac{(ik)M}{4\pi R^2} e^{ikR}\cos\theta + \frac{(ik)M}{4\pi R^2} e^{ikR}\cos\theta + \frac{k^2 M}{4\pi R} e^{ikR}\cos\theta =$$

$$= \frac{M}{4\pi} e^{ikR}\cos\theta\left(\frac{2ik}{R^2} - \frac{2}{R^3} + \frac{k^2}{R} \right) = \frac{M}{4\pi R} e^{ikR}\cos\theta\left(\frac{2ik}{R} - \frac{2}{R^2} + k^2 \right) \tag{1.83}$$

Компонента вектора напряжённости магнитного поля, описываемая уравнением $\mathbf{H}_R = \gamma_K \mathbf{A}_R - grad\, U_R$, приобретает новое выражение после подстановки окончательного результата, соответствующего $grad\, U_R$:

$$\mathbf{H}_R = \gamma_K \mathbf{A}_R - grad U_R = \gamma_K \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R} e^{ikR}\cos\theta - \\ - \frac{\mathbf{M}}{4\pi R} e^{ikR}\cos\theta\left(\frac{2ik}{R} - \frac{2}{R^2} + k^2 \right) \quad . \tag{1.84}$$

Учитывая, что $\gamma_K = \gamma - i\omega\varepsilon$, выражение можно переписать в следующем виде:

$$\mathbf{H}_R = \left(i\omega\mu\gamma + \omega^2\varepsilon\mu\right)\frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\cos\theta - \frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\cos\theta\left(\frac{2ik}{R} - \frac{2}{R^2} + k^2\right). \quad (1.85)$$

Заменив $i\omega\mu\gamma + \omega^2\varepsilon\mu = k^2$, получим

$$\mathbf{H}_R = k^2\frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\cos\theta - \frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\cos\theta\left(\frac{2ik}{R} - \frac{2}{R^2} + k^2\right) =$$

$$= \frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\cos\theta\left(k^2 - \frac{2ik}{R} + \frac{2}{R^2} - k^2\right) = \frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\cos\theta\left(\frac{2}{R^2} - \frac{2ik}{R}\right) = . \quad (1.86)$$

$$= \frac{2\mathbf{M}}{4\pi R^3}e^{ikR}\cos\theta\left(1 - ikR\right)$$

Итак, радиальная составляющая напряжённости магнитного поля имеет следующий вид:

$$\mathbf{H}_R = \frac{2\mathbf{M}}{4\pi R^3}e^{ikR}\left(1 - ikR\right)\cos\theta. \quad (1.87)$$

Касательная компонента. Для ортогональной к сферическому радиусу компоненты напряжённости магнитного поля $\mathbf{H}_\theta = \gamma_K\mathbf{A}_\theta - grad\,U_\theta$ выполним операции, подобные с предыдущей магнитной компонентой, и путём подстановки полученной производной имеем следующие уравнения:

$$\mathbf{H}_\theta = \gamma\left(-\frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\right)\sin\theta + \frac{\mathbf{M}}{4\pi R^3}e^{ikR}\left(1 - ikR\right)\sin\theta =$$

$$= \left(-\frac{\left(i\gamma\omega\mu + \omega^2\varepsilon\mu\right)\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\right)\sin\theta + \frac{\mathbf{M}}{4\pi R^3}e^{ikR}\left(1 - ikR\right)\sin\theta = \quad . \quad (1.88)$$

$$= \frac{\mathbf{M}}{4\pi R}e^{ikR}\left(-k^2 + \frac{1}{R^2} - \frac{ik}{R}\right)\sin\theta = \frac{\mathbf{M}}{4\pi R^3}e^{ikR}\left(1 - ikR - k^2R^2\right)\sin\theta$$

В результате, для вектора напряжённости магнитного поля, направленного ортогонально к радиальному вектору, получено уравнение:

$$\mathbf{H}_\theta = \frac{\mathbf{M}}{4\pi R^3} e^{ikR} \sin\theta \left(1 - ikR - k^2R^2\right). \qquad (1.89)$$

Магнитный момент источника поля $\mathbf{M}$ — комплексная величина.

1.7. *Анализ компонент электромагнитного поля*[10]

Электрическая проводимость в воздухе и в вакууме отсутствует. В этих условиях постоянные величины ε_0 и μ_0 пренебрежимо малы, волновое число $k \to 0$ и величина $e^{ikR} \to 1$.

Выражения для компонент электромагнитного поля магнитного диполя в воздухе имеют следующий вид:

$$\mathbf{E}^0_\varphi = \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi R^2}\sin\theta\,; \qquad \mathbf{H}^0_R = \frac{\mathbf{M}}{4\pi R^3}\cos\theta\,; \qquad \mathbf{H}^0_\theta = \frac{\mathbf{M}}{4\pi R^3}\sin\theta\,. \quad (1.98)$$

Уравнения для векторов напряжённостей электромагнитного поля (1.80), (1.87) и (1.89), выраженные в единицах прямого поля в воздухе $(\mathbf{E}^0_\varphi; \mathbf{H}^0_R; \mathbf{H}^0_\theta)$, принимают следующий вид:

$$e_\varphi = \frac{\mathbf{E}_\varphi}{\mathbf{E}^0_\varphi} = e^{ikR}\left(1 - ikR\right); \qquad h_R = \frac{\mathrm{H}_R}{\mathrm{H}^0_R} = e^{ikR}\left(1 - ikR\right);$$

$$h_\theta = \frac{\mathbf{H}_\theta}{\mathbf{H}^0_\theta} = e^{ikR}\left(1 - ikR - k^2R^2\right). \qquad (1.99)$$

Относительные величины e_φ, h_R, h_θ и компоненты, их определяющие, являются комплексными значениями полей. Это означает, что они могут быть представлены через амплитуду и фазу.

---

[10] Электродинамические процессы в горных породах осадочного происхождения отличаются от других сред наличием полного набора электрофизических параметров в отличие, например, от вакуума. Во многих случаях в осадочных горных породах соотношения между электропроводностью, диэлектрической и магнитной проницаемостью могут значительно меняться. В частности, если применить электромагнитные поля с низкими скоростями гармонических колебаний в породах с низким удельным сопротивлением среды, то появляется возможность пренебречь вкладом диэлектрической проницаемости той же среды. Такой режим взаимодействия электромагнитного поля принято называть *квазистационарным* (квазистационарный ток, квазистационарный процесс).

Модуль относительных амплитуд и их фаза имеют вид:

$$\left|A_{e_\varphi}\right| = \left|A_{h_R}\right| = e^{-bR}\sqrt{(1+bR)+(bR)^2};\ \varphi = aR - arctg\left[\frac{aR}{1+bR}\right]. \quad (1.91)$$

Активная и реактивная компоненты этих полей имеют следующий вид:

$$\mathrm{Im}\,A_\varphi = \mathrm{Im}\,A_R = A_\varphi \sin\phi_\varphi\ ; \quad (1.92)$$

$$\mathrm{Re}\,A_\varphi = \mathrm{Re}\,A_R = A_\varphi \cos\phi_\varphi\ . \quad (1.93)$$

Амплитуда для компоненты магнитного поля h_θ имеет следующее выражение:

$$A_\theta = \sqrt{\left[\left(1+bR+b^2R^2-a^2R^2\right)^2+\left(aR+2abR^2\right)^2\right]e^{-bR}}\ ; \quad (1.94)$$

$$\phi_\theta = aR - ctg\,\frac{aR+2abR^2}{1+bR+b^2R^2-a^2R^2}\ . \quad (1.95)$$

Активная и реактивная компоненты поля h_θ представляются в виде

$$\mathrm{Im}\,h_\theta = A_\theta \sin\phi_\theta\ ; \quad (1.96)$$

$$\mathrm{Re}\,h_\theta = A_\theta \sin\phi_\theta\ . \quad (1.97)$$

В выражениях для амплитуд, фаз, активной и реактивной составляющих параметры a и b являются реальной (вещественной, действительной) и мнимой величинами волнового числа $k = a + ib$.

Первый вариант даётся для точек в координатах $X - Y$, где $X = \mathrm{Im}h_z$, $X = \mathrm{Im}\,h_Z$, $Y = 1 - \mathrm{Re}\,h_Z$ и фаза $\varphi = arctg\,\dfrac{\mathrm{Im}\,h_Z}{1-\mathrm{Re}\,h_Z}$.

Второй вариант позволяет построить фазовую траекторию в прямоугольных координатах, например, когда $Y = \dfrac{d\,(\mathrm{Im}\,h_z)}{dz}$ и $X = \mathrm{Im}\,h_Z$.

1.8. *Поле диполя в квазистационарном приближении*

Квазистационарное поле магнитного диполя в однородной среде соответствует условию, когда можно пренебречь величиной токов смещения относительно токов проводимости. В этом случае волновые процессы элек-

тромагнитного поля отсутствуют. Распространение поля имеет затухающий характер, обусловленный диффузионным процессом токов проводимости в среде.

Условие «малости» токов смещения позволяет представить уравнение для волнового числа

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon\mu - i\sigma\omega\mu\left(1 - \frac{\omega\varepsilon}{\gamma}\right). \qquad (1.100)$$

В квазистационарном приближении волновое число имеет следующий вид: $k^2 = k_{квз}^2 = -i\sigma\omega\mu$ или

$$k_{квз} = \sqrt{\omega\sigma\mu}\sqrt{i} = \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}(1+i) = \frac{1}{\delta}(1+i) = \frac{1+i}{\delta}\ ^{11} \qquad (1.101)$$

Из этого равенства вещественная часть представляется величиной $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}$, которую принято называть толщиной скин-слоя в единицах длины [*м*].

Физическая сущность скин-слоя или скин-эффекта (δ) заключается в уменьшении амплитуды компонент e_φ и h_Z в e раз на расстоянии δ от источника поля. Исходя из зависимости для скин-слоя, можно констатировать, что толщина скин-слоя тем меньше, чем выше частота колебаний поля и больше удельная электропроводность среды.

Отсюда следует возможность регулирования глубины проникновения поля в исследуемую среду путём выбора частоты для зондового комплекса, обеспечивающего частотное зондирование. При этом как электропроводность, так и частота поля тождественны в проникновении индукционных токов в проводящей среде. Под тождественностью будем понимать постоянство толщины скин-слоя за счёт произведения $\sigma\omega = const$. Это означает, что восстановление неизвестного распределения электропроводности в окрестности скважины, вызванное давлением буровой жидкости на породу в про-

[11] $\sqrt{i} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$. Возводя в квадрат, имеем адекватное равенство: $i = \frac{1}{2}(1+2i-1) = i$.

цессе бурения, возможно, если автоматически изменять частоту в зондовом устройстве. Зная вариацию частоты, можно рассчитывать на определение электрических свойств в радиально неоднородных средах.

Однако, более простым, во всяком случае, уже освоенным, способом радиального зондирования является устройство с *N*-ым количеством трёхэлементных зондов разной длины и с тем же количеством разных частот.

Эта идея заложена в комплекс высокочастотного индукционного каротажного изопараметрического зондирования (ВИКИЗ). Здесь заложен принцип изопараметров. Один из них — изопараметр электродинамического подобия — $L_{ij}\sqrt{f_i} = const$, L_{ij} — длины зондов [*м*], f — гармоническая частота в [*Гц*]; $i = 1, 2, \ldots, 5$ — порядковые номера трёхэлементных зондов; $j = 1, 2$ — номера длинного и короткого зондов в составе трёхэлементного зонда.

Компоненты поля магнитного диполя в квазистационарном приближении. Выражение для магнитной компоненты поля на оси магнитного диполя в цилиндрических координатах запишется в следующем виде:

$$h_Z = \frac{\mathbf{H}_L}{\mathbf{H}_L^0} = e^{ikL}(1 - ikL), \qquad (1.102)$$

где $\mathbf{H}_L^0$ — вертикальная компонента поля в воздухе.

С введением понятия о скин-слое $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}}$ и расстояния L между элементами зонда, представим величину kL безразмерным параметром p

$$kL = L\sqrt{\frac{\omega\gamma\mu}{2}} = p\ . \qquad (1.103)$$

После подстановки комплексной безразмерной величины *индукционного числа* p в выражения для относительных компонент электрической и магнитной компонент поля на оси магнитного диполя, получим новое их представление:

$$e_\varphi = \frac{\mathbf{E}_\varphi}{\mathbf{E}_\varphi^0} = e^{ip(1+i)}\left[1 - ip(1+i)\right] = e^{ip}e^{-p}\left[(1+p) - ip\right], \qquad (1.104)$$

$$h_L = \frac{\mathbf{H}_L}{\mathbf{H}_L^0} = e^{ip(1+i)}\left[1 - ip(1+i)\right] = e^{ip}e^{-\rho}\left[(1+p) - ip\right]. \qquad (1.105)$$

Как видно из выражений (1.104) и (1.105), правые части этих компонент поля совпадают. Следовательно, результаты анализа какой-либо одной из компонент поля о связях с различными параметрами, определяющими индукционное число, правомерно распространять и на другую компоненту.

Учитывая комплексный характер относительных компонент электрического и магнитного полей, рассмотрим компоненту h_Z и представим её в виде активной и реактивной составляющих, согласно формуле Эйлера:

$$\begin{aligned} h_L &= e^{ip}e^{-p}\left[(1+p) - ip\right] = e^{-p}(\cos p + i\sin p)\left[(1+p) - ip\right] = \\ &= e^{-p}\left[\cos p(1+p) - ip\cos p + i\sin p(1+p) + p\sin p\right] = \\ &= e^{-p}\left[(1+p)\cos p + p\sin p\right] + ie^{-p}\left[(1+p)\sin p - p\cos p\right] \end{aligned} . \qquad (1.106)$$

В итоге имеем следующие выражения для реактивной $\mathrm{Re}\,h_L$ и активной $\mathrm{Im}\,h_L$ компонент магнитного поля:

$$h_L^{реакт} = \frac{\mathbf{H}_L}{\mathbf{H}_L^0} = e^{-p}\left[(1+p)\cos p + p\sin p\right]; \qquad (1.107)$$

$$h_L^{актив} = \frac{\mathbf{H}_L}{\mathbf{H}_L^0} = ie^{-p}\left[(1+p)\sin p - p\cos p\right]. \qquad (1.108)$$

Выражение для модуля амплитуды:

$$|h_L| = e^{-p}\sqrt{(1+p)^2 + p^2}\ . \qquad (1.109)$$

Выражение фазы для модуля $|h_L|$:

$$\varphi = p - arctg\frac{p}{1+p} = arctg\frac{\mathrm{Im}\,h_L}{1 - \mathrm{Re}\,h_L}. \qquad (1.110)$$

В общем виде, когда двухэлементный зонд находится в проводящей поляризующейся среде, в измерительной катушке зонда возбуждается ЭДС, которую можно представить следующими последовательными уравнениями:

$$\begin{aligned} e &= -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = i\omega\Phi = \oint E_\varphi dl = i\frac{\omega\mu M}{4\pi L^2}e^{ikL}(1 - ikL)\sin\theta = \\ &= i\frac{\omega\mu M M_{изм}}{2\pi L^3}e^{ikL}(1 - ikL) \end{aligned} . \qquad (1.111)$$

Здесь $M_{изм} = sn$ — момент измерительной катушки, совпадающий с моментом генераторной катушки зонда; s — площадь витков; n — количество витков; L — длина зонда.

При размещении зонда в воздухе (среда–изолятор), ЭДС в измерительной катушке принято называть «ЭДС прямого поля»:

$$e^0 = i\frac{\omega\mu M_Г M_И}{2\pi L^3} \ . \qquad (1.112)$$

Относительная величина электродвижущей силы от среды в долях прямого поля в воздухе имеет вид:

$$e_{отн.} = \frac{e}{e^0} = e^{ikL}\left(1 - ikL\right) . \qquad (1.113)$$

Для квазистационарного поля в однородной изотропной среде относительная ЭДС определяется индукционным параметром в следующем виде:

$$e_{отн.квз} = \frac{e_{квз}}{e^0} = e^{ip}e^{-p}\left[\left(1+p\right) - ip\right] . \qquad (1.114)$$

Для активной и реактивной составляющих ЭДС имеем:

$$e_L^{актив} = ie^{-p}\left[\left(1+p\right)\sin p - p\cos p\right] , \qquad (1.115)$$

$$e_L^{реакт} = e^{-p}\left[\left(1+p\right)\cos p + p\sin p\right] . \qquad (1.116)$$

Относительные величины для электродвижущих сил (1.115) и (1.116) и магнитных компонент поля (1.107) и (1.108), выраженные в единицах ЭДС поля в воздухе, отображаются идентичными уравнениями. Это позволяет приписывать результаты анализа одного из них на другие характеристики поля. Так, реальная компонента поля и реактивная компонента ЭДС, мнимая компонента поля и активная компонента ЭДС взаимосвязаны. Такая же идентичность относится к выражениям, описывающим фазу ЭДС и фазу поля.

В главе 2 этого раздела анализ основных характеристик электромагнитного поля, а также различные их комбинации, обеспечивающие фокусирующие свойства индукционных зондов.

На основе численного моделирования задач каротажа ниже будут анализироваться зондовые системы для зондирования геологической среды. При этом разрешающая способность геоэлектрического разреза рассматривается как одна из важнейших характеристик при определении истинного удельного сопротивления пластов-коллекторов.

Заключение

На основе уравнений Максвелла рассмотрена процедура получения основных уравнений электродинамики для исследования скважин индукционными методами. Показана связь характеристик поля (модуля амплитуды поля, фазы, активной и реактивной компонент) с параметрами геоэлектрической среды и конструктивными параметрами зондов через обобщённый параметр — индукционное число, равное отношению длины зонда к толщине скин-слоя. На основе полученных уравнений определяют и оптимизируют операционные параметры скважинных устройств (гармонические частоты и длины зондов) обычно для условий конкретного геоэлектрического разреза.

Контрольные вопросы

1. *Укажите основные физические причины, от которых зависит удельное электрическое сопротивление осадочных пород.*
2. *Укажите основные породообразующие минералы терригенных пород.*
3. *Какие законы электромагнетизма были получены предшественниками Максвелла?*
4. *В чём проявилась гениальность электродинамических уравнений Максвелла?*
5. *Какими параметрами определяется электромагнитное поле?*
6. *Как связан вектор напряжённости магнитного поля с вектором магнитной индукции?*
7. *Как обнаруживает себя ток смещения? В чём общность этого тока с током проводимости?*
8. *Какими параметрами определяется волновое число?*
9. *В каких условиях параметров среды можно пренебречь её диэлектрическими свойствами?*
10. *В чём заключается физическая сущность электромагнитного скин-эффекта?*

ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДОВ

Введение

Электромагнитный (индукционный) метод широко распространён в промысловой геофизике при определении удельного сопротивления горных пород. Его применение наиболее результативно в разрезах с относительно низкими удельными сопротивлениями пластов. Эффективность индукционных методов сохраняется в условиях скважин, бурение которых выполняют с использованием нефти, а также в «сухих» скважинах с продувкой ствола воздухом. Индукционные методы применяют для мониторинга электропроводности пластов-коллекторов через обсадные трубы из стеклопластика.

В нашей стране работами специалистов многих научно-исследовательских и производственных организаций был решён обширный круг вопросов по теории индукционного метода, конструирования и интерпретации результатов измерений.

Детально исследовано поле вертикального магнитного диполя, расположенного на оси цилиндрически-слоистой среды («скважина–зона проникновения–пласт») и в пластах ограниченной мощности, что позволило получить представление об основных закономерностях поведения компонент переменного магнитного поля на оси магнитного диполя в зависимости от параметров геоэлектрического разреза. На начальном этапе становления индукционного каротажа важную роль в развитии теории метода сыграли приближенные способы расчёта полей, каждый из которых основывается на определённых физических представлениях о распределении индуцированных токов в геологических пространствах [1, 2]. Полезными были результаты электролитического [3] и кольцевого [4] моделирования.

Многообразие индукционных зондов явилось следствием оптимизации радиальных и вертикальных характеристик, с улучшением чувствительности зондов к параметрам среды. Повышение частоты гармонических колебаний

в зондах индукционных методов приводит к росту измеряемых ЭДС и улучшению вертикальных характеристик. Однако, диапазон удельных сопротивлений ограничивается областью неоднозначности измерений, например, при регистрации активной компоненты поля, вызванной взаимодействием токов, индуцированных в исследуемой среде.

В лаборатории электромагнитных полей Института геологии и геофизики СО РАН были изучены основные закономерности высокочастотных электромагнитных полей (десятки, сотни и тысячи килогерц) [7, 8, 9], а также созданы макеты аппаратуры высокочастотного индукционного каротажа. После многочисленных испытаний в скважинах в ОКБ ГА УССР были изготовлены опытные приборы высокочастотного индукционного каротажа (ВИК). Выпуск приборов ВИК производился Киевским опытно-экспериментальным заводом геофизического приборостроения [10].

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, электромагнитные поля на частотах порядка сотен килогерц в определённых геоэлектрических условиях имеют достаточно большую глубину проникновения в исследуемую среду. Одним из важнейших факторов, снижающих глубину исследования, по мере увеличения частоты, является скин-эффект. Детальное исследование электромагнитных полей, используемых в индукционных зондах различной конструкции, позволило уточнить границы и области применимости тех или иных компонент поля. При этом было обосновано использование максимально высоких частот, отличающихся от «стандартных» на два десятичных порядка. На этом пути открылись новые возможности создания систем высокочастотных индукционных изопараметрических зондирований с высокой разрешающей способностью при различных параметрах скважины, зоны проникновения, окаймляющей зоны, пласта и вмещающих пород.

Теория индукционных методов опирается на уравнения Максвелла, изложенные в первой главе. На основе этой теории выявляются закономерности компонент электромагнитного поля индукционных зондов с одномерными и многомерными моделями, имитирующими геоэлектрические разрезы, пересекаемые скважинами.

Число моделей, допускающих относительно простые аналитические решения, в задачах индукционного каротажа весьма ограничено. Широко известны решения, позволившие исследовать поведение вертикальной компоненты магнитного поля магнитного диполя в средах с вертикальными цилиндрическими и горизонтальными плоскими границами. В более сложных моделях, таких как «скважина–пласт ограниченной толщины», привлекаются весьма громоздкие методы, например, метод интегральных уравнений [11]. Численное исследование электромагнитных полей при решении прямых задач теории индукционного каротажа также широко применяется для моделирования. При условиях минимизированной погрешности особое значение приобретают приближенные способы расчёта, обеспечивающие во многих моделях достаточную для практики точность.

К приближенным способам относятся метод предельно малого параметра [1], и метод, учитывающий скин-эффект во внешней области [2].

На основе строгих и приближенных расчётов ниже приведены результаты анализа важнейших характеристик индукционного каротажа с применением высоких частот. Установлены основные закономерности поведения высокочастотного электромагнитного поля в средах с цилиндрическими и горизонтальными границами раздела. Исследованы радиальные и вертикальные характеристики зондов, их фокусирующие свойства и форма кривых профилирования при каротаже, и т.д. [10].

2.1. *Приближенная теория индукционного каротажа в интервале предельно низких частот*

Рассмотрим модель, принятую в теории индукционного каротажа. На рис. 2.1 показана схема элементов среды и датчики зонда с линиями индукции электромагнитного поля: $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}^0_\varphi, \mathbf{E}'_\varphi, \mathbf{E}''_\varphi$.

Однородная среда V с электропроводностью σ, окружающая зонд, состоящий из излучающей ($И$) и приёмной ($П$) катушек, содержит объёмные кольца v_1, v_2, $v_3 \ldots v_n$ произвольного сечения s_1, s_2, $s_3 \ldots s_n$ с электропровод-

ностями $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \ldots \sigma_n$. Такое представление модели позволяет формировать в среде неоднородные с ней объёмы включений, симметричные оси зонда. Это может быть скважина, зона проникновения с фильтратом бурового раствора и т.п. Момент генераторного диполя $\mathbf{M}_Г$ изменяется по гармоническому закону: $\mathbf{M}_Г = \mathbf{M}_0 e^{-i\omega t}$.

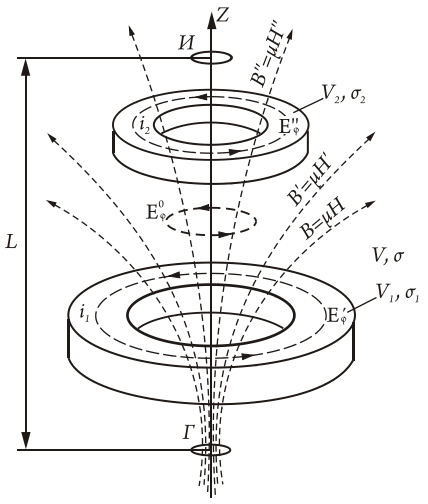


Рис. 2.1. *Схематическое изображение магнитных силовых линий источника гармонического поля и токовых линий, индуцированных в элементарных объёмах среды и в приёмной катушке зонда*

В цилиндрической системе координат электрическое поле имеет только одну компоненту $\mathbf{E}_\varphi$. Токи, индуцированные в областях, неоднородных со средой по электропроводности, не пересекают поверхностей объёмных колец. Силовые линии магнитного поля, сконцентрированные в магнитном диполе (в полости индукционного витка), описывают замкнутые окружности, плоскость которых совпадает с осью магнитного момента диполя (осью зонда).

Вертикальная компонента магнитного поля $\mathbf{H}_Z$, пронизывая площади витков приёмной катушки (*И*), представляется в следующем виде:

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_Z^V + \sum_{i=1}^{n} \int_{S_i} \mathbf{H}_Z^{V_i}(r_i, z_i)\, J_\varphi(r_i, z_i) ds \ . \qquad (2.1)$$

Здесь: 1. $\mathbf{H}_Z$ — магнитное поле магнитного диполя в однородной среде V с электрической проводимостью σ. Напряжённость магнитного поля в воздухе ($\sigma = 0$) определяется следующим выражением:

$$\mathbf{H}_Z^V = \mathbf{H}_Z^0 = \frac{2\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi L^3},$$

где L — длина двухэлементного зонда.

2. $\mathbf{H}_Z^{V_i}(r_i, z_i)$ — напряжённость магнитного поля токового кольца с радиусом r_i в плоскости $z = z_i$ с единичной силой тока.

3. $J_\varphi(r_i, z_i)$ — добавочная плотность тока в сечении объёмного кольца V_i, «инородная» по отношению к токам в однородной среде, определяемая выражением $J_\varphi(r_i, z_i) = (\sigma_i - \sigma)|\mathbf{E}_\varphi(r_i, z_i)| = (\sigma_i - \sigma)\mathbf{E}_\varphi(r_i, z_i)$.

Физический смысл выражения для поля $\mathbf{H}_Z$ в том, что части среды с кольцевыми включениями приписывается иная электропроводность $(\sigma_i - \sigma)$ и, следовательно, иные плотности токов $(\sigma_i - \sigma)\mathbf{E}_\varphi$, протекающие в этих частях среды. При этом интегралы в выражении для поля $\mathbf{H}_Z$ учитывают магнитные поля в среде V, созданные токами, протекающими в объёмах $v_1, v_2, v_3 \ldots v_n$.

В ряде практических случаев, когда аналитически определены электрические поля в участках среды $v_1, v_2, v_3 \ldots v_n$, уравнение становится основой приближенных методов расчёта магнитного поля.

Приближенная теория индукционного каротажа, предложенная Г. Доллем [1], исходит из того, что напряжённость электрического поля $\mathbf{E}_\varphi$ появляется только за счёт первичного поля $\mathbf{H}_Z^0$. В проводящей среде одновременно с напряжённостью электрического поля $\mathbf{E}_\varphi$ возникают вихревые токи. При теоретическом анализе полей катушку малых размеров по сравнению с расстоянием до измерителя поля и диаметром скважины, обычно, заменяют магнитным диполем, величина момента которого меняется во времени по гармоническому закону:

$$M = nSIe^{-i\omega t}. \qquad (2.2)$$

Здесь nS — общая площадь всех витков катушки; I и ω — амплитуда тока, и его круговая гармоническая частота.

Эта теория была создана американским геофизиком Г. Доллем в 40-х годах прошлого столетия. Допущение (предположение) Долля тем точнее отра-

жает физическую действительность среды, чем меньше её электропроводность, ниже частота источника первичного поля и меньше размеры внутренней области среды, примыкающей к диполю. Многочисленные опыты, эксперименты и, главное, практика работ в скважинах подтвердили её справедливость. При этом во внутренней области среды явление скин-эффекта отсутствует. Это означает, что на напряжённость электрического поля не влияют токи, индуцированные не только во внутренней (близкой к источнику), но и во внешней области среды (удалённой от источника). Вместе с тем, взаимодействие токов в той или иной мере всегда присутствует. Это связано с такими параметрами как удаление от источника, повышение частоты колебаний поля или увеличение электропроводности. Тем не менее, в окрестности первичного источника всегда можно выделить внутреннюю область, в которой активная составляющая тока значительно преобладает над реактивной, неизбежной «спутницей» скин-эффекта. Следовательно, при достаточно низкой частоте или высоком удельном сопротивлении вторичное магнитное поле будет определяться только одним током, а именно вихревыми токами от первичного источника, определяющим активную компоненту. Сигналы от реактивных токов пренебрежимо малы.

Определение геометрического фактора. В основе понятия о геометрическом факторе заложен элемент среды в виде умозрительного кольца в непроводящей среде (в воздухе). В сферической системе координат, с полярной осью *Z*, направленной вдоль оси генераторной катушки, для магнитных составляющих поля имеем следующие выражения (в соответствии с рис. 2.2 [см. рис. 1.2 в гл. 1]):

$$\mathbf{H}_R^0 = \frac{2\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi R^3}\cos\theta \qquad (2.3)$$

$$\mathbf{H}_\theta^0 = \frac{\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi R^3}\sin\theta\,. \qquad (2.4)$$

При азимутальном угле $\theta = 0$:

$$\mathbf{H}_R^0 = \frac{2\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi R^3} \quad \text{и} \quad \mathbf{H}_\theta^0 = 0\,.$$

При $\theta = 90$:

$$\mathbf{H}_R^0 = 0 \qquad \text{и} \qquad \mathbf{H}_\theta^0 = \frac{\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi R^3}.$$

Вертикальная компонента магнитного поля $\mathbf{H}_Z^0$ может быть выражена через сферические координаты в следующем виде:

$$\mathbf{H}_Z^0 = \frac{2\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi R^3}\left(3\cos^2\theta - 1\right). \tag{2.5}$$

Отсюда на оси Z ($\theta = 0, \pi$) вертикальная компонента поля диполя в воздухе равна:

$$\mathbf{H}_Z^0 = \mathbf{H}_R^0 = \frac{2\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi R^3}. \tag{2.6}$$

Циркуляцию электрического поля $\mathbf{E}_\varphi(r,z)$ в контуре с радиусом r, расположенного в плоскости, нормальной к оси диполя и отстоящей от него на расстоянии $z = \sqrt{R^2 + r^2}$ (рис. 2.2), можно определить как скорость изменения магнитного потока $\mathbf{\Phi}$, пронизывающего площадь кольца. Величина электрического поля вычисляется в соответствии с предположением Г. Долля с учётом формулы (2.5) в следующей последовательности:

$$\begin{aligned}\oint \mathbf{E}_\varphi(r,z)\,dl = -\frac{\partial \mathbf{\Phi}}{\partial t} = -\mu\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{H}_Z^0 dS = -\frac{2\mu}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\int_S \frac{1}{R^3}\left(3\cos^2\theta - 1\right)dS = \\ = \frac{i\omega\mu\mathbf{M}_\Gamma 2\pi}{4\pi}\int_0^r \frac{1}{R^3}\left(3\frac{z^2}{R^2} - 1\right)r\,dr = i\frac{\omega\mu\mathbf{M}_\Gamma r^2}{2R_1^3}\end{aligned}. \tag{2.7}$$

Циркуляцию напряжённости электрического поля $\mathbf{E}_\varphi(r,z)$ по контуру $2\pi r$ естественно представить следующим равенством:

$$\oint \mathbf{E}_\varphi(r,z)\,dl = 2\pi r\mathbf{E}_\varphi. \tag{2.8}$$

Таким образом, для напряжённости электрического поля получаем следующее выражение:

$$\mathbf{E}_\varphi(r,z) = i\frac{\omega\mu\mathbf{M}_\Gamma r}{4\pi R_1^3}. \tag{2.9}$$

Магнитное поле $\mathbf{H}_Z^{V_i}$, создаваемое на оси Z токовым кольцом радиуса r, принадлежащим области V_i определяется следующим соотношением:

$$\mathbf{H}_Z^{V_i} = \frac{\mathbf{M}_K}{2\pi R_2^3} = \sigma_i \mathbf{E}_\varphi (r,z) \frac{r^2}{2R_2^3} \,. \qquad (2.10)$$

С учётом (2.9) получим

$$\mathbf{H}_Z^{V_i} = i \frac{\sigma\mu\omega\mathbf{M}}{4\pi} \frac{r^2}{2R_1^3 R_2^3} \qquad (2.11)$$

Суммарная напряжённость поля на оси диполя, как следует из (2.1)–(2.4), равна:

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_Z^0 + \sum \mathbf{H}_Z^{V_i} = \frac{\mathbf{M}_\Gamma}{2\pi L^3} + \frac{i\omega\mu\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi} \sum_{i=1}^{n} \gamma_{(n)} \int_{S_i} \frac{r^3}{2R_1^3 R_2^3} dS = \\ = \frac{\mathbf{M}_\Gamma}{2\pi L^3} + i \frac{\omega\mu\mathbf{M}_\Gamma}{4\pi L} \sum_{i=1}^{n} \gamma_{(i)} Q_{(i)} \qquad . \qquad (2.12)$$

Здесь и в (2.11) $\mathbf{M}_\Gamma = \mathbf{M}$ — магнитный момент возбудителя поля (генераторной катушки зонда), L — длина зонда; Q — геометрический фактор i-го участка среды.

Геометрический фактор Q объёма среды, симметричного зонду с площадью сечения S_i определяется следующим выражением:

$$Q = \frac{L}{2} \int_{S_i} \frac{r^3}{R_1^3 R_2^3} dS \,. \qquad (2.13)$$

Геометрический фактор полностью определяется размерами и положением в пространстве среды элементарного кольца с площадью $\pi r_к^2$ относительно генераторной и измерительной катушек, разнесённых на расстояние L. Генераторная катушка с током, изменяющимся по гармоническому закону, помещённая в электропроводящую среду, создаёт в ней своим магнитным полем вихревой ток той же гармонической частоты. Этот ток, в свою очередь, образует вторичное магнитное поле, сдвинутое по фазе относительно прямого поля на угол $\pi/2$ и, согласно (2.12), имеет следующую связь с параметрами среды:

$$\mathbf{H}_Z^a = \frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L} \sum_{i=1}^{n} \sigma_i Q_i \,, \qquad (2.14)$$

$\mathbf{H}_Z^a$ — активная компонента суммарной напряжённости магнитного поля.

Понятие о кажущейся электропроводности. Если среда, окружающая зонд, однородна и изотропна во всех направлениях и имеет электропроводность σ, то, измеряя активную компоненту магнитного поля, можно установить следующую связь проводимости σ с полем и параметрами установки:

$$\sigma = \frac{\mathbf{H}_Z^a}{\frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}}, \tag{2.15}$$

поскольку геометрический фактор для однородной среды $Q = 1$ [1].

В общем случае неоднородной среды с симметричными включениями электропроводностей вокруг оси зонда (цилиндрически-слоистая среда) вводят величину кажущейся удельной электропроводности:

$$\sigma_к = \frac{\mathbf{H}_Z^{a(неодн.)}}{\frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i Q_i \,. \tag{2.16}$$

Из этого выражения видно, что *кажущаяся электропроводность связана с параметрами неоднородной среды так же, как магнитные поля.* Кажущаяся электропроводность по теории Г. Долля определяется геометрическими факторами *i*-ых областей и длиной зонда.

Радиальные характеристики двухэлементных зондов на основе геометрической фокусировки. Рассмотрим среду с двумя симметричными цилиндрическими границами. Такая модель описывает скважину с радиусом a_c и проводимостью σ_c, зону проникновения с радиусом $a_{зп}$ и электропроводностью $\sigma_{зп}$ и безграничный пласт с электропроводностью $\sigma_п$. В соответствии с (2.16) в такой среде

$$\sigma_к = \sigma_c Q_c + \sigma_{зп} Q_{зп} + \sigma_п Q_п \,. \tag{2.17}$$

Здесь Q_c, $Q_{зп}$, $Q_п$ — геометрические факторы скважины, зоны проникновения и пласта.

Если выражать кажущуюся удельную проводимость $\sigma_к$ в единицах удельной проводимости пласта, то из (2.16) получим:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_п} = \frac{\mathbf{H}_Z^a}{\frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}\sigma_п} \,. \tag{2.18}$$

Знаменатель в выражении (2.18) $\frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}\sigma_n$ представляет собой активную компоненту магнитного поля первичного источника в однородной среде с проводимостью пласта — $\left(\mathbf{H}_Z^a\right)^{однор.}$. Тогда, получаем:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_n} = \frac{\mathbf{H}_Z^a}{\left(\mathbf{H}_Z^a\right)^{однород.}}. \qquad (2.19)$$

Таким образом, относительная кажущаяся удельная проводимость определяется отношением активных компонент сигналов. В числителе — сигнал от неоднородной среды, в знаменателе — от однородной среды.

Геометрический фактор скважины, неограниченной в вертикальном направлении, можно записать, согласно (2.13), в следующем виде:

$$Q_c = \frac{L}{2a_c}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{V}^{r/a_c}\frac{r^3 dr dz}{\sqrt{\left(r^2+z^2\right)^3}\sqrt{\left[\left(\frac{L}{a_c}-z\right)^2+r^2\right]^3}}. \qquad (2.20)$$

Величина геометрического фактора скважины Q_c зависит от безразмерного параметра, определяемого отношением длины зонда к радиусу скважины ($L/a_c = \alpha$).

Геометрический фактор зоны проникновения равен разности между геометрическим фактором цилиндра с радиусом зоны проникновения и геометрическим фактором цилиндра с радиусом скважины:

$$Q_{зп} = Q_r = a_{зп}\left(\frac{L}{a_{зп}}\right) - Q_r = a_c\left(\frac{L}{a_c}\right). \qquad (2.21)$$

Геометрический фактор пласта меньше единицы на величину геометрического фактора цилиндра с радиусом, равным радиусу зоны проникновения.

$$Q_n = 1 - Q_{r=a_{зп}}\left(\frac{L}{a_{зп}}\right). \qquad (2.22)$$

Таким образом, при определении кажущегося удельного сопротивления или активной компоненты магнитного поля в средах с цилиндрическими поверхностями раздела весьма важную роль играет понятие геометрического фактора цилиндра.

Известно несколько эквивалентных аналитических выражений для величины $Q_c(\alpha)$. Например, в работе [2] получено следующее выражение для геометрического фактора скважины:

$$Q_c(\alpha) = 1 - \frac{2\alpha}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{m}{2}\left[2K_0(m)K_1(m) - m\left(K_1^2 - K_0^2\right)\right]\cos\alpha m\, dm. \quad (2.23)$$

Здесь $K_0(m)$ и $K_1(m)$ — функции Макдональда.

Геометрический фактор скважины может быть также выражен через эллиптические интегралы первого и второго родов [11]:

$$Q_c(\alpha) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4}{\alpha^2}}}\left\{E(k) + \frac{2}{\alpha^2}\left[E(k) - K(k)\right]\right\}. \quad (2.24)$$

Здесь $k = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+4}}$.

При малых значениях параметра α функция $Q_c(\alpha)\sqrt{b^2-4ac}$ близка к единице и имеет вид:

$$Q_c(\alpha) = 1 - 0{,}586\alpha\ . \quad (2.25)$$

Если $\alpha \to 0$ (длина зонда значительно превышает радиус скважины), то:

$$Q_c(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{3\ln 2\alpha - 4{,}25}{\alpha^4}\ . \quad (2.26)$$

Значения величины геометрического фактора цилиндра как функции параметра α приведены в приложении к книге [10] в интервале α от 0,1 до 10 с шагом 0,01 и от 10 до 20 с шагом 0,05.

Кажущуюся электропроводность, выраженную соотношением (2.17), можно представить в следующем виде, если учесть (2.21) и (2.22):

$$\sigma_к = (\sigma_c - \sigma_{зп})Q_c\left(\frac{L}{a_c}\right) + (\sigma_{зп} - \sigma_п)Q_c\left(\frac{L}{a_{зп}}\right) + \sigma_п. \quad (2.27)$$

Из (2.27) следует, что кажущаяся электропроводность тем меньше отличается от проводимости пласта, чем меньше контрастность между электропроводностями сред ($\sigma_c, \sigma_{зп}, \sigma_п$) и, главное, чем меньше геометрический фактор зонда в цилиндрах с радиусами скважины и зоны проникновения (a_c и $a_{зп}$).

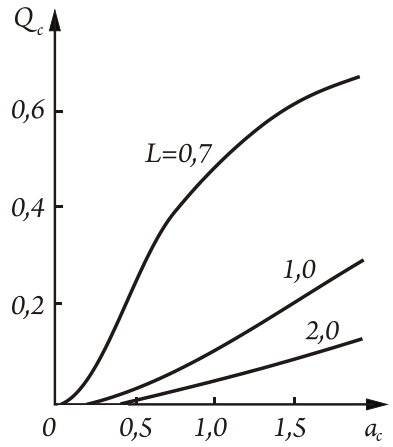


Рис. 2.3. *Зависимость $Q_c(a_c)$ для L_i*

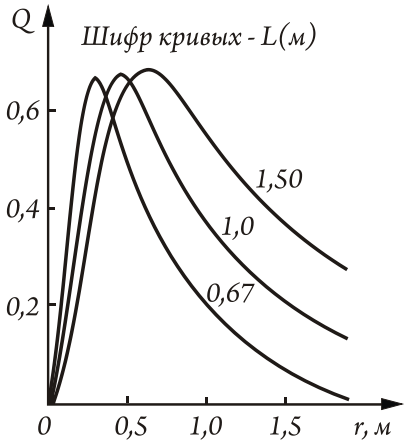


Рис. 2.4. *Дифференциальная зависимость $Q(r)$ для L_i*

Зависимость геометрического фактора от радиуса скважины при фиксированном значении длины зонда принято называть *радиальной характеристикой двухэлементного зонда* — $Q_c(a_c)$.

На рис. 2.3 приведены графики функции $Q_c(a_c)$ для различных по длине зондов (шифр кривых). Как видно, геометрический фактор на начальном участке значений a_c тем меньше, чем больше длина зонда. Кроме того, с увеличением L уменьшается возрастание геометрического фактора. Для оценки характеристик индукционного зонда Г. Доллем введено понятие дифференциального геометрического фактора [1], представляющего собой геометрический фактор тонкой цилиндрической оболочки, нормированный на её толщину. На рис. 2.4 приведены графики зависимости дифференциального геометрического фактора Q_r от радиуса (r) тонкого проводящего цилиндрического слоя. Из графиков видно, что с увеличением длины зонда максимум чувствительности смещается, удаляясь от оси зонда.

Отметим, что максимум кривых располагается на расстоянии, немного меньшем половины длины зонда. При малых расстояниях до границы цилиндрической области чувствительность низкая и уменьшается с увеличением длины зонда. Так, например, если расстояние уменьшится с 0,2 *м* до 0,1 *м*, то для зонда длиной 0,67 *м* геометрический фактор снижается в 2,6 раза, а для зонда $L = 1{,}5$ *м* — в 4 раза.

С учётом всего сказанного можно сделать вывод, что чем меньше геометрический фактор в радиальном направлении, тем шире диапазон радиусов (диаметров) скважины и зоны проникновения, при которых становится возможным определение истинной удельной проводимости пласта.

Как следует из соотношения (2.26) и данных о значениях геометрических факторов $Q_c(a_c)$, геометрический фактор с точностью 4% равен $\frac{1}{\alpha^2} = \left(\frac{a_c}{L}\right)^2$ при этом выражение (2.27) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_п} \cong \frac{a_c^2}{L^2}\left[\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_п} - \frac{\sigma_{зп}}{\sigma_п}\right) + \left(\frac{\sigma_{зп}}{\sigma_п} - 1\right)\frac{a_{зп}^2}{a_c^2}\right] + 1 . \qquad (2.28)$$

Для того чтобы $\sigma_к$ не более чем на 10% отличалось от истинной проводимости пласта $\sigma_п$, необходимо выполнить неравенство, вытекающее из (2.28):

$$L^2 > 10a_c^2\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_п} - \frac{\sigma_{зп}}{\sigma_п}\right) + 10a_{зп}^2\left(\frac{\sigma_{зп}}{\sigma_п} - 1\right) . \qquad (2.29)$$

Нетрудно видеть, что, по мере расширения скважины и зоны проникновения, необходимая точность может быть обеспечена путём увеличения длины зонда.

Особенно неблагоприятным является случай понижающего проникновения, когда удельное сопротивление промежуточной зоны меньше сопротивления пласта. Это наглядно иллюстрирует табл. 2.1. Минимальные длины зондов (L) рассчитаны из условия (2.29) при радиусе скважины $a_c = 0{,}1$ *м* и относительном радиусе зоны проникновения $(a_{зп}/a_c = 4)$.

Табл. 2.1

$\sigma_c/\sigma_п$	100			50			10		
$\sigma_{зп}/\sigma_п$	1/8	2	8	1/8	2	8	1/8	2	8
L, *м*	3,0	3,4	4,5	2,0	2,5	4,0	1,5	1,5	3,4

Применение очень длинных двухэлементных зондов, помимо технических трудностей, представляется нежелательным и по целому ряду других причин. В частности, удлинение зонда при фиксированной частоте может привести к нарушению условий применимости теории предельно малого параметра (индукционного числа, о котором ниже будет соответствующее пояс-

нение). Следовательно, с увеличением длины зонда необходимо снижать частоту. Это обстоятельство создаёт дополнительные трудности при измерении удельного сопротивления пластов высокого удельного сопротивления, что соответствует ограничению диапазона измерений. Кроме того, одновременное удлинение зонда и понижение частоты приводит к ухудшению вертикальной характеристики, т.е. увеличению влияния вмещающих пород. Это особенно неблагоприятно отражается на результатах измерений в случае, когда исследуемый пласт имеет относительно небольшую мощность по сравнению с длиной зонда и является более высокого сопротивления, чем вмещающие породы.

Вертикальные характеристики двухэлементных зондов. В горизонтально-слоистых средах на показания зонда индукционного каротажа влияют мощность пласта и электропроводность вмещающих пород. Изучение влияния вмещающих пород при измерении электропроводности пласта целесообразно проводить на модели горизонтально-слоистой среды с двумя границами раздела (рис. 2.5).

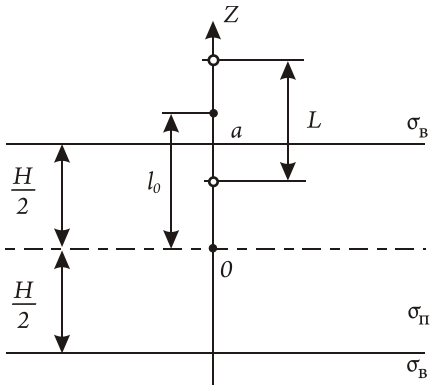


Рис. 2.5. *Модель горизонтально-слоистой среды с двумя границами раздела*

В рамках теории Г. Долля активная компонента магнитного поля магнитного диполя в такой среде, в соответствии с (2.14), описывается следующим соотношением:

$$\mathbf{H}_Z^a = \frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}\left(\sigma_n Q_n + \sigma_в Q_в\right) = \frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}\left[\sigma_n + \left(\sigma_в - \sigma_n\right)\left(1 - Q_n\right)\right], \quad (2.30)$$

Q_n и $Q_в$ — геометрические факторы, соответственно, пласта и вмещающих пород.

Вводя кажущуюся удельную электропроводность по аналогии с (2.19), получим:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_п} = 1 + (1 - Q_п)\left(\frac{\sigma_в}{\sigma_п} - 1\right). \qquad (2.31)$$

Г. Доллем введено понятие элементарного единичного пласта, мощность которого очень мала по сравнению с длиной зонда. Выражения для геометрического фактора такой тонкой пластины зависят от её положения относительно центра зонда:

а) пластина находится в интервале зонда:

$$Q\left(l_0 \le \pm\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{2L}\,. \qquad (2.32)$$

Здесь l_0 — координата плоскости пластины относительно центра зонда.

б) пластина вне интервала зонда:

$$Q\left(l_0 \ge \pm\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{8l_0^2}\,. \qquad (2.33)$$

Геометрический фактор пластины в первом случае в соответствии с (2.32) не зависит от расстояния и определяется только длиной зонда: в интервале зонда геометрический фактор постоянен.

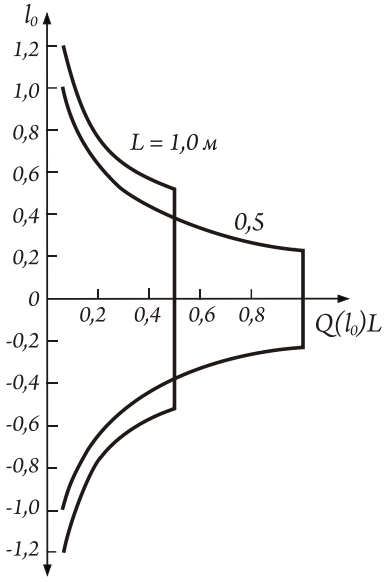


Рис. 2.6. *Зависимость геометрического фактора зонда от тонкой пластины, имитирующей тонкий пласт при его перемещении вдоль оси зонда*

На рис. 2.6 построена зависимость $Q(l_0)L$ для различного положения зонда относительно тонкого пласта. На графиках вертикальные участки кривых $[Q(l_0) = const]$ соответствуют случаю, когда пласт находится между датчиками зонда.

Вне интервала величина $Q(l_0)$ зависит от расстояния между пластиной и центром зонда и с его увеличением чувствительность к пласту уменьшается, в соответствии с (2.33), обратно пропорционально квадрата расстояния.

Если удельное сопротивление вмещающих пород больше, чем сопротивление пласта, то при мощности пласта в пять раз превышающей длину зонда, влиянием вмещающих пород можно пренебречь, т.е. $\sigma_к \approx \sigma_п$.

При условии, когда $\rho_п > \rho_в$ влиянием вмещающих пород можно пренебречь при выполнении следующего соотношения:

$$H > 5L\frac{\rho_п}{\rho_в}.$$

Например, если $\rho_п = 3\rho_в$, то измеренная величина удельного сопротивления не будет отличаться от истинного сопротивления пласта больше чем на 10%, если $H \geq 15\ L$!

Рассмотренный пример показывает, что с увеличением длины зонда вертикальная характеристика двухэлементного зонда катастрофически ухудшается. Отметим, что вертикальные характеристики зондов, питаемых высокочастотными токами, существенно отличаются от характеристик этих же зондов, полученных в соответствии с теорией Г. Долля. Это связано с тем, что при оценке вертикальных характеристик необходимо принимать во внимание явление скин-эффекта, не учитываемое теорией предельно малого параметра.

Влияние скин-эффекта на вертикальные характеристики двухэлементных зондов можно оценить на модели, показанной на рис. 2.6.

Из физических соображений ясно, что на достаточно высоких частотах скин-эффект пласта должен приводить к заметному уменьшению искажающего влияния вмещающей среды (по сравнению с теорией Г. Долля). Расчёты подтверждают справедливость этого предположения.

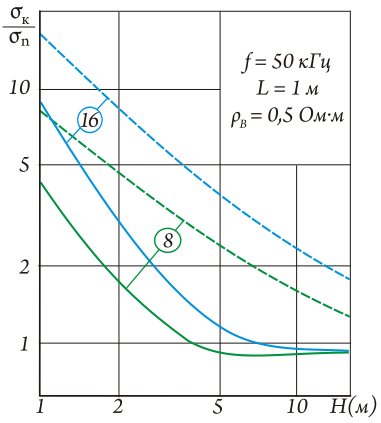


Рис. 2.7. *Зависимость относительной кажущейся проводимости от мощности пласта* (пояснения в тексте)

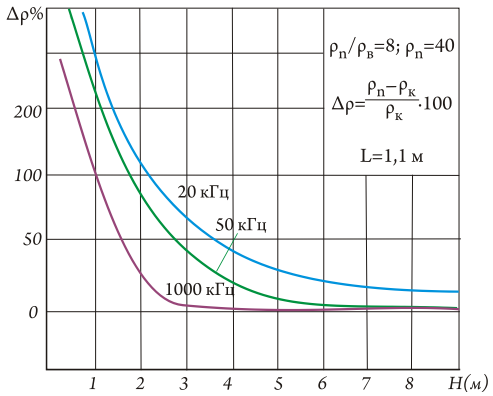


Рис. 2.8. *Зависимость относительной погрешности* (ось ординат) *от толщины пласта* (ось абсцисс) *для различных величин операционной частоты зонда* (шифр кривых).
Параметры модели — в легенде палетки

На рис. 2.7 показана зависимость кажущейся проводимости от мощности пласта для двух значений ρ_n (8 и 16 *Ом·м*). Отношение $\frac{\sigma_к}{\sigma_n}$ рассчитано по теории Г. Долля (штриховые линии) и с учётом взаимодействия между индуцированными токами в среде (сплошные линии) по формуле:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_n} = \frac{\mathbf{H}_Z^a}{\left(\mathbf{H}_Z^a\right)^{однор.}} .$$

Как видно из сопоставления кривых соответствующих одному и тому же значению ρ_n, влияние скин-эффекта значительно ослабляет влияние вмещающей среды. Например, при $\rho_n = 16$ *Ом·м* (индукционное число весьма мало: $p = 0{,}11$) и при мощности пласта, равной немногим более 6 *м*, $\frac{\sigma_к}{\sigma_n} = 1{,}1$ — по теории, учитывающей скин-эффект, и $\frac{\sigma_к}{\sigma_n} = 3{,}2$ — по теории Г. Долля.

На рис. 2.8 приведены кривые, иллюстрирующие влияние частоты на вертикальные характеристики зондов индукционного каротажа при различных гармонических частотах. Как видно из графиков на рис. 2.8, чувствительность

к вмещающей среде уменьшается тем заметнее, при прочих равных условиях, чем больше частота поля. Например, при толщине пласта 2,5*м* ошибка в определении удельного сопротивления за счёт влияния вмещающих пород на частоте 1000 *кГц* не превышает 10%, тогда как на частотах 50 и 20 *кГц* — 60% и 80% соответственно.

2.2. *Теория индукционных зондов с учётом скин-эффекта*

Рассмотрим двухслойную среду с одной цилиндрической границей раздела («скважина–пласт»). Пространство, окружающее индукционный зонд, условно разобьём на две области: внутреннюю, в которой находится скважина и зонд, и внешнюю, которая соответствует пласту.

Приближенная теория индукционного каротажа [2], позволяющая учитывать скин-эффект во внешней области, основана на следующих предположениях:

I. Электрическое поле во внутренней области возникает только в результате изменения во времени первичного магнитного поля источника возбуждения, а скин-эффект отсутствует. Иными словами, вихревые токи в этой области распределены в соответствии с теорией Г. Долля.

II. Скин-эффект во внешней области проявляется так же, как в однородной среде с электропроводностью пласта, т.е. токи, индуцированные в этой области, не взаимодействуют с токами, наведёнными во внутренней области.

На основе этих предположений в работе [2] получено приближенное выражение для магнитного поля на оси скважины:

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_Z^V + i\frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}(\sigma_c - \sigma_n)Q_c\left(\frac{L}{a_c}\right) \qquad (2.34)$$

где $\mathbf{H}_Z^V$ — магнитное поле магнитного диполя в однородной среде с электропроводностью σ_n.

Выражение (2.34) для магнитного поля в неоднородной среде позволяет определить электрические и геометрические параметры среды и оптимизи-

ровать размеры зондов, при которых выполняются предположения, лежащие в основе рассматриваемой теории.

Если в качестве среды V рассматривать бесконечное однородное пространство с проводимостью пласта, а областью V_i считать скважину, то выражение (2.1) можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_Z^V + \int\limits_{S_1} \mathbf{H}_Z^{V_1}(r,z)\, J_\varphi(r,z)\, ds. \qquad (2.35)$$

Поле магнитного диполя в однородной среде с проводимостью σ_n и токового кольца в этой же среде соответственно равны [2]:

$$\mathbf{H}_Z^V = \frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3} e^{-k_n L}(1 + k_n L); \qquad (2.36')$$

$$\mathbf{H}_Z^V = \frac{2\mathbf{M}_K}{4\pi R_2^3} e^{-k_n L}(1 + k_n L). \qquad (2.36'')$$

Здесь $\mathbf{M}_K$ — момент токового кольца с единичным током $J = 1$ и радиусом кольца $r_к = r$; R_2 — расстояние от контура кольца до приёмной катушки зонда; k_n — волновое число в пласте.

Учитывая связь плотности избыточного тока J_φ в скважине с электрическим полем $\mathbf{E}_\varphi$, запишем соотношение (2.35) в следующем виде:

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_Z^V + (\sigma_c - \sigma_n) \int\limits_{S_1} \mathbf{H}_Z^{V_1}(r,z)\, \mathbf{E}_\varphi(r,z)\, ds. \qquad (2.37)$$

В соответствии с основными предположениями I и II в качестве выражений для $\mathbf{H}_Z^{V_i}$ и $\mathbf{E}_\varphi$ используем соотношения (2.9), (2.10):

$$\mathbf{H}_Z^V = \frac{\mathbf{M} r^2}{2R_2^3}, \qquad \mathbf{E}_\varphi = \frac{i\omega\mu \mathbf{M} r}{4\pi R_1^3}.$$

В результате получается приближенное выражение для поля на оси скважины (2.34). Кажущаяся удельная электропроводность определяется как отношение амплитуды магнитного поля в неоднородной среде $\mathbf{H}_Z$ к амплитуде магнитного поля $\mathbf{H}_Z^V$ в однородной среде с учётом скин-эффекта:

$$\sigma_к = \sigma_n \frac{\mathbf{H}_Z}{\mathbf{H}_Z^V} \qquad (2.38)$$

Для активной компоненты вторичного поля:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_n} = \frac{\mathbf{H}_Z^a}{(\mathbf{H}_Z^V)^a} \,. \tag{2.39}$$

Пределы приближенной теории ИК, учитывающей скин-эффект. Полезно иметь простые формулы для оценки геометрических и электромагнитных параметров скважины, зоны проникновения, пласта и индукционного зонда, при которых можно не считаться с явлением скин-эффекта во внутренней области среды. Для подобного рода оценок необходимо установить границы применимости приближенной формулы (2.34).

Далее выражения компонент поля, для простоты изложения, представляются их амплитудными значениями без использования векторной записи.

Подынтегральную функцию (2.1) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}&\left[i(\mathbf{H}_Z^{V_1})^a + (\mathbf{H}_Z^V)^p\right]\left(i J_\varphi^a + J_\varphi^p\right) = \\ &= \left[(\mathbf{H}_Z^{V_1})^p J_\varphi^p - (\mathbf{H}_Z^{V_1})^a J_\varphi^a\right] + i\left[(\mathbf{H}_Z^{V_1})^a J_\varphi^p + (\mathbf{H}_Z^{V_1})^p J_\varphi^a\right].\end{aligned} \tag{2.40}$$

В (2.40) индексом p обозначены реактивные составляющие магнитного поля и тока, сдвинутые по фазе относительно активных (индекс a) компонент на $\pi/2$.

Активная компонента магнитного поля в неоднородной среде, с учётом (2.40) и (2.1), имеет вид:

$$\mathbf{H}_Z^a = \mathbf{H}_Z^{V_a} + \int_S \left[J_\varphi^a \left(\mathbf{H}_Z^{V_1}\right)^p + J_\varphi^p \left(\mathbf{H}_Z^{V_1}\right)^a \right] ds \,. \tag{2.41}$$

Из (2.36) получаем следующее выражение:

$$\mathbf{H}_Z^V = e^{-(1-i)p}\left[1+(1-i)p\right]\frac{\mathbf{M}}{2\pi L^3} = e^{-p}e^{ip}\left(1+p-ip\right)\frac{\mathbf{M}}{2\pi L^3} \,. \tag{2.42}$$

Поскольку при $p << 1$:

$$e^{-p} \approx 1 - p + \frac{1}{2}p^2 - \frac{1}{6}p^3 + \frac{1}{24}p^4 - \frac{1}{120}p^5 \,,$$

$$e^{ip} \approx (1 - \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{24}p^4 - \frac{1}{144}p^6) + i(p - \frac{1}{6}p^3 + \frac{1}{120}p^5) \,,$$

то для реактивной и активной компонент первичного магнитного поля получаются следующие выражения соответственно:

$$\mathbf{H}_Z^V = \frac{\mathbf{M}}{2\pi L^3}\left(1-\frac{2}{3}p^3+\frac{1}{2}p^4-\frac{2}{15}p^5-\frac{1}{120}p^6\right), \tag{2.43}$$

$$\mathbf{H}_Z^V = \frac{\mathbf{M}}{2\pi L^3}\left(p^2-\frac{2}{3}p^3+\frac{2}{15}p^5-\frac{1}{18}p^6\right). \tag{2.44}$$

Для реактивной и активной составляющих от магнитного поля, описываемого выражением (2.41), имеем:

$$\mathbf{H}_Z^{V_1} = \frac{r^2}{2R_2^{\,3}}\left(1-\frac{2}{3}p^3+\frac{1}{2}p^4-\frac{2}{15}p^5-\frac{1}{120}p^6\right), \tag{2.45}$$

$$\mathbf{H}_Z^{V_1} = \frac{r^2}{2R_2^{\,3}}\left(p^2-\frac{2}{3}p^3+\frac{2}{15}p^5-\frac{1}{18}p^6\right). \tag{2.46}$$

Относительно величин, входящих в соотношение (2.41), в работе [13] доказаны следующие утверждения:

1) главный член разложения реактивной компоненты электрического поля для гармонической частоты имеет порядок ω^2;
2) все члены разложения активной компоненты электрического поля (до члена $\omega^{5/2}$) совпадают соответствующими компонентами разложения активной компоненты первичного поля магнитного диполя в однородной среде с проводимостью σ_n.

Приведённые утверждения позволяют, во-первых, пренебречь вторым слагаемым в подынтегральном выражении (2.41) с точностью до членов разложения — p^6 и, во-вторых, в качестве тока J_φ, в соответствии с замечанием к соотношению (2.1), принять величину

$$J_\varphi^{акт.} = \left(\sigma_c - \sigma_n\right)\mathbf{E}_\varphi^{акт.} \tag{2.47}$$

При этом разложение активной компоненты электрического поля может быть ограничено членом ~p^5:

$$\mathbf{E}_\varphi^{акт.} = \frac{\omega\mu\mathbf{M}r}{4\pi R_1^{\,3}}\,\mathrm{Im}\left\{ie^{-(1-i)\frac{R_1}{\delta_n}}\left[1+(1-i)\frac{R_1}{\delta_n}\right]\right\} = \frac{\omega\mu\mathbf{M}r}{4\pi R_1^{\,3}}\left[\left(1+p\right)\cos p + p\sin p\right]e^{-p} =$$

$$= \frac{\omega\mu \mathbf{M} r}{4\pi R_1^3}\left(1-\frac{2}{3}p^3\right) = \frac{\mathbf{M} r}{2\pi\gamma_n R_1^5}\, p^2\left(1-\frac{2}{3}p^3\right). \qquad (2.48)$$

Окончательно для тока $J_\varphi^{акт.}$ получим:

$$J_\varphi^{акт.} = \frac{\mathbf{M} r}{2\pi R_1^3}\,\frac{\sigma_n\omega\mu}{2}\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n}-1\right)\left(1-\frac{2}{3}p^3\right). \qquad (2.49)$$

Подставляя в (2.41) величины $\mathbf{H}_Z^{V_{акт.}}$, $\left(\mathbf{H}_Z^{V_1}\right)^{реакт.}$, $\left(\mathbf{H}_Z^{V_1}\right)^{акт.}$ и $J_\varphi^{реакт.}$, описываемые уравнениями (2.44), (2.45), (2.49), получим после несложных вычислений следующее соотношение:

$$\mathbf{H}_Z^{акт.} = \frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\left\{p^2 - \frac{2}{3}p^3\left[1+\left(\frac{a_c^{\,2}}{\delta_c^{\,2}}-\frac{a_c^{\,2}}{\delta_n^{\,2}}\right)\right]+\frac{2}{15}p^5+\left(\frac{a_c^{\,2}}{\delta_c^{\,2}}-\frac{a_c^{\,2}}{\delta_n^{\,2}}\right)\right\}. \qquad (2.50)$$

Здесь $a_c = r$ — радиус скважины, $p = \dfrac{L}{\delta_n} = \sqrt{\dfrac{\sigma_n\omega\mu}{2}}L$ — индукционный параметр для пласта, $\delta_c = \sqrt{\dfrac{2}{\sigma_c\omega\mu}}$ — толщина скин-слоя для скважины, $\delta_n = \sqrt{\dfrac{2}{\sigma_n\omega\mu}}$ — толщина скин-слоя для пласта.

Если $a_c = 0$, то выражение (2.50) переходит, с точностью до третьего члена разложения, в соотношение (2.44), описывающее активную компоненту поля в однородной среде.

Сравнение расчётов, выполненных приближенными методами и по строгим формулам, позволяет установить довольно чёткие границы применимости приближенной теории, учитывающей скин-эффект во внешней области, когда параметр p значительно меньше единицы.

Модели цилиндрически-слоистых сред с учётом скин-эффекта. В выражении (2.50) сумма членов $p^2 - \left(\dfrac{a_c^2}{\delta_c^2}-\dfrac{a_c^2}{\delta_n^2}\right)$ совпадает с активной компонентой магнитного поля диполя, определённой выражением (2.14) по теории Г. Долля. Действительно:

$$p^2+\left(\frac{a_c^{\,2}}{\delta_c^{\,2}}-\frac{a_c^{\,2}}{\delta_n^{\,2}}\right)=p^2\left[1+\frac{a^2}{L^2}\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n}-1\right)\right]=p^2\left[1+\frac{1}{\alpha^2}\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n}-1\right)\right], \quad (2.51)$$

что совпадает с выражением (2.14), если $L >> a_c$, поскольку в этом случае $Q_c \approx 1/\alpha^2$ и $Q_n \approx 1$.

Второй и третий члены в соотношении (2.50), пропорциональные p^3 и p^5, учитывают влияние скин-эффекта. Очевидно, скин-эффект в цилиндрически-слоистой среде будет проявляться так же, как в однородной среде с проводимостью пласта, если, согласно (2.50), выполнены следующие условия:

$$\frac{a_c}{\delta_c}<<1, \quad \frac{a_c}{\delta_n}<<1, \quad (2.52)$$

т.е. толщина скин-слоя как в скважине, так и в пласте должна значительно превосходить радиус скважины. К этим условиям следует добавить ограничения на величину индукционного параметра p, поскольку в выводе соотношения (2.50) были использованы разложения (2.44), (2.45) для $p<<1$.

Обозначим верхнюю границу допустимых значений параметра p через $p_{\max}$. Тогда ограничения на параметр p можно записать в виде $p < p_{\max}$. При этом ограничении и условии (2.52) приближенная формула (2.34) правильно учитывает скин-эффект в пласте с точностью до членов разложения p^3. Если, кроме того, выполняется условие

$$\frac{2}{3}p^3\left(\frac{a_c^{\,2}}{\delta_c^{\,2}}-\frac{a_c^{\,2}}{\delta_n^{\,2}}\right)<<\frac{2}{15}p^5 \quad (2.53)$$

или

$$L >> a_c\sqrt{5\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n}-1\right)}\ , \quad (2.54)$$

то соотношение (2.34) справедливо по активной компоненте магнитного поля с точностью до членов $\sim p^5$.

В случае, когда модель среды трёхслойная («скважина–зона проникновения–пласт»), вычисления, сходные с двухслойной средой, дают следующее соотношение для магнитного поля:

$$\mathbf{H}_Z^{акт.}=\frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\left[\frac{\gamma_c}{\gamma_n}\left(\frac{a_c}{\delta_n}\right)^2-\frac{\gamma_{зп}}{\gamma_n}\left(\frac{a_c}{\delta_n}\right)^2+\frac{\gamma_{зп}}{\gamma_n}\left(\frac{a_{зп}}{\delta_n}\right)^2-\left(\frac{a_{зп}}{\delta_n}\right)^2+p^5p^2\right]-$$
$$-\frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\left\{\frac{2}{3}p^3\left[1+\left(\frac{a_c}{\delta_n}\right)^2+\left(\frac{a_c}{\delta_{зп}}\right)^2+\left(\frac{a_{зп}}{\delta_{зп}}\right)^2-\left(\frac{a_{зп}}{\delta_n}\right)^2\right]+\frac{2}{15}\right\}. \quad (2.55)$$

Из (2.55), полагая $Q_c=\left(\frac{a_c}{L}\right)^2$, получаем приближенное выражение для магнитного поля на оси скважины:

$$\mathbf{H}_Z=\mathbf{H}_Z^V+i\frac{\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L}\left[Q_c\left(\sigma_c-\sigma_n\right)+Q_{зп}\left(\sigma_{зп}-\sigma_n\right)\right]. \quad (2.56)$$

Условия, при которых это выражение правильно учитывает явление скин-эффекта в пласте, следующие:

$$\frac{a_c}{\delta_c}<<1,\quad \frac{a_{зп}}{\delta_{зп}}<<1,\quad \frac{a_{зп}}{\delta_n}<<1\quad \left(\text{до}\sim p^3\right) \quad (2.57)$$

и

$$\frac{L}{a_c}>>\sqrt{5\left[\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_n}-1\right)+\left(\frac{\sigma_{зп}}{\sigma_n}-1\right)\left(\frac{a_{зп}^2}{\delta_c^2}-1\right)\right]}\quad (\text{до}\sim p^5). \quad (2.58)$$

Соотношения (2.57) и (2.58) означают, что толщина скин-слоя в скважине значительно превышает её радиус, а в пласте и зоне проникновения толщина скин-слоя значительно превосходит радиус промежуточной зоны $a_{зп}$.

Таким образом, приближенная теория, ограниченная условиями (2.52), (2.57) на индукционный параметр p с точностью до членов $\sim p^3$, и условиями (2,54), (2.58) — с точностью до членов $\sim p^5$, позволяет утверждать справедливость приближенной теории, учитывающей скин-эффект во вмещающей среде, в значительно более широком диапазоне операционных частот, чем теория Г. Долля.

Более чёткие, чем это установлено соотношениями (2.57) и (2.58), границы применимости приближенной теории, учитывающей скин-эффект во внешней области, могут быть определены путём сравнения расчётов по формулам (2.34), (2.50) со строгими расчётами [11] по выражениям, полученным при решении граничной задачи [2].

Анализ строгих и приближенных оценок показал, что приближенная теория, учитывающая скин-эффект во внешней области, справедлива в цилиндрически-слоистых средах с точностью не хуже 10% при следующих ограничениях на параметры модели:

$$\max\begin{cases}\left[\left(\dfrac{a_c}{\delta_c}\right),\left(\dfrac{a_{зп}}{\delta_{зп}}\right)\right] < 0,3\\ \dfrac{L}{\delta_n} < 1,5\end{cases} \qquad (2.59–2.60)$$

или

$$\min\begin{cases}\left[\left(\dfrac{\lambda_c}{a_c}\right),\left(\dfrac{\lambda_{зп}}{a_{зп}}\right)\right] > 0,3\\ \dfrac{\lambda_n}{L} > 4\end{cases}. \qquad (2.61–2.62)$$

Условия (2.59)–(2.62) в двухслойной среде дают возможность оценить для каждой заданной частоты минимальное удельное сопротивление и диаметр скважины, при которых во внутренней области справедлива гипотеза Г. Долля.

В таблице 2.2 приведены максимальные размеры диаметров цилиндрических областей (либо d_c, либо $D_{зп}$) в зависимости от удельных сопротивлений (от 0,1 до 30 *Ом·м*) и частот (от 10 до 1000 *кГц*).

Табл. 2.2

ρ_c или $\rho_{зп}$	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0	2,0	5,0	10,0	15,0	30,0
10	1,0	1,4	1,6	2,2	2,5	3,2	4,5	6,7	10	>	
20	0,7	1,0	1,2	1,6	1,8	2,2	3,2	4,7	7,0	>	
50	0,4	0,6	0,7	1,0	1,1	1,4	2,0	3,0	4,5	5,2	7,4
70	0,35	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,6	2,5	3,6	4,4	6,2
200	0,25	0,3	0,35	0,5	0,55	0,7	1,0	1,5	2,2	2,7	3,7
1000			<	0,2	0,25	0,3	0,4	0,7	1,0	1,2	1,6

Из таблицы видно, если удельное сопротивление жидкости в скважине равно 0,2 *Ом·м* и диаметр скважины более 0,3 *м*, то операционная частота зонда ИК не должна превышать 200 *кГц*. Для зонда с рабочей частотой 1000 *кГц* и диаметре скважины $d_c = 0,3$ *м* удельное сопротивление жидкости в скважине не должно быть меньше 1 *Ом·м*.

Отметим, что формулы, в случае достаточно длинных зондов, аналогичные соотношениям (2.50) и (2.55), могут быть получены из выражений, описывающих поле магнитного диполя в цилиндрически-слоистой среде в дальней зоне. Для такого варианта (длинные зонды), в работе [13] приведены следующие выражения:

а) двухслойная среда:

$$\mathbf{H}_Z = \frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\frac{e^{-k_n L}\left(1+k_n L\right)}{I_0^2\left(\sqrt{k_c^2-k_n^2}\,a_c\right)}\ ; \tag{2.63}$$

б) трёхслойная среда:

$$\mathbf{H}_Z = \frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\frac{e^{-k_n L}\left(1+k_n L\right)}{I_0{}^2\left(\sqrt{k_c^2-k_{зп}^2}\,a_c\right)I_0^2\left(\sqrt{k_{зп}^2-k_n^2}\,a_{зп}\right)}\ . \tag{2.64}$$

Здесь $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя; $k_c, k_{зп}$ и k_n — волновые числа скважины, зоны проникновения и пласта, соответственно.

Разлагая функции $I_0(x)$ в ряд, получим из (2.63) следующее выражение для активной компоненты вторичного поля в двухслойной среде:

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_Z^a &= \mathrm{Im}\left[\frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}e^{-k_n L}\left(1-k_n L\right)\left(1-\frac{k_c{}^2-k_n{}^2}{2}a_c{}^2\right)\right]= \\ &= \frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\left[\left(\frac{a_c{}^2}{\delta_c{}^2}-\frac{a_c{}^2}{\delta_n{}^2}\right)+p^2-\frac{2}{3}p^3\left[1+\left(\frac{a_c{}^2}{\delta_c{}^2}-\frac{a_c{}^2}{\delta_n{}^2}\right)\right]+\frac{2}{15}p^5\right],\end{aligned} \tag{2.65}$$

что совпадает с выражением (2.50).

Аналогично, разлагая функции $I_0(x)$ в ряд, имеем из (2.64) выражение для активной компоненты вторичного поля в трёхслойной среде:

$$\mathbf{H}_Z^a = \frac{2\mathbf{M}}{4\pi L^3}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{a_c{}^2}{\delta_c{}^2}-\dfrac{a_c{}^2}{\delta_n{}^2}+\dfrac{a_{зп}{}^2}{\delta_{зп}{}^2}-\dfrac{a_{зп}{}^2}{\delta_n{}^2}+p^2- \\ -\dfrac{2}{3}p^3\left[1+\dfrac{a_c{}^2}{\delta_c{}^2}-\dfrac{a_c{}^2}{\delta_{зп}{}^2}+\dfrac{a_{зп}{}^2}{\delta_{зп}{}^2}-\dfrac{a_{зп}{}^2}{\delta_n{}^2}\right]+\dfrac{2}{15}p^5\end{array}\right\}. \tag{2.66}$$

Полученное выражение адекватно соотношению (2.55).

Приближенный метод расчёта магнитного поля в модели «скважина–пласт» конечной мощности можно вести по формуле, приведённой в работе [2]:

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_Z^0 + \frac{i\omega\mu\mathbf{M}}{4\pi L^3}\left[(\sigma_c - \sigma_в)Q_c + (\sigma_в - \sigma_п)Q_c^п\right] \qquad (2.66)$$

Здесь $Q_c = Q_c^{в.м_1} + Q_c^{в.м_2} + Q_c^п$ — геометрические факторы участков скважины во вмещающих пласт средах выше и ниже его границ; $Q_c^п$ — геометрический фактор участка скважины, расположенного против пласта; $\mathbf{H}_Z^0$ — магнитное поле в горизонтально-слоистой среде.

Выражения для поля $\mathbf{H}_Z^0$ при размещении зонда между границ пласта приведены в работе [2] в следующем виде:

$$\mathbf{H}_Z^0 = \frac{\mathbf{M}}{2\pi}\int_0^\infty \lambda^3 f(\lambda) J_0(\lambda r)\, d\lambda\,. \qquad (2.67)$$

Для выяснения пределов применимости приближенной формулы (2.66) для модели «скважина и пласт ограниченной мощности» необходимо было сравнить расчёты по этой формуле с точными расчётами по формуле (2.67) в одних и тех же моделях среды. Анализ расчётов, выполненных методом интегральных уравнений (2.67), показал хорошее совпадение данных по соотношению (2.66), если соблюдаются следующие ограничения:

$$\left\{\begin{array}{c} \dfrac{L}{\delta_п} < \dfrac{1{,}5}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\sigma_в}{\sigma_п}-1\right)(1-Q_п)}} \\ \dfrac{a}{\delta_c} < 0{,}3 \end{array}\right\}.$$

2.3. *Фокусирующие зонды и радиальная глубина исследования*

При изучении закономерностей распределения магнитного поля на оси магнитного диполя в рамках теории Г. Долля установлено смещение максимума радиальной чувствительности от скважины в исследуемую среду по мере увеличения длины зонда. Однако, в общем случае неоднородной среды («сква-

жина–пласт» или «скважина–зона проникновения–пласт»), когда электропроводность прилегающих к зонду участков среды значительно превышает электропроводность пласта, отклики от среды становятся более зависимыми и от радиальных неоднородностей. Эти зависимости описываются следующим соотношением для кажущейся электропроводности:

$$\sigma_к = \sigma_с Q_с + \sigma_{зп} Q_{зп} + \sigma_{окз} Q_{окз} + \sigma_п Q_п \qquad (2.68)$$

Здесь $Q_с, Q_{зп}, Q_{окз}, Q_п$ — геометрические факторы скважины, зоны проникновения, окаймляющей зоны и пласта.

Можно отметить следующее: в водоносных и нефтеносных коллекторах без подвижной пластовой воды формируются зоны проникновения с монотонным изменением электропроводности. В коллекторах с подвижной водой и нефтью формируется промежуточный слой между фильтратом и неизменённым коллектором — окаймляющая зона. Толщина и электропроводность окаймляющей зоны может быть различной. Наличие этой зоны препятствует проникновению индукционных токов в пласт.

В этом случае измерение истинной электропроводности пласта с помощью двухэлементного зонда затруднительно. В принципе, исключить влияние ближней зоны на результаты измерений можно путём значительного увеличения длины зонда. Однако, применение сверхдлинных зондов нецелесообразно, поскольку сигналы от пласта искажаются вмещающими породами. Кроме того, при удлинении зонда необходимо понижать частоту, а это, в свою очередь, ещё более ухудшает вертикальную разрешающую способность зонда.

Для ослабления влияния техногенных неоднородностей в среде, Г. Доллем был предложен геометрический способ уменьшения сигнала от неоднородностей с помощью многоэлементных зондов. Такой зонд состоит из набора нескольких элементарных зондов различной длины с разными моментами возбуждающих и приёмных катушек. Все возбуждающие катушки многоэлементного зонда подключены последовательно («встречно или согласно») к источнику переменного тока. Аналогично соединяются приёмные катушки зонда, подключенные, в общем случае, к усилительному устройству.

Многоэлементный зонд с моментом генераторной катушки $\mathbf{M}_Г$ и измерительными катушками $N_И$, очевидно, можно рассматривать как совокупность $\mathbf{M}_Г$, $N_И$ двухэлементных зондов.

Фокусирующие зонды можно представлять как линейные и нелинейные системы.

Линейные зонды имеют одну генераторную (измерительную) катушку и не менее двух измерительных (генераторных) элементов.

Нелинейные зонды состоят как минимум из двух измерительных и двух генераторных датчиков. В обеих системах измерительные и генераторные датчики размещаются на различных расстояниях друг от друга.

Ослабление сигналов от определённых участков среды с помощью линейных зондов может осуществляться двумя путями.

Первый — путём возбуждения в исключаемых участках среды встречных токов (измерительный датчик один). Второй — путём взаимной компенсации вторичных ЭДС наведённых в измерительных катушках зонда магнитными полями токов, протекающих в околоскважинном пространстве среды.

Наряду с геометрическим способом ослабления вторичных сигналов от близко расположенных к зонду участков среды известен частотный способ повышения радиальной глубины исследования [13].

Оба способа фокусировки, как геометрический, так и частотный, обеспечивают удовлетворительное исключение сигналов от скважины и зоны проникновения, если токи, протекающие в этих участках среды, не взаимодействуют между собой, а также с токами в пласте.

Линейный фокусирующий зонд. Рассмотрим геометрический способ фокусировки на примере трёхэлементного зонда (рис. 2.9), состоящего из одной возбуждающей ($Г$) и двух приёмных ($И_1$ и $И_2$) катушек, где L_1 — длина главного зонда с моментом измерительной катушки N_1. L_2 — длина фокусирующего зонда с соответствующим моментом N_2. Возбуждающая катушка имеет момент $\mathbf{M}_Г$.

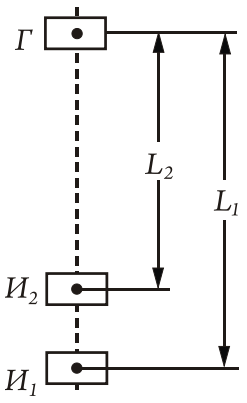


Рис. 2.9. *Схема трёхэлементного зонда*

Электродвижущие силы, индуцируемые в измерительных катушках зонда можно представить в следующем виде:

$$\xi_1 = \xi^1 - i\xi_a^1 = \frac{\mu\omega\mathbf{M}_\Gamma N_1}{2\pi L_1^3} - i\frac{\omega^2\mu^2\mathbf{M}_\Gamma N_1}{4\pi L_1}\left(\sigma_c Q_c^1 + \sigma_{\text{п}} Q_{\text{п}}^1\right), \qquad (2.69)$$

$$\xi_{11} = \xi^{11} - i\xi_a^{11} = \frac{\mu\omega\mathbf{M}_\Gamma N_2}{2\pi L_2^3} - i\frac{\omega^2\mu^2\mathbf{M}_\Gamma N_2}{4\pi L_2}\left(\sigma_c Q_c^{11} + \sigma_{\text{п}} Q_{\text{п}}^{11}\right). \qquad (2.70)$$

Здесь:

$\xi^1 = \frac{\mu\omega\mathbf{M}_\Gamma N_1}{2\pi L_1^3}$ и $\xi^{11} = \frac{\mu\omega\mathbf{M}_\Gamma N_2}{2\pi L_2^3}$ — ЭДС в приёмных катушках $И_1$ и $И_2$ в воздухе; ξ_a^1 и ξ_a^{11} — ЭДС в приёмных катушках от скважины и от пласта.

В трёхэлементном зонде, когда приёмные катушки включены встречно, компенсация прямых сигналов (ЭДС) в воздухе обеспечивается при следующих условиях: $\xi^1 = \xi^{11}$ или $\frac{L_1^3}{L_{11}^3} = \frac{N_1}{N_2}$.

При встречном включении витков измерительных катушек, токи в этих катушках протекают навстречу друг к другу, поскольку их возникновение связано с одним и тем же магнитным потоком от среды. Полная компенсация будет обеспечена при условии, когда отношение суммарных площадей витков в измерительных катушках равно отношению длин зондов в кубе.

Разность ЭДС в измерительной цепи зонда имеет следующее выражение:

$$\Delta\xi = \xi_a^1 - \xi_a^{11} = \xi^1\left\{\left(\frac{a_c}{\delta_c}\right)^2 \alpha_1^2\left[Q_c(\alpha_1) - t^2 Q_c(\alpha_2)\right] + p_{\text{п}}^2\left[Q_{\text{п}}(\alpha_1) - t^2 Q_{\text{п}}(\alpha_2)\right]\right\} =$$

$$= \xi^1\left\{p_{1c}^2\left(1-t^2\right)Q_c^{(3)} + p_{1\text{п}}^2\left(1-t^2\right)Q_{\text{п}}^{(3)}\right\}. \qquad (2.71)$$

Здесь $t = \frac{L_2}{L_1}$ — параметр фокусировки; $\alpha_1 = \frac{L_1}{a_c}$ и $\alpha_2 = \frac{L_2}{a_c}$ — относительные длины зондов; $p_{1c} = \frac{L_1}{\delta_c}$ и $p_{1\text{п}} = \frac{L_1}{\delta_{\text{п}}}$ — индукционные числа для электропроводности скважины и пласта соответственно.

Величины геометрических факторов скважины и пласта для трёхэлементного зонда приняты следующие:

$$Q_c^{(3)} = \frac{Q_c^1 - t^2 Q_c^{11}}{1 - t^2}, \tag{2.72}$$

$$Q_{\text{п}}^{(3)} = \frac{Q_{\text{п}}^1 - t^2 Q_{\text{п}}^{11}}{1 - t^2}. \tag{2.73}$$

Геометрический фактор скважины $Q_c^{(3)}$ в начальной части характеристики $Q(r)$ имеет отрицательные значения, поскольку $t^2 Q_c^{11}(\alpha_2) > Q_c^1(\alpha_1)$.

С уменьшением $\frac{L}{a}$, когда радиус цилиндра (r) возрастает, геометрические факторы численно растут. При равенстве $Q_c^1 = t^2 Q_c^{11}$ суммарный геометрический фактор зонда $Q_c^{(3)} = 0$. При увеличении радиуса скважины и $Q_c^1 > t^2 Q_c^{11} = L_1 Q_c^1 > L_2 Q_c^{11}$, геометрический фактор фокусирующего зонда принимает положительные значения (рис. 2.10).

Характерным для фокусирующего зонда является смещение нулевого значения $Q_c^{(3)}$ в область увеличенных размеров скважины, когда $L_2 \to L_1$.

В этом случае, чем меньше разница в длинах зондов (при выполнении условия равенства ЭДС прямых полей — $\left(\xi^1 = \xi^{11}\right)$, тем лучше фокусирующие свойства зонда. Принято считать, что такому фокусирующему зонду свойственна увеличенная радиальная глубина исследования. Это улучшает качество зонда ослаблять влияние зоны проникновения по мере увеличения её диаметра.

Однако, в этом случае необходимо отметить, что из выражения для величины разностной ЭДС следует, что сигнал формируется двумя областями:

а) скважиной: $\Delta\xi_c = e^1 p_{1c}^2 \left(1 - t^2\right) Q_c^{(3)}$, (2.74)

б) пластом: $\Delta\xi_{\text{п}} = e^1 p_{1\text{п}}^2 \left(1 - t^2\right) Q_{\text{п}}^{(3)}$. (2.75)

Из этих выражений легко установить, что сигнал, как от скважины, так и от пласта, уменьшается при $t^2 \to 1$, т.е. увеличение радиальной глубины исследования зонда достигается ценой резкого уменьшения полезных сигналов.

В однородной среде разностный сигнал представляется следующим соотношением: $\Delta\xi_{одн.} = \xi e^1 p^2 \left(1 - t^2\right)$. (2.76)

Разностная величина ЭДС $Q_{\text{п}}^{(3)} = 1 - Q_c^{(3)}$ (из (2.71) с учётом скважины)

$$\Delta\xi = \xi^1 p^2 \left(1 - t^2\right)\left[1 + Q_c^{(3)}\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_{\text{п}}} - 1\right)\right]. \qquad (2.77)$$

Сравнивая эти два последних уравнения, нетрудно установить, что разностный сигнал тем меньше зависит от параметров скважины, чем меньше контрастность электропроводностей $Q_c^{(3)}\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_{\text{п}}} - 1\right)$.

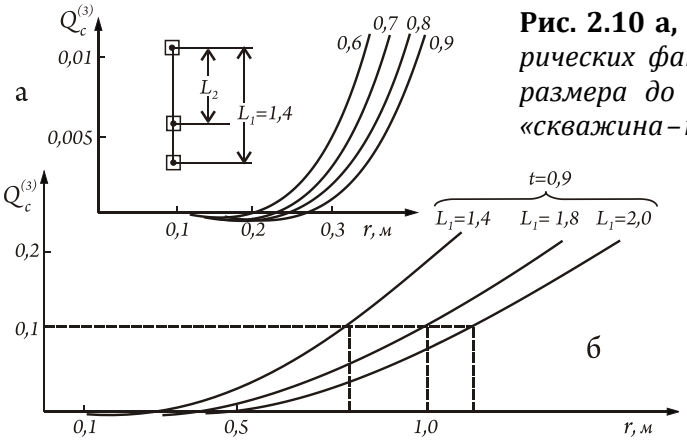


Рис. 2.10 а, б. *Зависимость геометрических факторов от радиального размера до границы модели среды «скважина – пласт».*

Шифр кривых:
а) различные величины отношения L_2/L_1;
б) длины зондов при различных отношениях в метрах $L_2/L_1 = t$

На рис. 2.10 приведены графики, иллюстрирующие связь геометрического фактора (ось ординат) с радиусом скважины (ось абсцисс) для различных длин зондов (рис. 2.10, б) с фиксированным отношением $\frac{L_2}{L_1} = 0,9$.

Радиальная глубина исследования. Рассматривая глубинность как радиальный размер ближней зоны, от которой вклад не превышает 10% от сигнала пласта, можно отметить, что радиальная глубина оказывается равной немногим более половины $\left(r = 0,57L_1\right)$ длины основного зонда (L_1), если $Q_c = 0,1$ и $\sigma_c < \sigma_{\text{п}}$ согласно (2.75). Если электропроводность скважины больше проводимости пласта, то глубина исследования уменьшается, поскольку определяется в этом случае из условия $Q_c^{(3)} \le 0,1\frac{\sigma_{\text{п}}}{\sigma_c}$. Так, например,

если $\frac{\sigma_{\text{п}}}{\sigma_c} = 1/100$, то геометрический фактор скважины не должен быть более 0,001. При этом радиальная глубина исследования фокусирующего зонда с параметрами $L_1 = 1,4$ *м*, $t = 0,9$ составит 0,3 *м*, т.е. $r \approx 0,2L_1$ (рис. 2.10).

Нелинейные фокусирующие зонды. Рассмотрим многоэлементный зонд, расположенный в трёхслойной среде («скважина–зона проникновения–пласт»). ЭДС в *n*-ом приёмном датчике от *i*-ой возбуждающей катушки, расположенной от неё на расстоянии L_{mn}, выражается следующим уравнением:

$$\xi_{mn}^a = -\frac{\omega^2\mu^2}{4\pi} \cdot \frac{M_m N_n}{L_{mn}} \left[(\sigma_c - \sigma_{зп}) Q_{\alpha_1} + (\sigma_{зп} - \sigma_n) Q_{\alpha_2} + \sigma_n \right]. \quad (2.78)$$

Q_{α_1} и Q_{α_2} — геометрические факторы скважины и зоны проникновения соответственно; величины $\alpha_1 = \frac{L_{mn}}{a_c}$; $\alpha_2 = \frac{L_{mn}}{a_{зп}}$.

ЭДС в приёмной цепи зонда определяется следующим соотношением:

$$\xi^a = \sum_{m=1}^{q} \sum_{n=1}^{w} \xi_{mn}^a \quad (2.79)$$

В однородной среде с электропроводностью пласта активная компонента ЭДС в приближении Г. Долля

$$\xi_{одн.}^a = \frac{\omega^2\mu^2\sigma_n}{4\pi} \sum_{m=1}^{q} \sum_{n=1}^{w} \frac{M_m N_n}{L_{mn}} . \quad (2.80)$$

Определяя кажущуюся проводимость как отношение $\xi^a / \xi_{одн.}^a$, получим:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_n} = \frac{\xi^a}{\xi_{одн.}^a} = \frac{\sigma_c - \sigma_{зп}}{\sigma_n} Q_{a_c} + \frac{\sigma_{зп} - \sigma_n}{\sigma_n} Q_{зп} + 1 . \quad (2.81)$$

Здесь $Q_{зп}(r) = \dfrac{\sum_{m=1}^{q} \sum_{n=1}^{w} \frac{M_m N_n}{L_{mn}} Q\left(\frac{L_{mn}}{r}\right)}{\sum_{m=1}^{q} \sum_{n=1}^{w} \frac{M_m N_n}{L_{mn}}}$.

Функция $Q_{зп}(r)$ — радиальная характеристика фокусирующего зонда.

Если предположить, что известны размеры скважины и зоны проникновения, то, подобрав моменты катушек и расстояния между ними так, чтобы радиальная характеристика обращалась в ноль, когда $r = a_c$ и $r = a_{зп}$, то влияние параметров скважины и зоны проникновения будет исключено в соответствии с (2.76). В этом случае достаточно выполнить следующие условия:

$$\sum_{m=1}^{q}\sum_{n=1}^{w}\frac{M_m N_n}{L_{mn}} Q\left(\frac{L_{mn}}{a_c}\right) = 0,$$

и

$$\sum_{m=1}^{q}\sum_{n=1}^{w}\frac{M_m N_n}{L_{mn}} Q\left(\frac{L_{mn}}{a_{зп}}\right) = 0. \qquad (2.82)$$

Однако задача исключения влияния зон с заранее известной геометрией не представляет практического интереса в индукционном каротаже, т.к. радиальный размер скважин и, тем более, зон проникновения не известны.

При конструировании нелинейных зондов обычно преследуется цель как можно дальше продлить начальный участок радиальной характеристики в область больших радиусов цилиндров, добиваясь минимальных значений геометрического фактора на этом участке.

Область частот, в которой сохраняются фокусирующие свойства зонда, значительно шире пределов применимости теории Г. Долля. Можно отметить два условия, при соблюдении которых фокусирующие зонды, сконструированные без учёта скин-эффекта, можно применять на более высоких частотах. Во-первых, скин-эффект не должен проявляться в исключаемой области, поскольку геометрические факторы высших членов разложения поля по частоте, в соответствии с (2.50), отличны от геометрического фактора первого члена разложения, соответствующего теории Г. Долля. В этом случае зонд не будет исключать токов, возникающих в области за счёт скин-эффекта и, следовательно, в полный сигнал будут входить сигналы от той области среды, которая исключалась бы при низких частотах. Таким образом, фокусирующие свойства зонда сохраняются при условии, что исключаемая среда должна быть «областью Долля».

Второе условие, при выполнении которого зонд сохраняет фокусирующие свойства, заключается в том, чтобы токи, индуцированные во внешней области, не взаимодействовали с участками среды, подлежащими исключению. Во всяком случае, уровень сигнала от таких токов взаимодействия должен быть пренебрежимо мал по сравнению с полезным сигналом.

Отметим, что оба рассмотренных условия совпадают с условиями применимости приближенной теории индукционного каротажа [2] и, следовательно, можно ожидать, что фокусирующие свойства зондов будут сохраняться и в пределах этой теории.

2.4. *Высокочастотное зондирование на основе активной компоненты*

Многоэлементные индукционные зонды, применяемые при исследовании скважин, весьма разнообразны по своей конструкции.

Общепринято в каждом таком зонде выделять основной (главный) двухэлементный зонд с максимальным произведением моментов $M \cdot N$ генераторной и измерительной катушек. Все остальные зонды и катушки с меньшими моментами считаются *фокусирующими*.

Фокусирующие зонды различаются по способу размещения дополнительных катушек относительно центра главного зонда. Симметричные зонды имеют такое расположение фокусирующих катушек, что для каждой пары возбуждающей и приёмной катушек, смещённых относительно центра главного зонда, существует полностью идентичная пара, смещённая на такое же расстояние в противоположную сторону от центра. При этом важно, чтобы сигналы от симметричных пар поступали в измерительную цепь зонда синфазно.

Кривые профилирования симметричных зондов симметричны относительно центра пласта.

Многоэлементные зонды отличаются по расположению фокусирующих катушек относительно главных и, в этом случае, подразделяются на зонды с внутренней, внешней и смешанной фокусировкой. При внутренней фокуси-

ровке фокусирующие катушки располагаются между главными катушками, а при внешней — снаружи. При смешанной фокусировке дополнительные катушки располагаются как внутри, так и вне интервала основного зонда.

В качестве примера ниже будет исследована характеристика фокусирующего зонда 4Ф1 с расстоянием между катушками главной пары, равным одному метру (рабочая частота 70 *кГц*).

В некоторых случаях будут приведены характеристики других известных зондов, в частности, шестиэлементного симметричного зонда 6Ф1М со смешанной фокусировкой (рабочая частота 50 *кГц*).

В табл. 2.3 показаны схемы размещения катушек относительно друг друга и основные параметры некоторых многоэлементных зондов.

Табл. 2.3

Элементарные зонды	Длина, (*м*)	M_mN_n / M_1N_1	Знак сигнала
Схема зонда 6Ф1М	$ФГ_2$ •	И • $ФИ_1$ •	$ФГ_1$ • Г • $ФИ_2$ •
Г-И	1,00	1,0000	+
$ФГ_1$-И	0,75	0,2900	–
Г-$ФИ_1$	0,75	0,2900	–
$ФГ_1$-$ФИ_1$	0,50	0,0841	+
$ФГ_2$-И	0,50	0,0200	–
Г-$ФИ_2$	0,50	0,0200	–
$ФГ_2$-$ФИ_2$	2,00	0,0004	+
$ФГ_1$-$ФИ_2$	0,75	0,0058	+
$ФГ_2$-$ФИ_1$	0,75	0,0058	+
Схема зонда 4Ф1		Г • $ФГ_2$ •	$ФГ_3$ • И •
Г-И	1,000	1,000	+
$ФГ_2$-И	0,586	0,350	–
$ФГ_3$-И	0,320	0,025	+
Схема зонда 4Ф1,1		Г • $ФГ_2$ •	$ФГ_3$ • И •
Г-И	1,000	1,000	+
$ФГ_2$-И	0,644	0,350	–
$ФГ_3$-И	0,352	0,025	+

Рассматриваемые зонды являются системами, в которых компенсируется ЭДС от действия прямого поля в измерительной цепи, т.е. моменты приёмной и возбуждающей цепей связаны условием:

$$\sum_{m=1}^{q}\sum_{n=1}^{w}\frac{M_m N_n}{L_{mn}^3}\ . \qquad (2.83)$$

В таблице представлены параметры многоэлементных зондов индукционного каротажа.

На рис. 2.11 приведены метрологические характеристики индукционных зондов. Например, зонд типа 6Ф1-50 имеет 6 индукционных катушек; Ф — обладает фокусировкой; основная длина зонда равна 1 *м*; рабочая частота — 50 *кГц*.

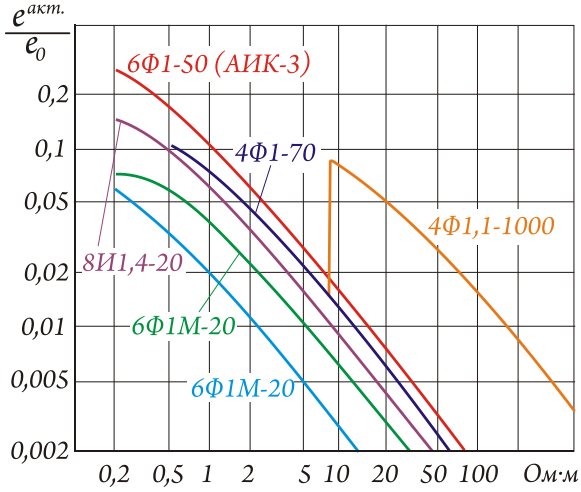


Рис. 2.11. *Зависимость относительной активной компоненты ЭДС от удельного сопротивления однородной среды для различных зондов индукционного каротажа*

Кажущаяся электропроводность связана с ЭДС следующим соотношением:

$$\frac{\sigma_к}{\sigma_п}=\frac{\xi^a}{\xi_{одн.}}\ , \qquad (2.84)$$

где ξ^a — величина ЭДС в приёмной цепи зонда (с учётом скин-эффекта) в однородной среде; $\xi_{одн.}$ — величина ЭДС в приёмной цепи зонда (без учёта скин-эффекта) в однородной среде.

Как и в случае элементарных зондов, верхнюю границу диапазона удельных сопротивлений естественно оценить по минимальной величине

полезного сигнала, при котором возможные отклонения фонового сигнала (помехи) составляют не более 10% от полезного.

Исследования, выполненные на промышленных образцах зонда 4Ф1 и 4Ф1,1 показали, что колебания фоновых сигналов на частоте 70 *кГц* и 1000 *кГц* составляют 4 *мСм/м* и 1 *мСм/м*. Поэтому верхними границами удельных сопротивлений, измеряемых аппаратурой ВИК с погрешностью 10%, являются 25 *Ом·м* и 100 *Ом·м* соответственно.

Для зонда 6Ф1М верхняя граница измерений определена в соответствии с графиком зонда 6Ф1М-50 (рис. 2.11) на уровне $\frac{\xi^a}{\xi_{одн.}} = 0,005$, что соответствует 12 *Ом·м*.

Нижние границы диапазона доступных измерению удельных сопротивлений выбираются для рассматриваемых зондов из условия, чтобы при измерении сигнала с точностью 5% максимальные ошибки в определении удельного сопротивления в районе нижней границы диапазона не превышали 15%.

В соответствии с графическими характеристиками, показанными на рис. 2.11, для зондов 6Ф1М-50 *кГц*, 4Ф1-70 *кГц* и 4Ф1-1000 *кГц* рабочие диапазоны измеряемых удельных сопротивлений составляют:

$$\begin{aligned} &6Ф1М: 0,4 \div 12\ Ом{\cdot}м, \\ &4Ф1: 0,5 \div 25\ Ом{\cdot}м, \\ &4Ф1,1: 10 \div 100\ Ом{\cdot}м. \end{aligned} \qquad (2.85)$$

Обратим внимание на то, что в случае низких сопротивлений среды кривые градуировки зондов (рис. 2.11) указывают на ослабление чувствительности активной компоненты ЭДС.

Из анализа кривых градуировки зондов видно, что применение двухчастотной аппаратуры ВИК существенно расширяет диапазон измеряемых удельных сопротивлений.

Отметим, что выбор высокой частоты для зонда 4Ф1,1 определялся средними статистическими данными об удельных сопротивлениях нефтегазоносных коллекторов Западной Сибири.

Вполне естественно, что в тех случаях, когда в геоэлектрическом разрезе преобладают более низкие сопротивления, чем указанные в (2.85) для высокочастотного зонда (4Ф1.1), целесообразно проводить измерения на более низких частотах.

В соответствии с (2.84), кривые градуировки фокусирующих зондов с четырьмя катушками рассчитываются по формуле:

$$\sigma_к = \frac{h_Z^{(1)} - C_1\left(\frac{L_1}{L_2}\right)^3 h_Z^{(2)} + C_2\left(\frac{L_1}{L_3}\right)^3 h_Z^{(3)}}{\frac{\omega\mu L_1^2}{2}\left(1 - C_1\frac{L_1}{L_2} + C_2\frac{L_1}{L_3}\right)}, \qquad (2.86)$$

где $$h_Z^{(1)} = \frac{\xi_i^{акт.}}{\xi_{mn}^{(i)}} = e^{-p_i}\left[\left(1+p_i\right)\sin p_i - p_i\cos p_i\right] — \qquad (2.87)$$

отношение активной компоненты ЭДС i-го зонда с двумя катушками к ЭДС этого же зонда в воздухе; $C_i = \frac{\left(M_m N_n\right)_i}{M_1 N_1}$ — отношение произведений моментов генераторных и измерительных катушек фокусирующих зондов к произведению моментов главного зонда.

Для зондов 4Ф1 и 4Ф1,1 $C_1 = 0,350$ и $C_2 = 0,025$; $p_i = L_i\frac{2\pi\sqrt{f}}{10^3\sqrt{10\rho}}$ — индукционное число i-го фокусирующего зонда $i = (1),(2),(3)$.

Характер функции $\sigma_к(\rho_{одн.})$ зависит от поведения магнитного поля h_Z^i каждого элементарного зонда, входящего в состав фокусирующего зонда.

Численное значение знаменателя (нормирующей величины) в соотношении (2.86) следующее:

$$\frac{\omega\mu L_1^2}{2}\left(1 - C_1\frac{L_1}{L_2} + C_2\frac{L_1}{L_3}\right) = \frac{4\pi^2\cdot 1,1^2}{10}\left(1 - 0,600 + 0,0776\right) = 1,53. \qquad (2.88)$$

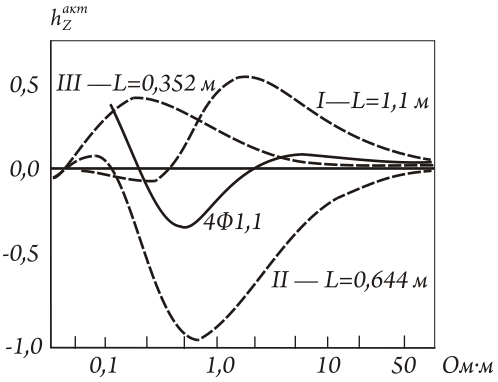


Рис. 2.12. *Зависимость относительной величины активной компоненты магнитного поля от удельного сопротивления однородной среды для элементарных зондов* (штриховые линии) *фокусирующего зонда 4Ф1.1* (сплошная линия)

В качестве примера на рис. 2.12 изображены характеристики элементарных зондов (шифр кривых — длины зондов, в составе фокусирующего зонда 4Ф1,1-1000). Как видно, функция $h_Z^{акт.}$ для зонда 4Ф1,1-1000 *кГц* сложным образом изменяется по мере уменьшения удельного сопротивления. В интервале высоких значений УЭС функция монотонно растёт. Однако в диапазоне значений удельных сопротивлений от 10 до 5 *Ом·м* $h_Z^{акт.}$ практически не зависит от измеряемого параметра. Область величин УЭС менее 5 *Ом·м* подвержена инверсии измеряемой характеристики поля и становится неприемлемой для изменений.

Поведение активной компоненты поля для зонда 4Ф1,1-1000 *кГц* обусловлено влиянием скин-эффекта, который по-разному проявляется для различных элементарных зондов L_{I}, L_{II} и L_{III}, образующих зонд 4Ф1,1. Графики функции $h_Z^{акт.}$ для этих зондов, приведённые на рис. 2.12, иллюстрируют знаки полей и их интенсивность в зависимости от УЭС среды.

Так, например, область двузначности $h_Z^{акт.}$ для зонда 4Ф1,1 при $\rho \le 5-6$ *Ом·м*. обусловлена возбуждающей катушкой зонда L_{II}, которая в данном случае создаёт большой вклад в измеряемый параметр. Активные компоненты полей ($\rho \approx 0{,}2$ *Ом·м*), создаваемые возбуждающими катушками L_{I} и L_{II}, обращаются в нуль. Такое поведение поля объясняется концентрацией вихревых токов вблизи возбуждающей катушки зонда за счёт скин-эффекта. При дальнейшем понижении удельного сопротивления среды происходит смена знака $h_Z^{акт.}(\rho)$, и чем короче зонд, тем при меньших значениях электропроводности проявляется такой эффект.

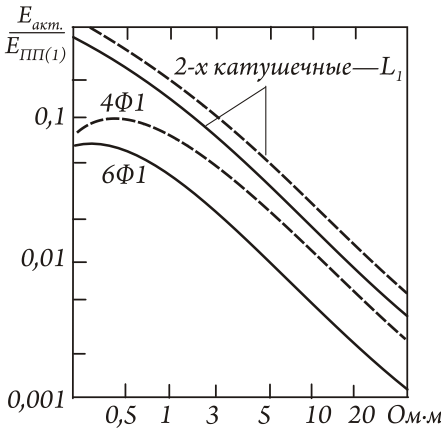


Рис. 2.13. *Иллюстрация потери чувствительности фокусирующих зондов* 4Ф1 *и* 6Ф1 *по градуировочным кривым по сравнению с их главными двухэлементными зондами — L_1*

Отмеченные особенности кривой градуировки должны быть учтены при регистрации сигналов в скважине. В том случае, когда в интервале зонда появляются пласты с удельным сопротивлением, меньшим 10 *Ом·м*, выходная цепь высокочастотного канала отключается от регистраторов, не фиксируя «ложные» сигналы.

На рис. 2.13 изображены кривые градуировки главных зондов и кривые фокусирующих зондов 6Ф1М и 4Ф1. Из сравнения кривых видно, что ослабление сигнала главного зонда в рабочем диапазоне сопротивлений составляет в среднем для зонда 6Ф1М — 3,1÷4,3 раза, а для зонда 4Ф1 — 2,2÷5,0 раза.

О диапазоне измерений индукционными зондами. При выборе и обосновании параметров фокусирующего зонда необходимо определить границы минимальных и максимальных величин измеряемого удельного сопротивления (удельной электропроводности) с гарантированной точностью измерения. С одной стороны, это обусловлено ограниченными возможностями той или иной характеристики поля в области малых величин удельного сопротивления, в связи с возникновением неоднозначности. С другой стороны, существуют технические ограничения на точность измерения малых сигналов в области больших величин удельного сопротивления. Точность измерения ЭДС полезного сигнала, составляющего доли процента от ЭДС прямого поля главной пары зонда, невысокая. Допустимым ограничением считается 10% ошибка на границе больших удельных сопротивлений.

По кривой градуировки элементарного зонда и заданному минимальному значению отношения полезного сигнала к ЭДС прямого поля определяется максимально возможный диапазон измерения, который можно оценить отношением $p_{макс.}/p_{мин.}$ = «диапазон измерения».

Поскольку для зондов с фокусировкой диапазон измерений сужается, то соответствующая кривая градуировки позволяет учитывать и уточнять практически достижимый диапазон измерений.

Таким образом, использование активной компоненты, в качестве измеряемого параметра в зондовых системах с геометрической фокусировкой, сокращает диапазон однозначности измерений. При этом, чем выше частота, тем при больших удельных сопротивлениях наступает область неоднозначности (рис. 2.11, 2.12 и 2.13).

2.5. *Радиальные характеристики фокусирующих зондов (высокие частоты)*

Модель двухслойной среды («скважина–пласт»).

Для более точной оценки влияния параметров скважины на показания зондов 4Ф1 и 4Ф1,1 были выполнены расчёты кажущейся удельной проводимости по формуле:

$$\sigma_к = \frac{h_Z^и(L_1) - \dfrac{C_1}{p_1} h_Z^и(L_2) + \dfrac{C_2}{p_2} h_Z^и(L_3)}{\dfrac{\omega\mu L_1^2}{2}\left(1 - \dfrac{C_1}{p_1} + \dfrac{C_2}{p_2}\right)}, \qquad (2.89)$$

где $h_Z^и(L_j) = \mathrm{Im}\left\{ h_Z^0(\sigma_c; L_j) - \left(\dfrac{L_j}{a_c}\right)^3 \dfrac{1}{\pi} \int_a^\infty m_1^2 G(\sigma_c \sigma_{зп} \sigma_п a_c a_{зп} \omega) \cos \dfrac{L_j}{a_c} m\, dm \right\}$ —

магнитные поля для двухэлементных пар L_j фокусирующего зонда, нормированные на поле в воздухе главного зонда L_1.

Анализ результатов численного моделирования показывает, что при фиксированных параметрах скважины, с уменьшением удельной электропроводности пласта, кажущаяся проводимость $\sigma_к$ увеличивается относительно кажущейся проводимости однородной среды $\sigma_к^0$. Это объясняется более

существенным влиянием проводимости раствора скважины по мере уменьшения проводимости пласта. Действительно, поскольку токи в пласте уменьшаются, то вклад токов от параметров скважины в суммарный сигнал увеличивается. Следовательно, возрастает роль токов, наведённых в буровом растворе скважины. Тот же эффект сопровождает увеличение диаметра скважины.

С уменьшением контраста проводимости между скважиной и пластом значения $\sigma_к$ приближаются к значениям $\sigma_к^0$.

Табл. 2.4

Зонды и отношение	**0,20 *м***	**0,25 *м***	**0,30 *м***
4Ф1 $\sigma_c / \sigma_к$	270	50	25
УЭС скважины, *мин*.	0,2	0,2	0,2
4Ф1,1 $\sigma_c / \sigma_к$	300	70	20
УЭС скважины, *мин*.	0,5	0,7	1,0

В табл. 2.4. приведены максимальные величины отношений $\sigma_c / \sigma_к$, при которых влияние удельного сопротивления скважины не превышает 10%, если диаметр скважины варьировать в интервале 0,2÷0,3 *м*.

Зонд 6Ф1М-50 *кГц* практически во всём рабочем диапазоне сопротивлений пласта (0,4÷12 *Ом·м*) даёт отличие $\sigma_к$ от $\sigma_к^0$ не более 5% при $\rho_c \geq 0,2$ *Ом·м*.

Показания зонда 4Ф1-70 *кГц* не превышают ~5% во всём диапазоне удельных сопротивлений пласта (0,4÷25 *Ом·м*) при $\rho_c > 0,2$ *Ом*·м.

Для зонда 4Ф1,1-1000 *кГц* диапазон сопротивлений бурового раствора значительно ограничен по сравнению с зондом 4Ф1-70 *кГц*. Это связано с тем, что условия фокусировки всё более нарушаются с уменьшением сопротивления раствора. Таким образом, увеличение диаметра скважины с её более высокой удельной электропроводностью бурового раствора, чем у окружающей среды, приводит к занижению удельного сопротивления пласта.

Модель трёхслойной среды («скважина–зона проникновения–пласт»). На рис. 2.14 изображены радиальные характеристики фокусирующих зондов в диапазоне малых значений геометрического параметра скважины. Здесь можно выделить характерные точки пересечения кривых с осью абсцисс, отображающей радиус скважины: $r_{\min}$ — значение радиуса, при кото-

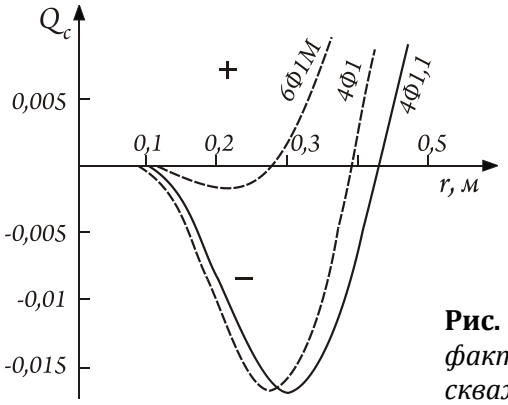


Рис. 2.14. *Зависимость геометрического фактора фокусирующих зондов от радиуса скважины для фокусирующих зондов индукционного каротажа*

ром геометрический фактор достигает минимума в области отрицательных значений $Q_c(r)$; r_0 — величина радиуса, соответствующего нулевому значению геометрического фактора.

Экстремумы геометрических факторов $(r_{\min})$ и нулевые значения в точках пересечения кривых (r_0) различаются между зондами: 6Ф1М — 0,22 *м* и 0,28 *м*; 4Ф1 — 0,28 *м* и 0,39 *м*; 4Ф1,1 — 0,31 *м* и 0,43 *м*.

Как видно на рис. 2.14, лучшими характеристиками обладает зонд 6Ф1 в интервале радиуса менее 0,3 *м*.

Остановимся на понижающем проникновении, когда $\rho_п / \rho_{зп} < 1$. Понижающее проникновение является, в какой-то мере, фактором увеличения условного радиуса скважины.

1. *Зонд 4Ф1*. Если $a_{зп} \le r_0$, то с увеличением сопротивления $\rho_{зп}$ отношение $\rho_п / \rho_к$ возрастает. Если же $a_{зп} \ge r_0$, то при росте $\rho_{зп}$ кажущееся сопротивление уменьшается и в том и другом случае $\rho_п / \rho_к \to 1$.

Например, если УЭС пласта $\rho_п = 32$ *Ом·м* ($a_c = 0{,}1$ *м*), то имеют место следующие зависимости:

$\rho_{зп}$	2	4	8	16	Радиус зоны проникновения
$\rho_п / \rho_к$	0,714	0,852	0,921	0,956	$a_{зп}$ =0,28 *м*; $r_0 < 0$
$\rho_п / \rho_к$	2,215	1,553	1,221	1,056	$a_{зп}$ =0,56 *м*; $r_0 > 0$

2. *Зонд 4Ф1,1*. Если $a_{зп} \le r_0$, то $\rho_п / \rho_к$ уменьшается с ростом сопротивления пласта. В случае $a_{зп} \ge r_0$ с увеличением $\rho_п$ величина $\rho_п / \rho_к$ растёт.

Например, если $\rho_п = 16$ *Ом·м* и $a_c = 0{,}1$ *м*, то наблюдаются следующие зависимости:

$\rho_{зп}$	32	64	128	Радиус зоны проникновения
$\rho_п / \rho_к$	0,965	0,918	0,832	$a_{зп}$ =0,28 *м*; $r_0 < 0$
$\rho_п / \rho_к$	1,064	1,176	1,380	$a_{зп}$ =0,56 *м*; $r_0 > 0$

Анализ численного моделирования зоны проникновения повышающего характера, когда $\rho_{зп} / \rho_п > 1$ (зонд 4Ф1), показал, что влияние зоны проникновения не превышает 10% в широком интервале значений удельного сопротивления пласта, если отношение $D/d_c \le 6$ или $D \le 1{,}2$ *м*.

Можно отметить следующую закономерность: если значения проводимости пласта и зоны проникновения близки друг другу $\left(1 > \rho_п / \rho_{зп} > 0{,}5\right)$, то влияние ближней зоны уменьшается и кажущееся удельное сопротивление стремится к истинному значению пласта $\rho_к \to \rho_к^{одн.} = \rho_п$.

Аналогичные выводы справедливы и для зонда 4Ф1,1 в его рабочем диапазоне параметров среды.

2.6. *Вертикальные характеристики фокусирующих зондов (высокие частоты)*

В пластах ограниченной мощности влияние пород, между которыми находится пласт, будет незаметным, если основная доля измеряемого сигнала будет связана с вихревыми токами, индуцированными только в пласте. Поэтому фокусирующие зонды, обладая лучшей радиальной характеристикой по сравнению с главным двухэлементным зондом, более чувствительны к удалённым участкам среды, как в радиальном, так и вертикальном направлениях относительно оси зонда.

Применяя внешнюю фокусировку, путём размещения дополнительных катушек зонда выше и ниже катушек главного зонда, можно улучшить вертикальную характеристику зонда, в некоторых частных случаях. При таком

устройстве зонда дополнительные катушки ослабляют сигналы от вмещающих пород.

Рассмотрим случай, когда зонд расположен внутри интервала пласта. Геометрические факторы пласта и вмещающих пород зонда с m-ым количеством двухэлементных зондов, обозначим через $Q_п^m$ и $Q_в^m$, а геометрические факторы главного двухэлементного зонда через $Q_п^1$ и $Q_в^1$. Очевидно, что отношения сигналов от пласта и вмещающей среды в каждом из зондов могут быть представлены в следующих видах:

$$\frac{\sigma_п Q_п^m}{\sigma_в Q_в^m} \quad \text{и} \quad \frac{\sigma_п Q_п^1}{\sigma_в Q_в^1}.$$

Можно показать, используя уравнения в разделе «нелинейные зонды», что относительная величина сигнала в многоэлементном зонде меньше, чем аналогичная величина для двухэлементного зонда, т.е.

$$\frac{Q_п^m}{Q_в^m} < \frac{Q_п^1}{Q_в^1} \quad \text{или} \quad \frac{Q_п^m}{Q_п^1} < \frac{Q_в^m}{Q_в^1}.$$

Отметим некоторые особенности в поведении кажущейся удельной проводимости.

1. С повышением частоты влияние вмещающих пород ослабляется по мере увеличения контрастности удельных сопротивлений $\rho_п / \rho_{вм} > 1$. При этом толщина пласта может быть меньше. Например, для зонда 4Ф1 (70 *кГц*) $\rho_п / \rho_к \approx 2{,}5$ при УЭС пласта 32 *Ом·м*, УЭС вмещающих пород 2 *Ом·м* и толщине пласта 2,5 *м*. Тогда как для зонда 4Ф1,1 (1000 *кГц*) при тех же условиях среды $\rho_п / \rho_к \approx 1{,}05$.

2. Увеличение проводимости вмещающих пород приводит к ухудшению вертикальной характеристики зонда тем в бóльшей степени, чем ниже рабочая частота и меньше мощность пласта.

Кривые профилирования пластов линейными зондами. Величина кажущегося удельного сопротивления, регистрируемая в виде каротажной диаграммы, зависит от электрических и геометрических параметров скважины,

зоны проникновения, пласта и вмещающей среды. В частности, конфигурация кривой профилирования зависит от толщины пласта и контрастности удельных сопротивлений пласта и вмещающих сред.

На рис. 2.15 приведены результаты профилирования зондов 4Фl–70 *кГц* и 4Ф1,1–1000 *кГц* против пластов различной мощности по данным численного моделирования. Кривые профилирования различаются мощностью пласта в долях длины основного зонда ($H/L = 3\ м;\ 1 м;\ 0{,}5 м$).

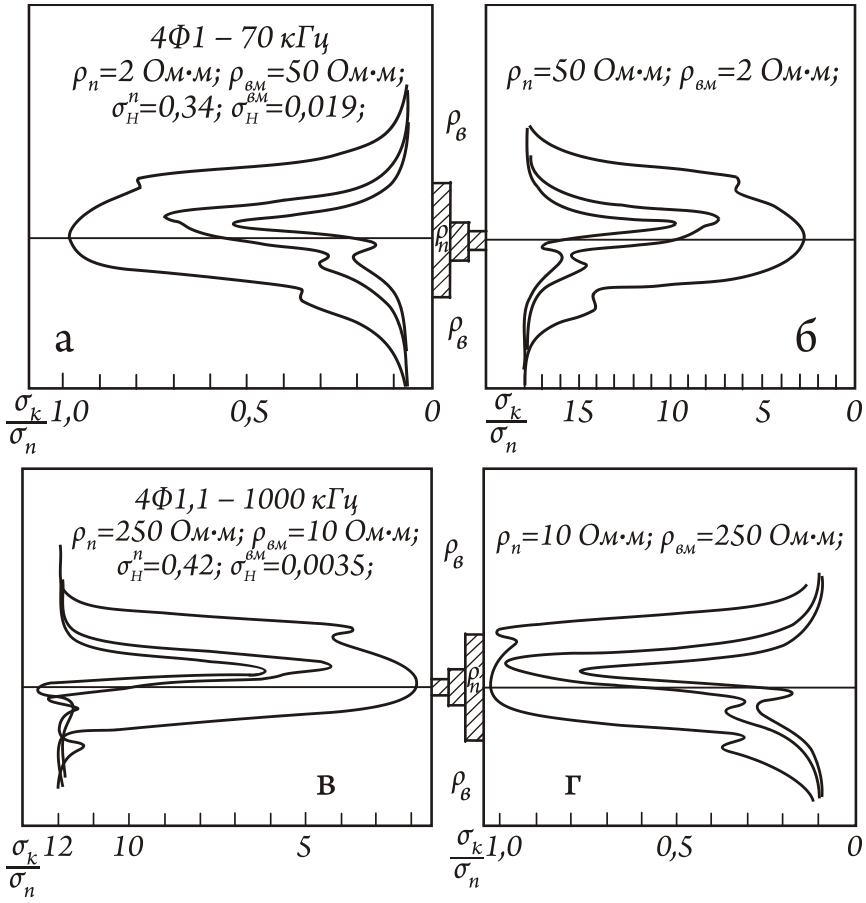


Рис. 2.15 а, б, в, г. *Кривые в пластах низкого сопротивления при* $\rho_п = 2\ Ом \cdot м$; $\rho_{вм} = 50\ Ом \cdot м$ (**а**) *и пластах высокого сопротивления при* $\rho_п = 50\ Ом \cdot м$; $\rho_{вм} = 2\ Ом \cdot м$ (**б**). *Кривые профилирования пластов различной толщины высокого* (**в**) *и низкого сопротивления* (**г**) *относительно вмещающих сред*

Кривые профилирования для зонда 4Ф1–70 кГц. Профилирование выполнено для пластов мощностью 3 *м*, 1 *м*, 0,5 *м*. Точка записи находится на середине длины главного зонда.

При толщине пласта больше длины зонда $(H/L \approx 3)$, значение $\rho_п / \rho_к \approx$ ≈ 1. На кривых наблюдаются искривления, соответствующие переходу измерительной базы зонда через нижнюю и верхнюю границы пластов.

Можно отметить, что кривая профилирования против пласта, превышающего длину основного зонда в три раза $(H/L = 3)$, выходит своим экстремумом на показания близкие к истинному значению (рис. 2.15, а). В случае, когда пласт имеет высокое удельное сопротивление (50 *Ом·м*) относительно вмещающих сред с УЭС равным 2 *Ом·м*, завышение кажущейся электропроводности ощутимее — более чем в два раза (рис. 2.15, б).

Уменьшение мощности пласта в три раза $(H/L \approx 1)$, средняя кривая на рис. 2.15, а) приводит к относительно небольшому изменению сигнала от пласта $\approx 0,75$. В модели (б) искажения для пласта с толщиной 1 *м* существенно больше — в 7–8 раз.

Кривые профилирования для зонда 4Ф1,1–1000 кГц. Профилирование выполнено для пластов мощностью 3 *м*, 1 *м*, 0,5 *м*. Точка записи находится на середине длины главного зонда. Можно отметить более высокую разрешающую способность данного зонда относительно к границам пласта. Это подтверждает тот факт, что вертикальные характеристики с ростом частоты улучшаются.

Приведённые синтетические диаграммы на рис. 2.15 получены в моделях пластов в отсутствии скважины. Опыт измерений в скважинах с буровым раствором более низкого удельного сопротивления, чем сопротивление пласта, показал, что искривления кривых на границах пласта не проявляются.

2.7. *Основы измерений*

Методы индукционного каротажа основаны на регистрации вторичных магнитных полей возникающих за счёт вихревых токов, индуцированных в среде первичным магнитным полем генераторной катушки зонда.

Изображая ЭДС и токи с помощью векторов на плоскости, можно представить компоненты поля фазовыми соотношениями (рис. 2.16).

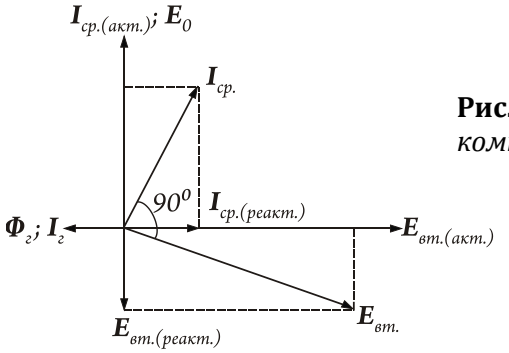


Рис. 2.16. *Фазовые соотношения компоненты поля*

На рис. 2.16 векторы имеют следующие обозначения: $\mathbf{I}_г$, $\mathbf{\Phi}_г$ — ток и магнитный поток в генераторной катушке зонда; $\mathbf{E}_0$ — напряжённость электрического поля, возбуждаемая магнитным потоком $\mathbf{\Phi}_г$ в измерительной катушке, которую принято называть ЭДС прямого поля в воздухе; векторы $\mathbf{I}_{ср}$; $\mathbf{I}_{ср.(акт.)}$; $\mathbf{I}_{ср.(реакт.)}$ — соответствуют токам, индуцированным первичным магнитным потоком и вторичным магнитным полем, возникающим за счёт ЭДС $\mathbf{E}_{вт}$; векторы $\mathbf{E}_{вт.}$; $\mathbf{E}_{вт.(акт.)}$; $\mathbf{E}_{вт.(реакт.)}$ — вторичная ЭДС и её активная и реактивная составляющие индуцируемые в измерительной цепи двухэлементного зонда. Вектор $\mathbf{E}_0$ и ортогональный ему вектор $\mathbf{E}_{вт(акт)}$ возникают за счёт первичного магнитного потока. При этом, если величина индукционного числа мала и соответствует «области Долля», то ток $\mathbf{I}_{ср}$ и вызванная им ЭДС $\mathbf{E}_{вт.(акт.)}$ будут близки своими векторными значениями с исходными координатными осями. Когда же в среде возникает взаимодействие вихревых токов, в измерительном элементе индуцируется реактивная компонента ЭДС $\mathbf{E}_{вт.(реакт)}$. В этом случае ток $\mathbf{I}_{ср.}$ и ЭДС $\mathbf{E}_{вт.}$, находясь в ортогональной квадратуре между собой, смещаются на некоторый фазовый угол относительно основных прямоугольных координат, как показано на рис. 2.16.

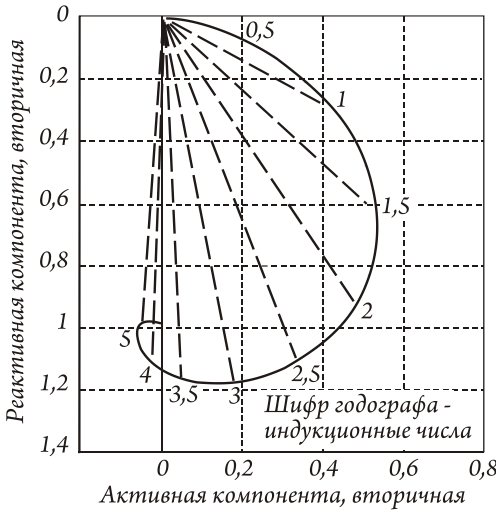


Рис. 2.17. *Зависимость вторичных компонент электромагнитного поля* (оси координат) *для индукционных чисел* (безразмерных величин) *в интервале от 0 до 5* — шифр значений на кривой

Рассмотрим более детально поведение вторичных компонент электромагнитного поля в однородной среде для двухэлементного зонда с помощью годографа, представленного на рис. 2.17.

Кривая годографа является непрерывным распределением индукционных чисел *p*. Любая точка на годографе определяется четырьмя характеристиками поля: реактивной и активной компонентами, вторичной амплитудой и фазой амплитуды, угол которой отсчитывается между верхней осью абсцисс и вектором амплитуды (штриховые линии) «по часовой стрелке». Реактивная компонента вектора $\mathbf{E}_{вт.акт.}$ развёрнута на 180° относительно вектора ЭДС прямого поля. При построении годографа на рис. 2.17, $\mathbf{E}_0$ убирают, поскольку зонд настраивается так, чтобы эта ЭДС была скомпенсирована.

Как видно из рисунка, активная и реактивная ЭДС, амплитуда $\mathbf{E}_{вт.} = \sqrt{(\mathbf{E}_{вт.акт.})^2 + (\mathbf{E}_{вт.реакт.})^2}$ и фаза $\varphi = arctg \dfrac{\mathbf{E}_{вт.акт.}}{\mathbf{E}_{вт.реакт.}}$ зависят от индукционного параметра *p*. Однозначность результатов для активной и реактивной составляющих достигается при различных величинах индукционного числа. Так, например, максимальное значение активной составляющей вектора $\mathbf{E}_{вт.акт.}$ соответствует числу 1,57 на годографе. Для реактивной составляющей максимум находится на оси ординат на пересечении касательной, проведённой из точки на годографе со значением $p \approx 3{,}14$. При этом величина $\mathbf{E}_{вт.акт.} \approx 1{,}18$. Величина модуля $\mathbf{E}_{вт.}$ имеет максимум, когда $p \approx 3$.

В начале координат, где индукционное число мало (меньше 0,15), годограф проходит близко к оси абсцисс. Это означает, что ЭДС $\mathbf{E}_{вт.} \approx \mathbf{E}_{вт.акт.}$, а реактивная составляющая пренебрежимо мала. В этой области значений ЭДС выполняются положения теории малого параметра Г. Долля.

В принципе, для измерения проводимости может использоваться любой из элементов вектора ЭДС $\mathbf{E}_{вт.}$: модуль амплитуды, фаза, а также составляющие напряжённости электрического поля (активная, реактивная, комплексная компоненты).

При измерении какой-либо составляющей ЭДС $\mathbf{E}_{вт.}$ используется фазовая селекция сигнала. Выбор той или иной компоненты поля влияет на основные метрологические и технические показатели аппаратуры, к числу которых относятся следующие:

1. Верхний и нижний пределы измерения удельного сопротивления.
2. Радиальная глубина исследования.
3. Вертикальная и радиальная разрешающие способности.
4. Характер кривой, по которой градуируют измеряемые величины.
5. Способ измерения и конструкция зондовой системы.

Верхний предел измерения больших величин удельного сопротивления может быть ограничен из-за дрейфа нуля и наличия зоны нечувствительности детектирующего устройства. Эти ограничения вызваны малыми величинами вихревых токов в среде высокого сопротивления и, как следствие, низкой плотностью силовых линий магнитного поля.

В индукционном каротаже основной причиной ограничения верхнего предела удельных сопротивлений пород является остаток от ЭДС прямого поля $\Delta\mathbf{E}_0$ и дрейф этой величины $\Delta\mathbf{E}_{др}$. Поскольку эти ЭДС имеют реактивный характер, то при измерении любой составляющей вектора $\mathbf{E}_{вт}$, сдвинутой по фазе на угол ψ по отношению к активной составляющей дрейф нуля будет определяться величиной $\Delta\mathbf{E}_{др} = \Delta\mathbf{E}_0 \sin\psi$.

При измерении активной составляющей в идеальном случае, когда $\psi = 0$, дрейф нуля не зависит от ЭДС прямого поля. Однако в действитель-

ности следует учесть неточность фазовой настройки (ошибку установки начальной фазы и её дрейф), которая может быть порядка 1–2° и в лучшем случае — 0,3°. В среднем можно считать, что при измерении активной компоненты влияние нестабильности ЭДС прямого поля ослабляется в 30–50 раз.

При измерении любой другой составляющей это ослабление либо отсутствует, либо незначительное.

Величина неполной компенсации прямого поля при фазовой селекции сигнала большой роли не играет и может влиять на дрейф нуля лишь косвенно, через нестабильность фазы и коэффициента передачи измеряемого сигнала.

Неполная компенсация ЭДС прямого поля нарушает линейность ЭДС модуля $\mathbf{E}_{вт}$. Это проявляется как потеря чувствительности при малых сигналах в среде высокого удельного сопротивления. Этот эффект объясняется тем, что при измерении модуля (амплитуды) сигнал помехи $\mathbf{E}'_0$, имеющий реактивный характер, и сигнал $\mathbf{E}_{вт.}$, который при малой проводимости близок к сигналу активной составляющей поля, складываются как векторы. В данном случае имеет место приближенное соотношение для ЭДС:

$$\mathbf{E}_{измеренное} = \sqrt{\left(\mathbf{E}'_0\right)^2 + \left(\mathbf{E}_{вт.}\right)^2} \ .$$

По этой причине измерение модуля на верхнем пределе индукционного числа (p) определяется такой проводимостью среды, при которой амплитуда вектора $\mathbf{E}_{вт}$ значительно превышает величину суммарного реактивного сигнала $\left(\mathbf{E}'_0 + \Delta\mathbf{E}_0\right)$

Помимо отмеченных причин ограничения верхнего предела измерения, которые следует считать принципиальными, существуют и другие, связанные со свойствами измерительной системы. Так, например, при амплитудном детектировании имеется начальная зона нечувствительности, обусловленная нелинейностью характеристики детектирующего устройства. При использовании фазового детектора она (нелинейность) отсутствует.

Нижний предел измерения малых величин удельного сопротивления определяется положением первого максимума на кривой зависимости измеряемой величины от параметра p.

Табл. 2.5

Измеряемая величина	Индукционное число *p*	Верхний предел чувствительности
Активная компонента	1,57	≈1,3
Реактивная компонента	3,14	≈2,6
Модуль вектора $\mathbf{E}_{вт.}$	3,00	≈2,7

В табл. 2.5 приведены измеряемые компоненты поля, предельные значения индукционного числа и их верхние границы чувствительности. Приближение к экстремуму сопровождается снижением чувствительности измеряемой величины поля при дальнейшем уменьшении УЭС. Ограничивая область снижения чувствительности на 10% от максимума соответствующей компоненты, устанавливаем верхний предел значения индукционного числа, определяя его как «верхний предел чувствительности» по параметру *p*.

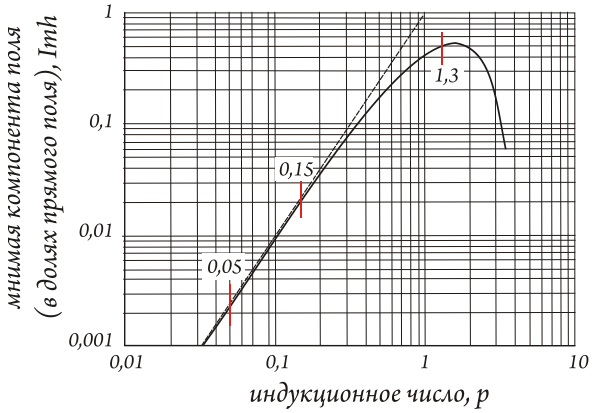


Рис. 2.18. *График для активной компоненты вторичного сигнала от среды* (сплошная линия). Штриховой линией представлено фиктивное продолжение линейной связи компоненты. Участок совпадения этих кривых, когда индукционное число меньше 0,15, соответствует области Г. Долля

На рис. 2.18 для активной компоненты выделены две области зависимости мнимой компоненты от величин индукционного числа: 1) область параметров, соответствующих теории Долля, ограничена значениями $0{,}05 \le p \le 0{,}15$. Минимальное значение индукционного числа соответствует малым величинам электропроводности или высоким значениям УЭС относительного сигнала $\mathbf{E}_{акт.} / \mathbf{E}_0$ (ось ординат) на уровне тысячных долей; 2) область средних значений индукционного числа $0{,}15 \le p \le 1{,}2$ отражает интервал влияния скин-эффекта. Верхняя граница $(p = 1{,}3)$ является предельным значением однозначности измерений в средах аномально низких значений удельного сопротивления.

О радиальной глубине исследования. В индукционном каротаже, использующем низкие частоты, для анализа радиальных характеристик зондов используют теорию геометрического фактора с достаточной точностью для практики (интерпретации данных каротажа). Эта теория основана на том, что измеряемый сигнал является суммой откликов одного знака от различных частей среды, отличающихся геометрическими объёмами и удельными сопротивлениями. В качестве таких моделей среды могут быть цилиндрически слоистые среды, отражающие скважину и зону проникновения (включая аномальную «окаймляющую» зону). Радиальная характеристика или радиальная глубина исследования тем лучше и больше, чем геометрический фактор пласта ближе к единице. Это означает, что сигналы от вихревых токов, индуцированных в скважине и зоне проникновения, малы относительно сигнала от пласта (как и малы геометрические факторы этих областей среды). Теория и практика показали, что наибольшей радиальной глубиной обладают модуль вторичной амплитуды и реактивная компонента поля, наименьшей — активная компонента.

О вертикальной разрешающей способности. В средах с горизонтальными границами раздела пластов, тонкие пласты пород выделяются тем эффективнее, чем меньше длина зонда и больше его рабочая частота. В исследуемых породах с относительно низким удельным сопротивлением сигнал быстро затухает за счёт действия скин-эффекта, что улучшает разрешающую способность. В этом смысле активная компонента обладает преимуществом по сравнению с другими компонентами поля, так как скин-эффект проявляется здесь сильнее (табл. 2.5).

О графике градуировки индукционных зондов[1]. В индукционном каротаже измеряемая компонента электромагнитного поля в однородной изотроп-

[1] Градуировка (от латинского — *шаг, ступень, степень*) — снабжение измерителя шкалой с делениями и установление того, какому значению измеряемой физической величины соответствует каждое деление шкалы.

ной среде представляется в форме графика зависимости от диапазона индукционных чисел (удельной электропроводности или удельного сопротивления). При фиксированных величинах установки (длине зонда и его операционной частоте) график градуировки зондов определяет связь активной компоненты с проводимостью однородной изотропной среды. В качестве такого графика для градуировки может быть использована зависимость, представленная на рис. 2.17 для относительной величины активной компоненты поля.

В частности, при малой величине индукционного числа, соответствующего области Долля, активная компонента поля прямо пропорциональна электрической проводимости — $\mathbf{E}_{акт.} = p^2\mathbf{E}_0$.

Можно отметить, что зависимость модуля $\mathbf{E}_{вт.}$ от проводимости при малой величине индукционного параметра p почти такая же, как для активной компоненты. Реактивная компонента более чувствительна к электропроводности среды, когда индукционное число $p > 1,3$ (рис. 2.16). Однако в области малых величин индукционных чисел $(p < 1)$ реактивная компонента становится меньше активной компоненты, поскольку $\mathbf{E}_{реакт.} \cong \frac{2}{3} p^3\mathbf{E}_0$.

С увеличением электропроводности среды рост всех составляющих вектора $\mathbf{E}'_{вт.}$ замедляется. Однако у реактивной компоненты и модуля амплитуды это замедление проявляется слабее, чем у активной компоненты.

Сигнал от среды при малых величинах индукционных чисел (p) пропорционален корню квадратному из удельной проводимости изотропной среды. Это следует из следующего выражения для фазы:

$$\varphi = p - arctg\frac{p}{1+p}.$$

О способах измерений и конструкции зондов. Самой простой является схема, предназначенная для регистрации модуля $\mathbf{E}_{вт}$, т.к. в ней (в схеме) используется простой амплитудный детектор.

Схемы, предназначенные для регистрации любой из составляющих вектора $\mathbf{E}_{вт}$., содержат чувствительный фазовый детектор и отличаются

друг от друга только различной фазовой настройкой (например, при измерении комплексной вторичной амплитуды).

Следует отметить, что к конструкции зондов аппаратуры, которой регистрируется модуль вектора $\mathbf{E}_{вт}$., реактивная или комплексная компонента, предъявляются повышенные требования к жёсткости закрепления не только катушек, но и подводящих (транзитных) проводов, так как любые их смещения относительно индукционных катушек зонда вызывают изменения реактивного сигнала. При регистрации активной компоненты эти требования менее жёсткие.

Благодаря отмеченным преимуществам, активная компонента получила наиболее широкое применение в индукционном каротаже.

Вместе с тем, для расширения диапазона измерений в сторону более высокой проводимости были реализованы способы измерения реактивной компоненты. Комплексный способ измерения предусматривает регистрацию активной компоненты или вектор, определяемый активной и реактивной компонентами поля [10].

Увеличить предел измерения повышенных значений проводимости, соблюдая условия однозначности, возможно путём использования более низкой частоты, однако этот способ не всегда целесообразен, так как, во-первых, он связан с уменьшением уровня сигналов при низких удельных проводимостях среды, а во-вторых, с ухудшением вертикальной характеристики.

Для расширения диапазона измерений в сторону низких проводимостей (повышенных удельных сопротивлений) применяют индукционный каротаж на более высоких частотах [10, 12, 14].

2.8. *Теория высокочастотного электромагнитного зондирования*

Разработка теории *электромагнитных методов* с применением *высокой частоты* гармонических колебаний поля (ВЭМК) базируется на уравнениях Максвелла, адаптированных к геоэлектрическим свойствам горных

пород (гл. 1). При этом зондовые системы, как правило, отличаются от зондов индукционного каротажа меньшим количеством индукционных катушек. Обычно зонды ВЭМК состоят из пары двухэлементных зондов, для которых применяют один генераторный элемент с фиксированной частотой возбуждаемого поля. В последнее время создаются системы из двух пар зондов с генераторами поля разных частот [16]. Эти системы и их теоретическое обоснование рассматривается в этом разделе.

Основной моделью каротажа является модель «скважина и зоны проникновения» с цилиндрическими границами раздела, которые пересекают границы пласта определённой толщины. При этом зонд находится на оси симметрии цилиндров.

Влияние параметров скважины на электромагнитное поле изучается с помощью модели, состоящей из цилиндрической полости, заполненной раствором, и окружающей её среды. Такая модель может быть усложнена цилиндрическими областями, имитирующими либо корпус скважинного прибора в скважине, либо зону проникновения, осложнённую окаймляющей зоной с солёной пластовой водой.

Для исследования влияния ограниченной толщины пластов используем модели «без скважины». Такое допущение правомочно для фокусирующих зондов, обеспечивающих исключение параметров скважины в определённом диапазоне контрастности сопротивлений в окрестности скважины.

В рамках двухмерности модельной среды пласт ограниченной толщины дополняется цилиндрическими областями, параметры которых соответствуют скважине, зоне проникновения, включая радиальную толщину окаймляющей зоны, и неизменённый пласт.

Цилиндрически-слоистая среда. Формулировка задачи

Пространство разделено совокупностью $n-1$ бесконечно протяжённых коаксиальных круговых цилиндрических поверхностей. Радиус n областей: $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$, заполнены изотропными средами 1, 2, 3,..., n с электропроводностью σ_m, диэлектрической проницаемостью ε_m $(m = 1, 2, 3....)$

и магнитной проницаемостью μ, однородной во всех средах и равной магнитной проницаемости вакуума $\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_n = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м*. На оси внутреннего цилиндра (скважины) находится источник поля в виде переменного магнитного диполя, момент которого совпадает с осью скважины. Требуется определить магнитное поле, возбуждаемое источником такого типа на оси *Z* (рис. 2.19).

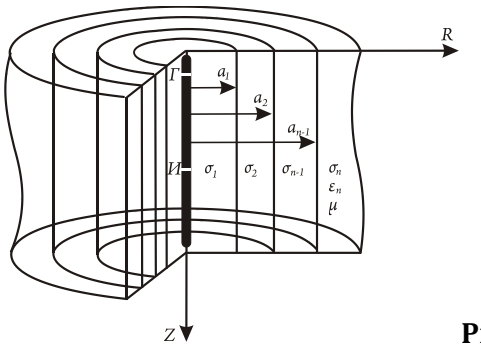


Рис. 2.19

Необходимо отметить принятые допущения:

1. Все среды, окружающие индукционный зонд, однородны и изотропны.
2. Электрические свойства сред не изменяются по направлению, параллельному оси скважины (кровля и подошва пласта, в пределах которого находится зонд, достаточно удалены от него).
3. Столб жидкости, заполняющей скважину, имеет форму бесконечно длинного кругового цилиндра.
4. Промежуточная среда между буровым раствором и неизменной породой представляется коаксиальными цилиндрами, ось которых совпадает с осью скважины.
5. Генераторные и измерительные элементы зондов, находятся на оси скважины и по сравнению с длиной зондов принимаются точечными.

Решение задачи для цилиндрически-слоистой среды при возбуждении поля магнитным диполем с моментом, ориентированным по оси цилиндрических слоистых сред, представлено по результатам работы В.И. Дмитриева,

в которой получены рекуррентные формулы[2] [15]. Данное изложение заимствовано из работы Д.С. Даева [12], посвящённой высокочастотным электромагнитным методам исследования скважин с уклоном в область диэлектрического каротажа.

Основная идея метода заключается в переходе от дифференциального уравнения второго порядка к уравнению первого порядка, от уравнения Бесселя к уравнению Рикатти. В случае кусочно-однородной среды решение уравнения Рикатти при использовании краевых условий позволяет получить простые рекуррентные соотношения.

Из физической сущности задачи вытекают краевые условия, которые заключаются в том, что при приближении к источнику при $R = \sqrt{r^2 + z^2} \to 0$ поле стремится к полю магнитного диполя в однородной среде, а при $R \to \infty$ поле «исчезает». На поверхностях раздела, когда $r = r_m$, тангенциальные компоненты магнитного и электрического полей меняются непрерывно и не пересекают границы раздела сред. Ввиду осевой симметрии задачи будут существовать три компоненты поля: $\mathbf{H}_R$, $\mathbf{H}_Z$ и $\mathbf{E}_\varphi$. Решение задачи сводится к нахождению тангенциальной компоненты поля $\mathbf{E}_\varphi$, без введения понятия о векторе-потенциале.

С помощью второго уравнения Максвелла $rot\,\mathbf{E} = i\omega\mu\mathbf{H}$ выразим $\mathbf{H}_R$ и $\mathbf{H}_Z$ через $\mathbf{E}_\varphi$:

$$\mathbf{H}_R = \frac{i}{\omega\mu}\frac{\partial \mathbf{E}_\varphi}{\partial z}\ ; \qquad \mathbf{H}_Z = -\frac{i}{\omega\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial (r\mathbf{E}_\varphi)}{\partial r}\ . \tag{2.90}$$

Из уравнения $rot\mathbf{H} = \gamma\mathbf{E} + \dfrac{\partial D}{\partial t}$ получаем уравнение для тангенциальной компоненты $\mathbf{E}_\varphi$:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial (r\mathbf{E}_\varphi)}{\partial r}\right] + \frac{\partial^2 \mathbf{E}_\varphi}{\partial z^2} + k^2\mathbf{E}_\varphi = 0\ , \tag{2.91}$$

где $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu + i\sigma\omega\mu$ — квадрат волнового числа.

---

[2] Рекуррентный (лат. — *возвращающийся*). Член математической последовательности, в которой каждый следующий член выражается по определённому правилу через предыдущие члены.

Произведя разделение переменных, ищем решение уравнения (2.91) в виде интеграла Фурье. Так как $\mathbf{E}_\varphi$ по направлению z — чётная величина, решение строится в виде интеграла

$$E_\varphi = \int_0^\infty F(\lambda, z)\cos\lambda z\, d\lambda \ , \tag{2.92}$$

где функция F удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d(rF)}{dr}\right] - (\lambda^2 - k^2)F(r) = 0 \ . \tag{2.93}$$

Вместо функции $F(r)$ вводится новая функция $Y(r)$ — аналог адмитанса для цилиндрической волны

$$Y(r) = \frac{1}{r^2 F(r)}\frac{d\left[rF(r)\right]}{dr} . \tag{2.94}$$

Как известно, с линейными дифференциальными уравнениями второго порядка тесно связано уравнение Рикатти

$$y' = P(x)\,y^2 + Q(x)\,y + R(x) .$$

Решение U линейного дифференциального уравнения сводится преобразованием вида $y = \dfrac{-U'}{f(x)U}$ к решению уравнения Рикатти. Таким образом, функция $Y(r)$ в соответствии с формулами (2.93) и (2.94) должна удовлетворять уравнению Рикатти

$$Y'(r) + rY^2(r) = \frac{(\lambda^2 - k^2)}{r} . \tag{2.95}$$

Далее показано, что зная $Y(r)$, можно вычислить электромагнитное поле в любой точке пространства.

Так, общее решение уравнения (2.93) принимает следующий вид для интервала радиусов $0 < r < a$:

$$F(r) = A(\lambda)K_1(\lambda_1 r) + B(\lambda)I_1(\lambda_1 r) \ , \tag{2.96}$$

где $\lambda_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$, A и B — неизвестные коэффициенты.

В первой среде поле может быть представлено в виде суммы поля в однородной среде и функции, выражающей искажающее влияние цилиндрических неоднородностей. Компонента $\mathbf{E}_\varphi$ поля магнитного диполя в однородной среде

$$\mathbf{E}_\varphi = -\frac{i\omega\mu\mathbf{M}_0}{4\pi}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{e^{ikr}}{R}\right]. \qquad (2.97)$$

Используя известное представление e^{ikr}/R в интегральной форме, получаем на основании выражения (2.92) для однородной среды с параметрами скважины

$$F_{одн} = \left(-\frac{i\omega\mu\mathbf{M}_0}{2\pi^2}\right)\lambda_1 K_1(\lambda_1 r). \qquad (2.98)$$

Выражение (2.97) является условием возбуждения. Поскольку функция, учитывающая влияние неоднородности среды, может содержать только член $I_1(\lambda_1 r)$, окончательно имеем

$$F(r) = \left(\frac{i\omega\mu\mathbf{M}_0}{2\pi^2}\right)\lambda_1\left[-K_1(\lambda_1 r) + c_1(\lambda) I_1(\lambda_1 r)\right]. \qquad (2.99)$$

В соответствии с (2.94), используя значение $Y_{r=a_1} = Y_1$, получаем

$$c_1(\lambda) = -\frac{\lambda_1 K_0(\lambda_1 a_1) + Y_1 a_1 K_1(\lambda_1 a_1)}{\lambda_1 I_0(\lambda_1 a_1) + Y_1 a_1 I_1(\lambda_1 a_1)}. \qquad (2.100)$$

Подставляя выражение (2.99) в (2.92), получаем следующие уравнения, если $0 \le r \le a_1$

$$\mathbf{E}_\varphi = \left(-i\omega\mu\mathbf{M}_0/4\pi\right)\left\{\partial\left[e^{ik_1 r}/R\right]dr + \left(2/\pi\right)\int_0^\infty \lambda_1 c_1(\lambda) I_1(\lambda_1 r)\cos\lambda z d\lambda\right\},$$

или $$\mathbf{E}_\varphi = \mathbf{E}_{\varphi_одн} - \left(i\omega\mu\mathbf{M}_0/2\pi^2\right)\int_0^\infty \lambda_1 c_1(\lambda) I_1(\lambda_1 r)\cos\lambda z d\lambda\,. \qquad (2.101)$$

Таким образом, для определения поля в скважине необходимо знать функцию $Y(r)$, когда $r = a$.

В интервале значений $a_1 \le r \le a_{n-1}$, зная $Y(r)$, можно из выражения (2.94) определить $F(r)$. Действительно, выражение (2.94) представляет со-

бой линейное дифференциальное уравнение первого порядка, решение которого может быть записано следующим образом:

$$F(r) = \left[a_1 F(a_1)/r\right] \exp\left\{\int_{r_1}^{r} rY(r)\,dr\right\}. \qquad (2.102)$$

Значение $F(a_1)$ определяется с помощью формул (2.99) и (2.100). Подставляя выражения $F(r)$ и $F(a_1)$ в (2.92), определим $\mathbf{E}_\varphi$. Поскольку $F(r)$ и $F(a_1)$ определяются с помощью $Y(r)$ и Y_1, можно утверждать, что вычисление $\mathbf{E}_\varphi$ в интервале значений $a_1 \le r \le a_{n-1}$ возможно, если известна функция $Y(r)$.

Когда $r \ge a_{n-1}$, то в общем решении вида (2.96) может использоваться только член с $K_1(\lambda_n r)$. Учитывая это обстоятельство и определяя коэффициент при $K_1(\lambda_n r)$ через значение функции $F(r)$, когда $r = a_{n-1}$, имеем:

$$F(r) = F(a_{n-1}) \frac{K_1(\lambda_n r)}{K_1(\lambda_n a_{n-1})}, \qquad (2.103)$$

где $F(a_{n-1})$ по аналогии с (2.102) определяется выражением

$$F(a_{n-1}) = \left[\frac{a_1 F(a_1)}{a_{n-1}}\right] \exp\left\{\int_{a_1}^{a_{n-1}} rY(r)dr\right\}. \qquad (2.104)$$

Следовательно, вычисление поля в любой области возможно, если известна функция $Y(r)$, являющаяся решением уравнения Рикатти (2.95).

В кусочно-однородной среде уравнение (2.95) в соответствии с (2.94) удовлетворяет решению при условии $a_{m-1} \le r \le a_m$:

$$Y(r) = -\frac{\lambda_m}{r} \frac{K_0(\lambda_m r) - c'_m(\lambda) I_0(\lambda_m r)}{K_1(\lambda_m r) + c'_m(\lambda) I_1(\lambda_m r)}. \qquad (2.105)$$

Обозначим $Y_{(r=a_m)} = Y_m$ и $Y_{(r=a_{m-1})} = Y_{m-1}$.

В соответствии с (2.105) имеем:

$$Y_{m-1} = -\frac{\lambda_m}{a_{m-1}} \frac{K_0(\lambda_m a_{m-1}) - c'_m(\lambda) I_0(\lambda_m a_{m-1})}{K_1(\lambda_m a_{m-1}) + c'_m(\lambda) I_1(\lambda_m a_{m-1})}, \qquad (2.106)$$

где $c'_m(\lambda)$ определяется через значение $Y(m)$ следующим образом:

$$c'_m(\lambda) = \frac{\lambda_m K_0(\lambda_m a_m) + Y_m a_m K_1(\lambda_m a_m)}{\lambda_m I_0(\lambda_m a_m) - Y_m a_m I_1(\lambda_m a_m)} . \qquad (2.107)$$

Формулы (2.106) и (2.107) являются рекуррентными соотношениями, позволяющими последовательно определить все c'_m, $Y(m)$ и $\mathbf{E}_\varphi$ в любой точке пространства. Однако для решения уравнения Рикатти и определения c'_m и Y_m необходимо задать начальное условие. Подставляя выражение (2.101) в (2.94), можем найти значение Y_r для условия, когда $r = a_{n-1}$, т.е.

$$Y_{n-1} = -\frac{\lambda_n K_0(\lambda_n a_{n-1})}{a_{n-1} K_1(\lambda_n a_{n-1})} . \qquad (2.108)$$

Выражение (2.108) и будет требуемым начальным условием. Таким образом, в n-слойной среде $c'_n(\lambda) \equiv 0$, что связано с отсутствием отражённой волны в последнем слое.

Зная, согласно (2.108), значение Y_{n-1}, определяемое только радиусом a_{n-1} и электрическими параметрами последнего слоя ε_n и σ_n, с помощью формул (2.106) и (2.107) вычисляем все Y_m и c'_m вплоть до c'_1.

В соответствии с формулами (2.101) и (2.90), учитывая, что $c'_1 = -c_1$, имеем следующие выражения для компонент поля в первой среде:

$$\mathbf{E}_\varphi = \mathbf{E}_{\varphi_одн} + \left(\frac{i\omega\mu\mathbf{M}_0}{2\pi^2}\right)\int_0^\infty \lambda_1 c'_1 I_1(\lambda_1 r)\cos\lambda z\, d\lambda ;$$

$$\mathbf{H}_R = \mathbf{H}_{R_одн} + \left(\frac{\mathbf{M}_0}{2\pi^2}\right)\int_0^\infty \lambda_1^2 c'_1 I_1(\lambda_1 r)\cos\lambda z\, d\lambda ; \qquad (2.109)$$

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_{Z_одн} + \left(\frac{\mathbf{M}_0}{2\pi^2}\right)\int_0^\infty \lambda_1^2 c'_1 I_0(\lambda_1 r)\cos\lambda z\, d\lambda .$$

Вертикальная компонента поля, выраженная в единицах поля квазистационарного магнитного диполя, имеет вид

$$\mathbf{H}_Z = \mathbf{H}_{Z_одн} + \left(\frac{z^3}{\pi}\right)\int_0^\infty \lambda_1^2 c'_1 I_0(\lambda_1 r)\cos\lambda z\, d\lambda . \qquad (2.110)$$

Выражение (2.110) позволяет проводить численное моделирование поля на оси скважины при любом числе цилиндрических поверхностей раздела (2.110), где c_1' определяется зависимостями (2.106) и (2.107).

При численном интегрировании выражения (2.116) важно знать поведение подынтегральной функции $\lambda_1^2 c_1'$ при малых и больших значениях переменной интегрирования. Функция $\lambda_1^2 c_1'$ имеет конечное значение, когда $\lambda \to 0$. Для величин λ больших нуля функция $\lambda_1^2 c_1'$ убывает по экспоненциальному закону.

Расчёт поля по выражению (2.110) включает в себя три основные операции: расчёт функций Бесселя от комплексного аргумента, вычисление подынтегральной функции и собственно интегрирование.

Для расчёта фазовых характеристик поля в цилиндрически-слоистой среде М.Н. Никитенко (ИНГГ СО РАН) была написана соответствующая программа, с помощью которой было выполнено математическое моделирование для различных зондовых комплексов электромагнитного изопараметрического зондирования.

2.9. *Электромагнитное изопараметрическое зондирование на высоких частотах*

Аппаратурно-методический комплекс ВИКИЗ **(*высокочастотные индукционные каротажные изопараметрические зондирования*)** в сопровождении компьютерной системы автоматизированной интерпретации данных широко используется в производственных и в научно-исследовательских организациях.

Зондовая система ВИКИЗ состоит из пяти трёхэлементных зондов, каждый из которых включает одну генераторную и две измерительных катушки. При последовательном увеличении одноименных расстояний между элементами зондов их операционные частоты гармонических колебаний источников электромагнитного поля уменьшаются в соответствии с электродинамическим параметром. Или, наоборот, частоты увеличиваются по

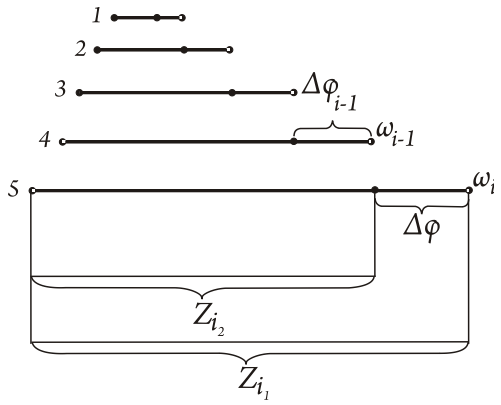


Рис. 2.20. *Схема зондового комплекса ВИКИЗ.*

i — номер зонда (1; 2; 3; 4; 5). Операционные частоты и другие обозначения даны ниже

мере уменьшения длины зонда. Например, основополагающий изопараметр для зонда $L_i^{(1)}$, определяется произведением:

$$f_i\left[L_i^{(1)}\right]^2 = 3{,}5\cdot 106\left[м^2\cdot Гц\right] \qquad (2.111)$$

Изопараметр, для короткого зонда в составе трёхэлементного зонда $L_i^{(2)}$, определяется произведением:

$$f_i\left[L_i^{(2)}\right]^2 = 2{,}24\cdot 106\left[м^2\cdot Гц\right], \qquad (2.112)$$

$i = 1;2;3;4;5$ — порядковые номера зондов в составе комплекса ВИКИЗ.

Установленные величины изопараметров (2.111) и (2.112) определяют параметры двухэлементных зондов (длины и частоты) для всего комплекса ВИКИЗ. В составе комплекса ВИКИЗ, состоящего из пяти зондов, «опорным» зондом определён средний зонд $(i=3)$ длиной $L_3^{(1)} = 1м$. Согласно (2.111) операционная частота этого зонда равна 3,5 *МГц*. Эти исходные параметры позволяют установить длину промежуточного двухэлементного зонда, используя уравнение (2.112). При операционной частоте опорного зонда равной 3,5 106 *Гц* длина «промежуточного» зонда равна 0,8 *м*. Таким образом, на основе опорного зонда определяется база измерения или геометрический изопараметр как отношение разности между длинами «главного» и «промежуточного» зондов. В долях длины основного зонда «геометрический» изопараметр для зондов ВИКИЗ определяется следующим равенством:

$$\left(L_i^{\max} - L_i^{\min}\right)\Big/ L_i^{\max} = \Delta L_i / L_i^{\max} = 0{,}2\ . \qquad (2.113)$$

Оптимизация численных значений изопараметров сводилась к получению наилучшего сочетания вертикальных и радиальных разрешающих способностей зондового комплекса ВИКИЗ путём математического моделирования канонических моделей каротажа. В частности, по уравнению (2.110) оценивалась радиальная разрешающая способность. Параметры канонических моделей обосновывались по известным геоэлектрическим параметрам терригенных коллекторов нефтяных месторождений Западной Сибири.

Зондами ВИКИЗ измеряют фазовые характеристики, соответствующие какой-либо определённой точке гармонического колебания поля. Поскольку на разносе между измерителями происходит сдвиг фаз, то разность сдвига (между фазами) несёт информацию об электропроводности среды. Все зонды ВИКИЗ, находясь в однородной изотропной среде, регистрируют одни и те же значения разности фаз. При этом, согласно изопараметрам зондов, глубина проникновения полей увеличивается для зондов большей длины.

В неоднородных средах разности фаз реагируют на их свойства. В пластах-коллекторах, толщина и электрические свойства которых не позволяют электромагнитному полю проникать во вмещающие пласт среды (за счёт скин-эффекта), зондирование отражает радиальные неоднородности достаточно адекватно их фактическим значениям.

Следует отметить, что разность фаз обладает свойством фокусировки. Это свойство позволяет исключать сигналы-помехи от скважины. По мере увеличения длины зонда и уменьшения частоты, всё бóльшие объёмы среды вокруг скважины исключаются фокусирующими свойствами зондов.

Зондовый комплекс ВИКИЗ, как отмечалось, содержит пять трёхэлементных зондов, которые размещаются последовательно, начиная с самого короткого, между элементами смежного с ним зонда бóльшей длины. Наибóльшая длина равна двум метрам. Зондами выполняют измерения в режиме последовательного их переключения. Один цикл работы всех зондов составляет около 0,1 *сек*. Интервал работы для каждого зонда составляет 20 миллисекунд. Разность фаз формируется в интервале смещения колебаний в интервале $\pm 90^{\circ}$.

Выражение для разности фаз в однородной изотропной среде (с учётом возможных волновых процессов распространения поля) представляется в следующем виде:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = a\left(L_i^{(1)} - L_i^{(2)}\right) - arctg\frac{a\left(L_i^{(1)} - L_i^{(2)}\right)}{\left(1+bL_i^{(1)}\right)\left(1+bL_i^{(2)}\right)+a^2L_i^{(1)}L_i^{(2)}} \quad (2.114)$$

В квазистационарном приближении формула (2.114) преобразуется:

$$\Delta\varphi_i = \varphi_i^{(1)} - \varphi_i^{(2)} = \left(p_i^{(1)} - p_i^{(2)}\right) - arctg\frac{\left(p_i^{(1)} - p_i^{(2)}\right)}{\left(1+p_i^{(1)}\right)\left(1+p_i^{(2)}\right)+p_i^{(1)}p_i^{(2)}}\ . \quad (2.115)$$

Для сохранения разности фаз в однородной среде постоянной для всех зондов зондовой системы необходимо выполнение равенств $p_i^{(1)} = const_1$ и $p_i^{(2)} = const_2$. Учитывая $L_i^{(2)} = L_i^{(1)}(1-\frac{\Delta L_i}{L_i^{(1)}})$, получаем «геометрический» изопараметр

$$\frac{\Delta L_i}{L_i^{\max}} = \frac{L_i^{(1)} - L_i^{(2)}}{L_i^{(1)}} = const\ . \quad (2.116)$$

Таким образом, применение разности фаз позволило использовать только два изопараметра в зондовом комплексе ВИКИЗ. Равенство прямых полей в воздухе для трёхэлементных зондов, необходимое при регистрации амплитудных характеристик, в комплексе ВИКИЗ не имеет существенного значения. Это упрощает многие технические вопросы при измерении разности фаз.

Несинхронные высокочастотные электромагнитные каротажные изопараметрические зондирования (ВЭМКИЗ)

Способ ВЭМКИЗ [16] основан на измерении разности фаз между двухэлементными зондами, параметры которых подчинены, как и ВИКИЗ, главному электродинамическому параметру. Набор из i-го количества двухэлементных зондов с длинами: $L_1<L_2<L_3<...<L_{i-1}<L_i$ и операционными частотами: $\omega_1>\omega_2>\omega_3>...>\omega_{i-1}>\omega_i$, связаны следующими равенствами:

$$L_1^2\omega_1 = L_2^2\omega_2 = L_3^2\omega_3 = \ldots = L_{i-1}^2\omega_{i-1} = L_i^2\omega_i = const\ . \quad (2.117)$$

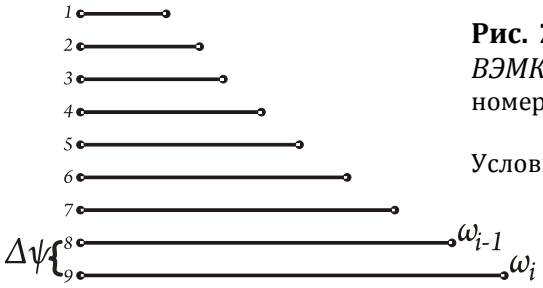


Рис. 2.21. *Схема зондового комплекса ВЭМКИЗ.* Арабскими цифрами обозначен номер зонда в комплексе ВЭМКИЗ.

Условные обозначения в тексте

Каждой парой смежных зондов L_1 и L_2, L_2 и L_3, …, L_{i-1} и L_i измеряют приведённую разность фаз между асинхронными гармоническими колебаниями двумя путями.

Первый путь заключается в приведении разности фаз к максимальной частоте соответствующей пары смежных зондов путём умножения вычитаемой фазы на величину отношения частот смежных зондов $\frac{\omega_{i-1}}{\omega_i}>1$. Таким путём формируется ряд измеряемых разностей фаз с наибольшей разрешающей способностью около скважинного пространства:

$$\varphi_1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\varphi_2\ ;\quad \varphi_2-\frac{\omega_2}{\omega_3}\varphi_3\ ;\quad \ldots;\quad \varphi_{i-1}-\frac{\omega_{i-1}}{\omega_i}\varphi_i\ . \qquad (2.118)$$

Вычитаемые фазы приводятся к фазе зонда, операционная частота которого более высокая.

Второй путь сводится к приведению разности фаз к минимальной частоте вычитаемой фазы путём умножения уменьшаемой фазы на величину отношения их частот $\frac{\omega_i}{\omega_{i-1}}<1$. Таким путём получают ряд измеряемых разностей фаз в следующем виде:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}\varphi_1-\varphi_2\,;\quad \frac{\omega_3}{\omega_2}\varphi_2-\varphi_3\ ;\quad \ldots;\quad \frac{\omega_i}{\omega_{i-1}}\varphi_{i-1}-\varphi_i\,. \qquad (2.119)$$

Второй ряд (2.119) разностей фаз обладает бóльшей глубиной исследования, но меньшей разрешающей способностью, чем ряд (2.118) околоскважинного пространства.

Введение коэффициентов приведения (отношение частот) определяет длины смежных зондов, в согласии с уравнением (2.117):

$$\frac{\omega_{i-1}}{\omega_i} = \left(\frac{L_i}{L_{i-1}} \right)^2 = const \Rightarrow 1 \quad \text{и} \quad \frac{\omega_i}{\omega_{i-1}} = \left(\frac{L_{i-1}}{L_i} \right)^2 = const < 1 .$$

Выбор длин зондов определяется их отношением, величина которого зависит от реальных размеров индукционных элементов (катушек) с их реальными (конечными) размерами по длине.

В совокупности «высокочастотные» и «низкочастотные» приведённые разности фаз открывают новые возможности зондирования геологического разреза из скважины. Наряду с отмеченными возможностями, увеличение числа измеряемых характеристик поля с едиными принципами изопараметричности позволяет снять проблему неоднозначности (эквивалентности) в выборе интерпретационной модели среды. Так, например, при наличии в продуктивном коллекторе зоны проникновения повышающего характера по удельному сопротивлению, в коллекторе может сформироваться окаймляющая зона скопления солёной пластовой воды за фронтом вытесненной нефти. В этом случае модель среды имеет пять неизвестных параметров. Не считая скважины, это будут «промытая» зона, «окаймляющая» зона и, собственно, пласт с их неизвестными сопротивлениями.

Кроме этих параметров неизвестны радиальные размеры указанных электрических неоднородностей перед неизменной частью пласта или, в модельном представлении, наличие двух границ между указанными зонами с неизвестными удалениями от скважины. Для интерпретации такой модельной ситуации обычных пяти измерений разности фаз ВИКИЗ недостаточно. Приходится вводить субъективный фактор — какие-то априорные сведения или варьировать модельными параметрами для получения приемлемого результата.

По этой причине «избыточная» информация, получаемая зондами ВЭМКИЗ, будет достаточной для решения задачи более корректно. Опыт показывает, что реальные изменения в окрестности скважин могут быть более сложными. Такие ситуации могут создаваться в пластах ограниченной мощности заключённых в контрастные по сопротивлению среды. Здесь необхо-

димы двумермерные модели сред. Ещё более сложными для интерпретации являются среды, пересечённые наклонными скважинами.

Показатели ВЭМКИЗ существенно отличают новый способ от способа по методу ВИКИЗ, прежде всего бóльшим количеством измеряемых параметров поля. Действительно, ВЭМКИЗ имеет, по меньшей мере, 8 измеряемых параметров в каждом варианте приведения, вместо 5 зондов ВИКИЗ. Можно отметить, что общая длина зондового комплекса остаётся прежней и не превышает 2-х метров.

Итак, выражение для фазы в измерительной катушке *i*-го зонда в общем виде (с учётом волновых процессов в среде) определяется следующим выражением

$$\varphi_i = aL_i - arctg\frac{aL_i}{1+bL_i}, \qquad (2.120)$$

или в квазистационарном приближении —

$$\varphi_i = p_i - arctg\frac{p_i}{1+p_i}. \qquad (2.121)$$

Выражение для приведённой разности фаз зависит от выбора отношения частот: бóльшей или меньшей единицы. Назовём эти две приведённые разности фаз «высокочастотной» и «низкочастотной». При формировании «высокочастотной» разности фаз вычитаемая фаза умножается на коэффициент приведения $k_\omega^{вч} = \frac{\omega_{i-1}}{\omega_i} > 1$. При формировании «низкочастотной» — уменьшаемая фаза умножается на коэффициент приведения $k_\omega^{нч} = \frac{\omega_i}{\omega_{i-1}} < 1$. В соответствии с установленными коэффициентами приведения, имеем:

1) выражение для «низкочастотной» приведённой разности фаз

$$\downarrow \Delta\Psi_i^{нч} = \frac{\omega_i}{\omega_{i-1}}\varphi_{i-1} - \varphi_i = k_\omega^{нч}\varphi_{i-1} - \varphi_i \ . \qquad (2.122)$$

Здесь уменьшаемая фаза, измеренная на более высокой частоте, после умножения на коэффициент $k_\omega^{нч} = \frac{\omega_i}{\omega_{i-1}} < 1$, становится нормальной для выполнения операции вычитания.

2) выражение для «высокочастотной» приведённой разности фаз

$$\uparrow \Delta\Psi_i^{вч} = \varphi_{i-1} - \frac{\omega_{i-1}}{\omega_i}\varphi_i = \varphi_i - k_\omega^{вч}\varphi_i \ . \qquad (2.123)$$

В этом случае вычитаемая фаза нормализуется для получения разности фаз.

Выше отмечалось, что соотношение длин смежных зондов или база измерений связана с отношением их операционных частот. Можно показать эту связь следующим тождеством между базой измерения и низкочастотным коэффициентом приведения:

$$\Delta L_i^{ВЭМКИЗ} = \frac{L_i - L_{i-1}}{L_i} = \frac{1}{L_i}\left(L_i - L_i\left(\frac{\sqrt{\omega_i}}{\sqrt{\omega_{i-1}}}\right)\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{\omega_i}}{\sqrt{\omega_{i-1}}}\right) = 1 - \sqrt{k_\omega^{нч}} \ . \quad (2.124)$$

Таким образом, все пары смежных зондов ВЭМКИЗ геометрически подобны. Относительная величина разности длин смежных зондов в долях наибольшего по длине зонда определяет геометрическое подобие (изопараметр) зондов ВЭМКИЗ.

Оба метода — ВИКИЗ и ВЭМКИЗ — отражают удельное сопротивление однородной изотропной среды, одинаковыми значениями разностей фаз, отличаясь чувствительностью и диапазоном удельного сопротивления среды. В неоднородных средах увеличение изопараметров зондирования улучшает достоверность восстановления параметров среды при интерпретации данных.

Результаты численного моделирования канонических моделей каротажа, выполненные для комплексов ВЭМКИЗ и ВИКИЗ, приведены ниже в виде графических рисунков.

2.10. *Моделирование фазовых характеристик ВИКИЗ и ВЭМКИЗ*

Для определения оптимальных изопараметров комплекса ВЭМКИЗ было выполнено математическое моделирование, прежде всего, однородной среды в широком диапазоне индукционного параметра p. Для тех же модельных условий проведён расчёт разности фаз для зондов ВИКИЗ (рис. 2.22).

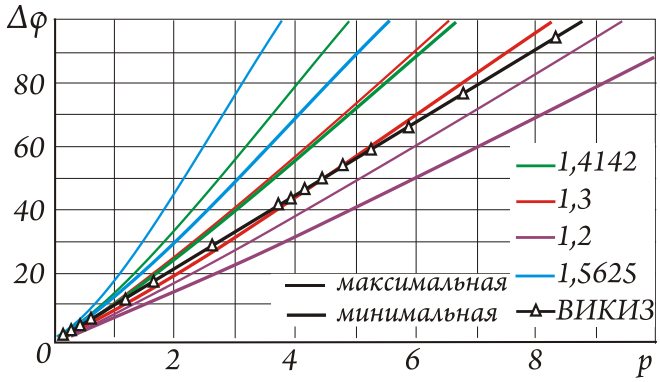


Рис. 2.22. *Зависимость разности фаз от параметра p в однородной среде (квазистационарное приближение).* Шифры кривых ВЭМКИЗ различаются коэффициентами приведения: максимальная — $k_{\omega}^{вч} > 1$ и минимальная — $k_{\omega}^{нч} < 1$. Легенда численных данных соответствует $k_{\omega}^{вч}$. Этому коэффициенту соответствуют четыре кривые, выполненные тонкими линиями.
Другие четыре кривые соответствуют низкочастотному коэффициенту.
Здесь же приведён график для зондов ВИКИЗ

Как видно из рисунка, количественные показатели кривых имеют монотонный вид в координатах рассматриваемых параметров. Вполне закономерно расположились кривые высокочастотного коэффициента приведения, отражая наибольшую чувствительность при фиксированной электропроводности однородной среды, при любом фиксированном значении параметра *p*. При этом, чем больше отношение смежных частот или больше база измерения сигналов, тем больше чувствительность. Кривая ВИКИЗ практически совпадает с низкочастотным вариантом ВЭМКИЗ, когда $k_{\omega}^{нч} 3 = 1/1{,}3 = 0{,}77$.

Для объективного сопоставления характеристик ВЭМКИЗ и ВИКИЗ целесообразно выбрать часть длин зондов совпадающих главными размерами разносов индукционных катушек. Такими могут быть либо самый короткий зонд в составе комплекса ВИКИЗ, либо самый длинный. В комплексах ВИКИЗ и ВЭМКИЗ параметры самого короткого зонда совпадают по длине и частоте — 0,5 *м* и 14 *МГц*. Это означает, что электродинамический изопараметр этих двух комплексов $L_i \sqrt{f_i} = \sqrt{3{,}5 \cdot 10^6}$.

При расчёте частот и длин для зондов ВЭМКИЗ используем один из коэффициентов приведения, например, высокочастотный $k_{\omega}^{вч}$, численное значение которого определяется величиной $\sqrt{2}$. При этом высшая частота равна 14 *МГц*. Имея эти исходные параметры для самого короткого зонда, нетрудно определить значение операционной частоты для смежного зонда бóльшей длины. Вычисляя последовательность операционных частот в интервале длин зондов до самого длинного, совпадающего с соответствующим зондом ВИКИЗ, имеем следующий ряд зондов для комплекса ВЭМКИЗ.

В таблице приведены параметры зондов ВЭМКИЗ.

Табл. 2.6

Длина зонда, *м*	0,500	0,595	0,707	0,841	1,000	1,190	1,410	1,680	2,000
Операционная частота, *МГц*	14,00	9,900	7,000	4,950	3,500	2,500	1,750	1,200	0,875

На рис. 2.23 представлены характеристики ВЭМКИЗ и ВИКИЗ для однородной изотропной среды (чувствительность).

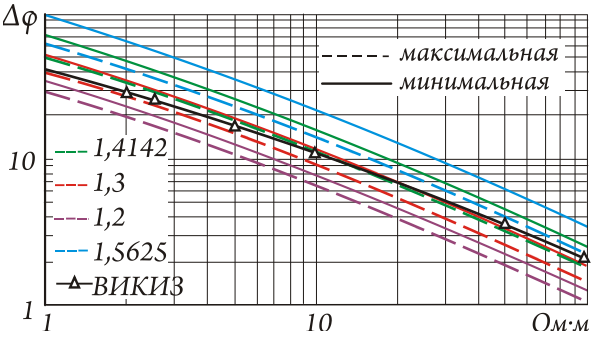


Рис. 2.23. *Зависимость разности фаз от удельного сопротивления однородной среды для зондов* ВЭМКИЗ *и* ВИКИЗ.

Для зондов ВЭМКИЗ разность фаз представлена двумя вариантами: высокочастотном (максимальные) и низкочастотном (минимальные)

Графики ВЭМКИЗ на рис. 2.23 параллельны друг другу. График для ВИКИЗ отличается изменением угла наклона к оси абсцисс и заметным снижением чувствительности к удельному сопротивлению среды меньше 10 *Ом·м*. Бóльший угол наклона кривых с коэффициентами приведения превышающими значение 1,3 свидетельствует о более высокой чувствительности ВЭМКИЗ к удельному сопротивлению среды. Можно отметить, что по мере увеличения сопротивления среды, расхождение между кривыми ВИКИЗ и ВЭМКИЗ уменьшается в интервале коэффициентов приведения более 1,3.

Так, сопоставив данные ВИКИЗ с ВЭМКИЗ ($k_{\omega} = 1{,}4$), отметим существенное преимущество последнего при удельном сопротивлении пласта 1 *Ом·м*, поскольку сигнал увеличивается в 1,75 раза, а при 100 *Ом·м* — в 1,25 раза. При увеличении коэффициента приведения до 1,5 различие значений разностей фаз ещё более заметное: при 1 *Ом·м* — 2,5 раза, а при 100 *Ом·м* — 1,75 раза.

Таким образом, чувствительность зондовой системы ВЭМКИЗ в области низких сопротивлений пласта существенно превосходит чувствительность зондов ВИКИЗ.

О влиянии диэлектрической проницаемости. Диэлектрическая проницаемость является одним из параметров среды и учитывается волновым числом в уравнениях электромагнитного поля в задачах каротажа (глава 1). Из этого представления следует, что с увеличением операционной частоты поля вклад токов смещения возрастает. Однако, по мере увеличения электропроводности среды, когда токи проводимости будут превышать токи смещения в такой мере, что токами смещения можно пренебречь, уравнения электромагнитного поля становятся квазистационарными и подчиняются условиям затухания энергии поля при отсутствии волновых процессов распространения в среде. Если же токи смещения значительны, то фазовые характеристики могут различаться от режима стационарного затухания. При этом вероятность влияния, прежде всего, отразится на показаниях коротких зондов, операционные частоты которых наиболее высокие в зондовом комплексе. В этом случае зона проникновения повышенного сопротивления будет занижена влиянием токов смещения. В связи с этими вопросами фазовые характеристики рассмотрены для коротких зондов.

Диэлектрическая проницаемость горной породы, по сравнению с удельным сопротивлением, недостаточно используется в практике исследования терригенных отложений. Основной измеряемой характеристикой является удельное сопротивление. Однако, в определённых известных условиях влиянием диэлектрической проницаемости нельзя пренебрегать. Отсутствие данных о диэлектрической проницаемости пород может вызвать некорректное

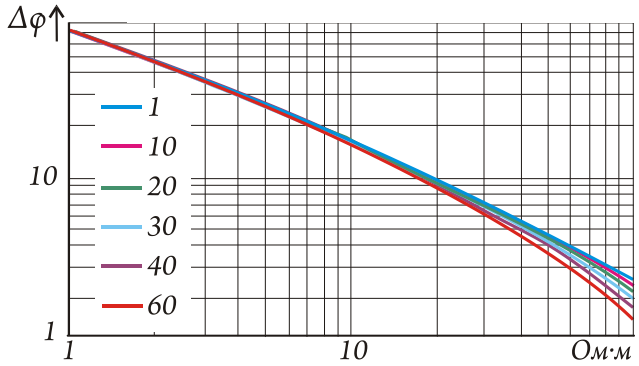


Рис. 2.24. *Зависимость приведённой разности фаз* (высокочастотный вариант) *от удельного сопротивления однородной среды для первой пары смежных коротких зондов ВЭМКИЗ.*
Шифр кривых — относительная диэлектрическая проницаемость; $k_{\omega}^{вч} = \sqrt{2}$

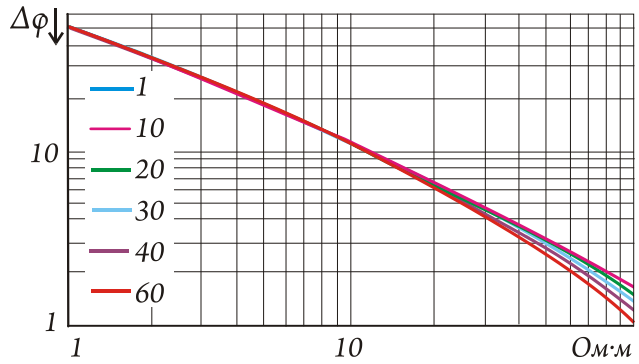


Рис. 2.25. *Зависимость приведённой разности фаз* (вариант низкочастотный) *от удельного сопротивления однородной среды для первой пары смежных коротких зондов ВЭМКИЗ.*
Шифр кривых — относительная диэлектрическая проницаемость; $k_{\omega}^{нч} = 1/\sqrt{2}$

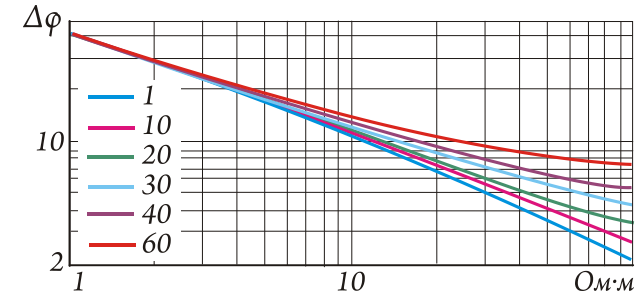


Рис. 2.26. *Зависимость разности фаз от удельного сопротивления однородной среды для зонда 0,5 м ВИКИЗ.*
Шифр кривых — относительная диэлектрическая проницаемость

толкование данных каротажа. Вместе с тем существуют условия, при которых вклад диэлектрической проницаемости может быть пренебрежимо малым.

Рассмотрим зависимости разности фаз от удельного сопротивления однородной изотропной среды с различными значениями диэлектрической проницаемости для двух зондов малой длины в составе зондирующего комплекса ВЭМКИЗ.

На выше приведённых рисунках представлены результаты численного расчёта разностей фаз по уравнения для однородной среды с учётом вклада токов смещения.

Заметное влияние диэлектрической проницаемости (расхождение графиков) отмечается в области высоких значений удельного сопротивления среды. При этом видно, что показания зонда длиной 0,5 *м* ВИКИЗ подвержены более сильному влиянию диэлектрической проницаемости.

Отметим противоположность зависимости измеряемых параметров от диэлектрической проницаемости для зондов ВИКИЗ и ВЭМКИЗ. Увеличение диэлектрической проницаемости приводит к увеличению разности фаз для ВИКИЗ, а для ВЭМКИЗ — наоборот — к уменьшению.

Опыт показывает, что в реальных средах увеличение удельного сопротивления пород коллекторов происходит за счёт уменьшения количества воды в порах. Следовательно, по мере уменьшения воды, диэлектрические характеристики уменьшаются и стремятся в пределе к значению диэлектрических свойств породы. Практика измерений в скважинах диэлектрическими методами показала, что большим значениям удельного сопротивления соответствуют малые величины диэлектрической проницаемости. По мере уменьшения удельного сопротивления, связанного с увеличением воды в пористом объёме породы, диэлектрическая проницаемость увеличивается.

На рис. 2.27–2.29 приведены графики, цветное представление которых отвечает определённому сочетанию значений удельного сопротивления и диэлектрической проницаемости. Шифры цветных кривых различаются относительными значениями диэлектрической проницаемости (согласно легенде) в ограниченных интервалах удельного сопротивления: чем меньше удельное электрическое сопротивление, тем больше диэлектрическая проницаемость.

Из сопоставления графиков видно, что существенного вклада диэлектрической проницаемости не наблюдается. Анализ данных, представленных на рисунках 2.27, 2.28 и 2.29 позволяет заключить, что короткий зонд (0,5 *м*) ВИКИЗ подвержен влиянию диэлектрической проницаемости в большей мере, чем короткие зонды ВЭМКИЗ.

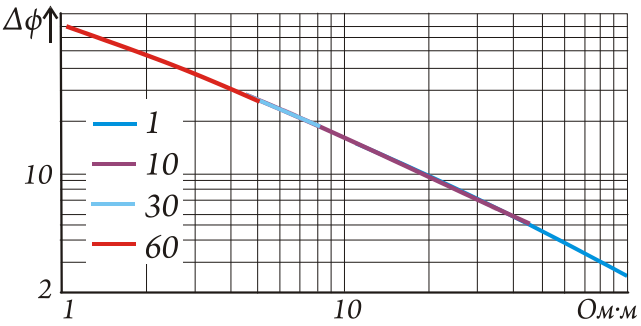


Рис. 2.27. *Зависимость приведённой разности фаз* (высокочастотной) *от удельного сопротивления однородной среды.*
Шифр кривых — относительная диэлектрическая проницаемость

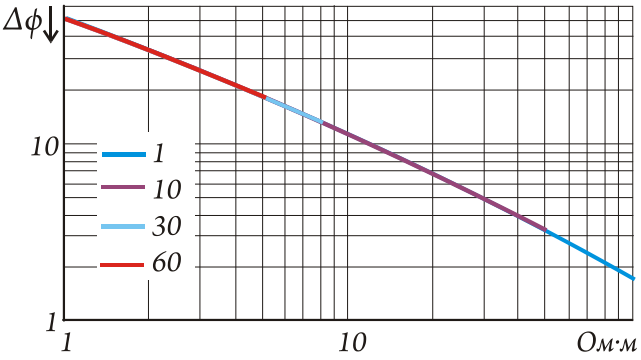


Рис. 2.28. *Зависимость приведённой разности фаз* (низкочастотной) *от удельного сопротивления однородной среды.*
Шифр кривых — относительная диэлектрическая проницаемость

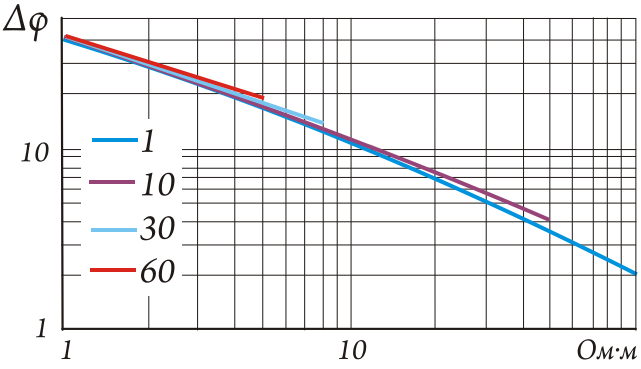


Рис. 2.29. *Зависимость разности фаз от удельного сопротивления однородной среды для ВИКИЗ.*
Шифр кривых — относительная диэлектрическая проницаемость

Анализ фазовых характеристик в однородной среде позволяет сделать следующие выводы:

- Способ ВЭМКИЗ проявляет более высокую чувствительность к параметрам среды.
- В способе ВЭМКИЗ диэлектрическая проницаемость существенно меньше влияет на измеряемые параметры по сравнению с методом ВИКИЗ.

Далее анализ характеристик обоих способов зондирования производится по результатам моделирования цилиндрически-слоистых сред (двухслойная модель — «скважина–пласт» и трёхслойная модель — «скважина–зона проникновения–пласт»).

Радиальные характеристики ВИКИЗ и ВЭМКИЗ

Важнейшей характеристикой любой зондовой системы каротажа является разрешающая способность при оценке пространственного распределения удельного электрического сопротивления или электропроводности в среде, окружающей скважину.

Ниже рассмотрены радиальные характеристики изопараметрических зондовых комплексов для цилиндрически слоистых моделей сред с осевой симметрией. Такие характеристики дают представление о зависимости измеряемых сигналов от удельных сопротивлений цилиндрических областей различных радиальных размеров, включая внешнюю область модельной среды, соответствующей неизменённой части пласта-коллектора. Таким образом, радиальные характеристики каждого из зондов комплекса в совокупности отражают их чувствительность к той или иной области модельной среды. Эти характеристики позволяют судить о разрешающей способности зондового комплекса, если модельная среда состоит из достаточно мощных пластов (превосходящих длину зонда).

Для описания разрешающей способности зондирующих систем в радиальном направлении от скважины существуют характеристики двух типов [9]:

1) отношение сигнала $\Delta\varphi_i$, измеренного в радиально-неоднородной среде, к сигналу $\Delta\varphi_i^0$ в однородной среде с параметрами пласта:

$$R_i = \frac{\Delta\varphi_i}{\Delta\varphi_i^0},$$

i — номер зонда или пары смежных зондов

2) зависимость относительной погрешности определения удельного электрического сопротивления пласта от внешнего радиуса изменённой около скважинной области среды.

При рассмотрении первого типа радиальных характеристик показываются свойства каждого из зондов в отдельности. Первый тип радиальных характеристик анализируется с позиций как можно лучшего совпадения кажущегося сопротивления на длинных зондах, с «истинным» сопротивлением пласта.

Двухслойная модель — «скважина–пласт». Соответствует отсутствию изменений в среде, окружающей скважину. Исследования фокусирующих зондов в данной модели среды позволяют оценить искажающее влияние скважины на сигнал от окружающей среды. Таким образом, на данном этапе моделирования уже можно говорить о качестве фокусирующих свойств зондов в комплексах ВИКИЗ и ВЭМКИЗ.

Рассмотрим радиальные характеристики первого типа для стандартных условий бурения в Западной Сибири (диаметр скважины — 0,216 *м*, удельное сопротивление скважины варьируется в диапазоне от 0,5 *Ом·м* до 2 *Ом·м*, удельное сопротивление пласта изменяются от 1 до 45 *Ом·м*).

Рассмотрим модель «*скважина–пласт*». Пласт неограниченной мощности и с различными удельными сопротивлениями. Сопротивление бурового раствора равно 2 *Ом·м*. На рис. 2.30 приведены зависимости разности фаз от удельного сопротивления пласта неограниченной толщины, пересечённого скважиной, для восьми пар зондов ВЭМКИЗ, длины и частоты которых приведены в таб. 2.6, а также кривая для пяти зондов ВИКИЗ, длины которых показаны в легенде (в метрах).

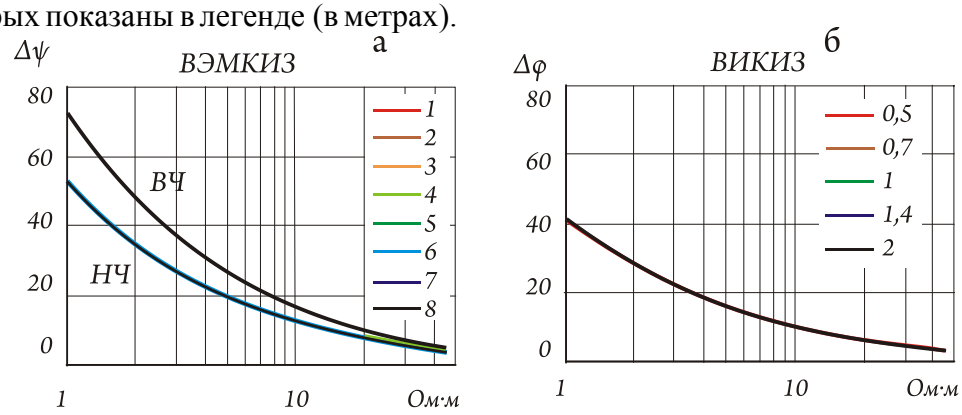


Рис. 2.30 а, б. *Результаты численного моделирования зондов ВЭМКИЗ и ВИКИЗ в модели среды «скважина–пласт неограниченной толщины»*

Единственные кривые для ВЭМКИЗ-ВЧ и ВЭМКИЗ-НЧ, как и для ВИКИЗ позволяют сделать вывод о достаточно высоких фокусирующих свойствах всех зондов, как малой, так и большой длины. Чувствительность зондов ВЭМКИЗ-ВЧ и ВЭМКИЗ-НЧ к окружающей скважину среде значительно выше чувствительности зондов ВИКИЗ в диапазоне удельных сопротивлений от 1 до 10 *Ом·м*. При этом показания низкочастотного варианта (НЧ) при сопротивлении пласта от 1 до 5 *Ом·м* превышают значение сигнала зондов ВИКИЗ. Например, при сопротивлении пласта 1 *Ом·м* сигнал зондов ВЭМКИЗ-НЧ превышает сигнал зондов ВИКИЗ на 10°, а ВЭМКИЗ-ВЧ — на 30°.

Сравнительный анализ радиальных характеристик ВИКИЗ и ВЭМКИЗ показал, что с увеличением длины зонда влияние скважины уменьшается и на длинные зонды почти не оказывает влияния. В способе ВЭМКИЗ влияние скважины на все зонды имеет одинаковый характер и составляет менее 2% в диапазоне УЭС пласта до 45 *Ом·м*.

Степень фокусировки или радиальная глубина исследования зондов ВЭМКИЗ выше, чем у зондов ВИКИЗ.

Моделирование с учётом диэлектрической проницаемости показало существенно меньшую зависимость комплексов ВЭМКИЗ по сравнению с зондами ВИКИЗ.

Трёхслойная модель — «скважина–зона проникновения–пласт».

По сравнению с моделью двухслойной среды имеет промежуточную зону, свойства которой отличаются от свойств вмещающих сред. При этом радиальная толщина промежуточной зоны обычно варьирует и представляется в единицах размера (радиуса или диаметра) скважины.

В рамках трёхслойной среды рассмотрены модели со скважиной 0,216 *м* и удельном сопротивлении от 0,5 *Ом·м* до 2 *Ом·м*.

Удельное сопротивление зоны проникновения изменялось дискретно: 8 *Ом·м*, 15 *Ом·м* и 30 *Ом·м*.

Удельное сопротивление пласта изменялось в диапазоне от 1 *Ом·м* до 45 *Ом·м*.

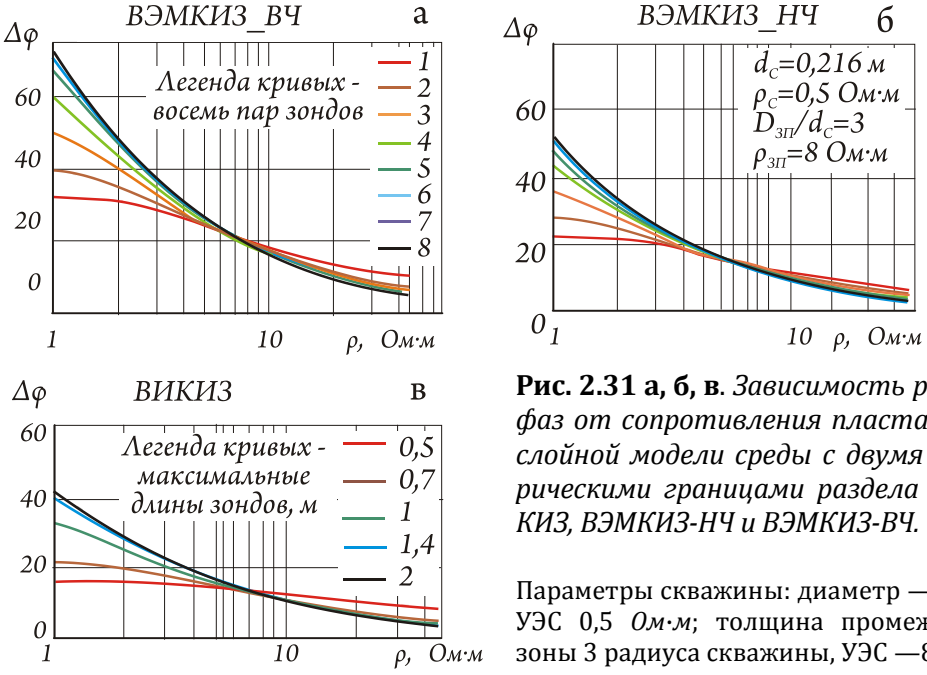


Рис. 2.31 а, б, в. *Зависимость разности фаз от сопротивления пласта в трёхслойной модели среды с двумя цилиндрическими границами раздела для ВИКИЗ, ВЭМКИЗ-НЧ и ВЭМКИЗ-ВЧ.*

Параметры скважины: диаметр — 0,216 *м*, УЭС 0,5 *Ом·м*; толщина промежуточной зоны 3 радиуса скважины, УЭС —8 *Ом·м*

Указанные электрические параметры выявлены геофизическими исследованиями в скважинах на различных нефтегазовых месторождениях Западной Сибири.

В качестве примеров на рис. 2.31 приведены результаты математического моделирования, демонстрирующие разрешающую способность ВЭМКИЗ-ВЧ, ВЭМКИЗ-НЧ и ВИКИЗ к модельным параметрам трёхслойной цилиндрической среды.

Данные на рис. 2.31 позволяют выделить две области значений разности фаз, относительно значения равного 8 *Ом·м* в пласте и в промежуточной зоне. На этом уровне удельного сопротивления кривые всех зондов пересекаются в одной точке. Это соответствует условию, когда вклад параметров скважины в сигналы зондов отсутствует. При уменьшении сопротивления пласта ($\rho_п < 8$ *Ом·м*) показания длинных зондов не зависят от удельного сопротивления промежуточной зоны, что подтверждается совпадением кривых двух пар зондов №7 и №8. При этом короткие пары зондов ВЭМКИЗ (№ 1 и № 2) остаются более чувствительными к промежуточной зоне.

Область более высоких значений удельного сопротивления пласта, чем в промежуточной зоне, выделяется большинством длинных зондов с малой погрешностью, по сравнению с короткой парой зондов.

В целом чувствительность зондов ВЭМКИЗ (ВЧ и НЧ) выше, чем для зондов ВИКИЗ. Аналогичные результаты наблюдаются и в других моделях в рамках трёхслойной среды.

Рассмотрение трёхслойных моделей с различными параметрами пласта и зоны проникновения позволило исследовать и сравнить возможности способов ВЭМКИЗ (ВЧ и НЧ) и ВИКИЗ в условиях, наиболее близких к реальным условиям нефтегазовых отложений Западной Сибири, и констатировать хорошие возможности изопараметрического зондирования для выделения коллекторов с оценкой характера насыщения.

Одна из важнейших целей зондирования методами индукционной изопараметрической электрометрии связана с более точным восстановлением природного насыщения коллекторов.

Стремление получать информацию о неизменных природных свойствах пластов-коллекторов индукционными методами связывали с фокусирующими характеристиками зондов. В индукционных методах эта задача решается так, чтобы исключить искажающее влияние скважины и зоны проникновения. Методы квазипостоянного электрического поля, используемые в методах бокового каротажного (электрического) зондирования не имеют таких возможностей исключать параметры промежуточной зоны и скважины. Комплексы индукционного зондирования, состоящие из трёх-четырёх зондов различной длины с единой операционной частотой источника, не решают задачу зондирования оптимальным путём. Действительно, фокусирующие зонды исключают околоскважинную область пласта-коллектора, лишая возможность использовать «промытые» зоны пласта в решении фильтрационно-ёмкостных свойств коллекторов. Эти же проблемы в полной мере относятся к зондам ВИКИЗ, поскольку измерение *разности фаз* исключает сигналы от ближней зоны. Так, например, даже самый короткий зонд в комплексе ВИКИЗ ($L_{i_1} = 0{,}5$ *м*, $\varphi_i = 14$ *МГц*) не «видит» среду

около скважины на расстояниях меньше 0,20–0,30 *м*! А чем длиннее зонд, тем большая часть среды исключается.

Для решения задачи изучения всех электрических неоднородностей, возникающих в пластах-коллекторах, включая «промытую» часть коллектора около скважины, перспективными являются фазовые характеристики (фазы) с одновременным измерением разностей фаз зондами ВЭМКИЗ. Таким образом, наряду с восьмикратными измерениями приведенных разностей фаз («высокочастотными» или «низкочастотными» вариантами зондирования), целесообразно измерять фазовые характеристики основными зондами ВЭМКИЗ, данные которых зависят и от скважины, и от промытой зоны пласта-коллектора. Такое комплексирование позволяет решать основную задачу зондирования с большей достоверностью.

Сопоставление вертикальных характеристик ВЭМКИЗ и ВИКИЗ. Рассмотрим некоторые результаты численного моделирования зондовых комплексов ВЭМКИЗ и ВИКИЗ в пластах ограниченной мощности.

В качестве примера на рис. 2.32 и 2.33 приведены результаты моделирования зондов в пластах с различными удельными сопротивлениями. Характерной особенностью кривых ВЭМКИЗ является их симметричность относительно границ между пластами. Пересечение кривых профилирования происходит в одной точке на границах раздела пластов. В случае нарушения этих признаков симметрии между кривыми зондов на границах раздела сред появляется возможность трактовки результатов за счёт неоднородности, например, техногенного изменения свойств в окрестности скважины.

Удельные сопротивления слоёв, на рисунках 2.32 и 2.33, представлены в нижеследующей таблице (снизу вверх):

№ пласта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ρ, Ом·м	1	12	4	3	10	2	8	50	2	20

Численное моделирование канонических моделей каротажа позволило выявить новые потенциальные возможности ВЭМКИЗ, которые в ряде случаев превышают возможности ВИКИЗ:

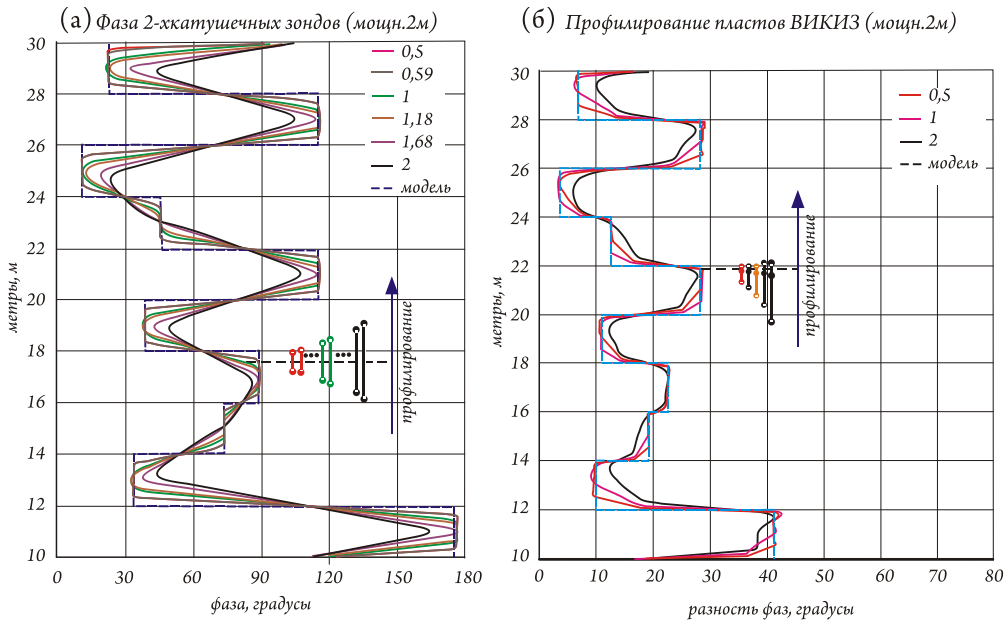


Рис. 2.32 а, б. *Кривые профилирование пачки слоёв с различными удельными сопротивлениями зондами ВЭМКИЗ* (фазы, **а**) *и зондами ВИКИЗ* (разности фаз, **б**)

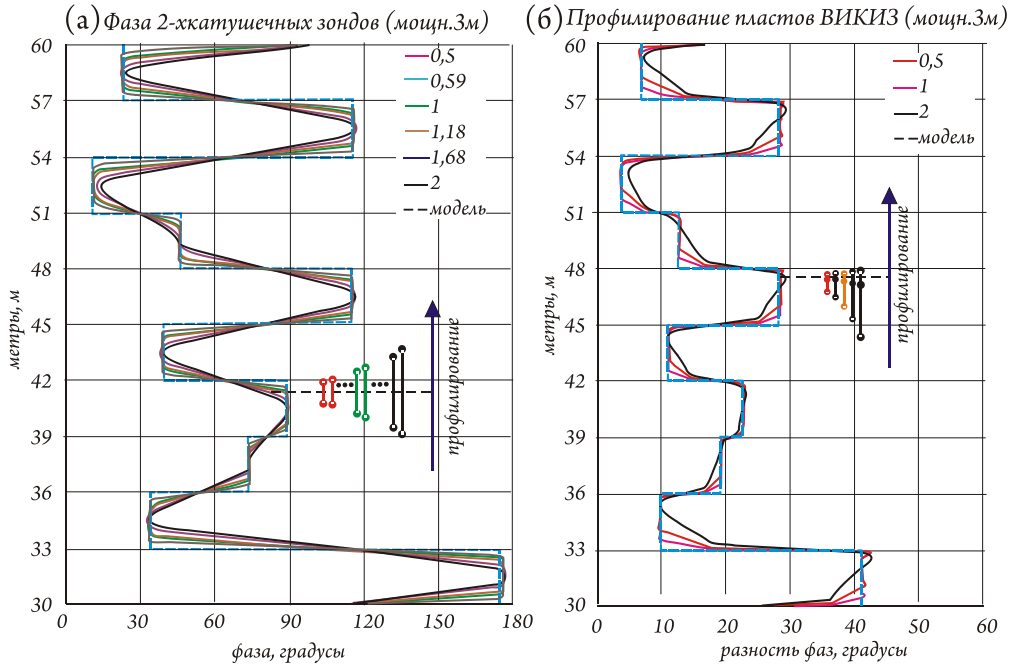


Рис. 2.33. *Кривые профилирование пачки слоёв с различными удельными сопротивлениями зондами ВЭМКИЗ* (фазы, **а**) *и зондами ВИКИЗ* (разности фаз, **б**)

- в средах с относительно низкими удельными сопротивлениями чувствительность зондов ВЭМКИЗ более высокая, чем у зондов ВИКИЗ;
- установлено, что зонды ВЭМКИЗ, как и зонды ВИКИЗ, обладают высокой разрешающей способностью;
- зонды ВЭМКИЗ обеспечивают лучшее разрешение радиальных неоднородностей, благодаря бóльшему количеству измеряемых параметров поля при одинаковой с ВИКИЗ максимальной длине зондовых комплексов;
- зонды ВЭМКИЗ в меньшей мере подвержены влиянию диэлектрической проницаемости осадочных пород, по сравнению с ВИКИЗ;
- кривые профилирования приведённых разностей фаз ВЭМКИЗ симметричны относительно центра пласта (пласт в однородной среде);
- вмещающие породы не искажают измеряемые удельные сопротивления пластов, выполняемые методами ВЭМКИЗ и ВИКИЗ, если их толщины в два раза больше длины зонда;
- зондирование тонких пластов с целью исследования неоднородностей в окрестности скважины целесообразно осуществлять путём измерения фазовых характеристик двухэлементными зондами ВЭМКИЗ;
- фазовые сигналы значительно превышают сигналы разностных фаз, что позволяет расширять диапазон измеряемых параметров среды и перспективы электромагнитных изопараметрических способов изучения разреза скважин.

Благодаря бóльшему количеству зондов ВЭМКИЗ, по сравнению с ВИКИЗ, а следовательно, бóльшему числу измерений, существенно сужается неоднозначность интерпретации данных изопараметрических зондирований. ВЭМКИЗ, реализуя одновременное измерение приведённых разностей фаз и собственно фаз, обеспечивает высокую разрешающую способность пространственного исследования среды в окрестности скважин вертикального, наклонно-направленного и горизонтального бурения.

Контрольные вопросы

1. *Какие конструктивные признаки зондов должны быть заложены в основу индукционного метода?*
2. *Как осуществляется фокусировка электромагнитных откликов, не зависящих от параметров скважины и зоны проникновения?*
3. *В чём заключаются преимущества и недостатки высокочастотных индукционных методов по сравнению с низкочастотными методами?*
4. *На каких теоретических предпосылках основаны изопараметрические методы индукционных зондирований?*
5. *В чём заключается сущность приближенной теории индукционного метода?*

ГЛАВА 3. МЕТОДЫ ЯДЕРНО-МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

3.1. *Физические предпосылки*

Использование методов ядерно-магнитного резонанса (ЯМР) в нефтегазовой геологии и геофизике обусловлено следующими предпосылками:

- эффекты ЯМР связаны непосредственно с пластовым флюидом — основным объектом нефтегазовой геологии;
- исследование коллекторных свойств горных пород наиболее успешно реализуется через определение содержания пластового флюида и его взаимодействия с матрицей горной породы;
- взаимодействие флюида с породой при фильтрации может быть использовано для оценки таких параметров, как подвижность флюида, проницаемость, коэффициент вытеснения, остаточная нефте- и водонасыщенность;
- экспрессность измерений ЯМР значительно ускоряет анализ коллекторных свойств и обеспечивает возможность совмещения операций отбора и анализа шлама, грунтов и керна непосредственно на устье бурящейся скважины.

В настоящее время методы ЯМР имеют большое количество модификаций, отличающихся напряжённостью магнитного поля, в котором наблюдается резонанс, характером воздействия магнитными полями на изучаемый объект и измеряемыми ЯМР-параметрами (табл. 3.1).

Предварительные исследования показали, что для изучения горных пород наиболее эффективен импульсный ЯМР, в значительной степени устраняющий влияние магнитных и электрических свойств горных пород на измеряемые параметры ЯМР и обеспечивающий повышение точности измерений. Физическую основу комплекса методов ЯМР, пригодных для изучения геологических объектов, составляют три модификации импульсного ЯМР, отличающиеся напряжённостью используемого магнитного поля: ЯМР в *зем-*

ном магнитном поле (~0,5 *Гс*), в *промежуточном* поле (5–500 *Гс*) и в *сильном* поле (более 1000 *Гс*). Эти модификации ЯМР широко применяются в физике и технике, используются для изучения геологических объектов.

Табл. 3.1. *Ядерно-магнитные методы исследования вещества*

Параметры	Стационарные		Импульсные		
	Низкого разрешения	Высокого разрешения	Релаксометры интегральные	Фурье-спектроскопия	Томография
Изучаемые элементы	^{1}H, ^{19}F	^{1}H, ^{19}F, ^{31}P	^{1}H, ^{19}F	^{1}H, ^{13}C	^{1}H
Измеряемые параметры	Интенсивность, ширина линии	Спектр хим. сдвигов дифференциальная интенсивность	Интенсивность, времена T_1, T_2	Спектр хим. сдвигов Дифференциальная интенсивность, время T_1	Дифференциальная интенсивность по объёму, времена T_1, T_2
Напряжённость магн. поля, % Рабочая частота, *мГц*	$4 \div 30 \cdot 10^5$ $5 \div 40$	$30 \div 80 \cdot 10^5$ $40 \div 100$	$4 \div 30 \cdot 10^5$ $38 \div 800$ $5 \div 40$, $2 \div 40 \cdot 10^{-3}$	$50 \div 215 \cdot 10^5$ $60 \div 270$	$3{,}2 \div 8 \cdot 10^5$ $4 \div 10$
Объём исследуемого образца, $см^3$	$2 \div 10$	до 1	$3 \div 10$ $200 \div 1000$	до 1	до 104

3.2. *Физическая сущность ЯМР. Основные понятия*

Помимо электрического заряда некоторые атомные ядра обладают магнитным моментом. Если систему ядер, обладающих магнитными моментами, поместить во внешнее магнитное поле, то на них будет действовать пара сил, стремящихся выстроить моменты параллельно полю. Непосредственное наблюдение этого явления достаточно трудно, однако, можно создать условия, при которых магнитные моменты будут поглощать энергию переменного магнитного поля с частотой, лежащей в радиодиапазоне. Это поглощение

и приводит к возникновению ядерного магнитно-резонансного спектра (ЯМР спектра).

Ядерные магнитные моменты

Магнитные свойства ядер лучше всего определить заданием их момента количества движения, т.е. спина. Согласно общим принципам квантовой механики, наибольшее измеримое значение компонента момента количества движения некоторой системы (в частности, ядра) должно быть целым или полуцелым, кратным приведённой постоянной Планка, равной $h/2\pi$. Если мы обозначим через $\boldsymbol{I}$ наибольшее значение компонента момента, то $\boldsymbol{I}$ будет представлять собой спиновое квантовое число. Установлено, что ядро может находиться в $(2\boldsymbol{I}+1)$ состояниях, в которых проекция момента на любое выбранное направление имеет одно из значений: $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{I}-1,\ldots,$ $(-\boldsymbol{I}+1)$, $-\boldsymbol{I}$. В отсутствии внешнего поля все эти состояния имеют одинаковую энергию.

Все данные о магнитных свойствах ядер находятся в согласии с гипотезой о том, что магнитный момент равен нулю, если $\boldsymbol{I}=0$, а если I отлично от нуля, то магнитный момент всегда параллелен вектору момента количества движения. Тогда, если обозначить наибольшее измеримое значение компонента магнитного момента через μ, то все измеримые значения компонента магнитного момента выражаются в виде $\boldsymbol{m}\mu\boldsymbol{I}$, где $\boldsymbol{m}$ — магнитное квантовое число — может принимать значения: $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{I},\boldsymbol{I}-1,\boldsymbol{I}-2,\ldots$ $-\boldsymbol{I}+1,-\boldsymbol{I}$.

Так как векторы момента количества движения и магнитного момента параллельны, то часто удобно характеризовать магнитные свойства ядер величиной γ, определяемой соотношением: $\mu=\gamma(\boldsymbol{I}h/2\pi)$. Величина γ называется гиромагнитным отношением, она имеет размерность «радиан гаусс$^{-1}$ секунда$^{-1}$».

В полном списке известных ядерных спинов имеются некоторые закономерности, которые можно выразить через порядковый номер Z и массовое число A. Эти закономерности формулируются следующим образом:

1. Если массовое число A нечётно, то ядерный спин полуцелый.

2. Если массовое число A и порядковый номер Z чётны, то спин равен нулю.

3. Если массовое число A чётно, а порядковый номер Z нечётен, то спин целый.

Ядра со спином $\boldsymbol{I} = 0$ не имеют магнитно-резонансных свойств. Важно заметить, что некоторые часто встречающиеся ядра, такие как C^{12} и O^{16}, принадлежат к этому классу. Это означает, что очень большое число органических молекул, содержащие только атомы *H*, *C* и *O*, дают только протонные магнитно-резонансные спектры, не осложнённые влиянием спинов других ядер (если не учитывать ядер C^{13} и O^{17}, содержащихся в очень небольшой концентрации).

Ядерная намагниченность

Под действием однородного постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ уровни энергии, соответствующие двум состояниям (для ядер водорода — протонов, имеющих $\boldsymbol{I} = 1/2$), с различными значениями проекции спина ядра, расщепляются на величину $2\mu\mathbf{H}_0$, где μ — максимальное значение проекции магнитного момента на направление магнитного поля. Если ансамбль таких ядер находится в состоянии теплового равновесия при температуре *T*, то нижнее из указанных состояний будет заполнено в бóльшей степени (рис. 3.1).

Отношение соответствующих чисел заполнения ядрами уровней определяется множителем Больцмана — $\exp\left(2\mu\mathbf{H_0}/kT\right)$. Для ядер в магнитном поле с напряжённостью около 10000 *Гс* при обычной температуре величина $\mu\mathbf{H_0}/kT$ будет меньше, чем 10^{-5}. Поэтому вероятности нахождения ядра на верхнем или нижнем уровне с достаточной степенью точности будут равны соответственно:

$$\tfrac{1}{2}\left(1-\mu\mathbf{H_0}/kT\right) \qquad \text{и} \qquad \tfrac{1}{2}\left(1+\mu\mathbf{H_0}/kT\right). \tag{3.1}$$

Вследствие такого неравновесного распределения ядер по энергетическим уровням в магнитном поле $\mathbf{H}_0$ возникает результирующий макро-

скопический магнитный момент единицы объёма, содержащей магнитные ядра и направление которого совпадает с направлением поля. Это обусловливает наличие зависящей от температуры парамагнитной восприимчивости χ_0. Для ядер со спином $\boldsymbol{I} = 1/2$ среднее значение проекции ядерного магнитного момента на направление внешнего поля равно $\mathbf{M} = \chi_0 \mathbf{H}_0$.

Если в единице объёма вещества содержится N таких ядер, то соответствующая объёмная магнитная восприимчивость определяется формулой:

$$\chi_0 = N\,\mu^2 \boldsymbol{I}\left(\boldsymbol{I}+1\right)/3kT\,. \qquad (3.2)$$

Например, для протонов воды при комнатной температуре она равна приблизительно $3\cdot10^{10}$, так что её вклад в общую восприимчивость обычно пренебрежимо мал по сравнению с вкладом электронной диамагнитной восприимчивости, величина которой порядка 10^{-6}. Для возбуждения переходов между уровнями необходимо облучать систему с частотой ν, удовлетворяющей условию $\nu h = \Delta E$, где ΔE — разность энергий двух уровней. Для системы магнитных ядер: $\Delta E = \gamma \mathbf{H}_0 h/2\pi$ и, следовательно, частота облучения должна быть $\nu = \gamma\,\mathbf{H}_0/2\pi$.

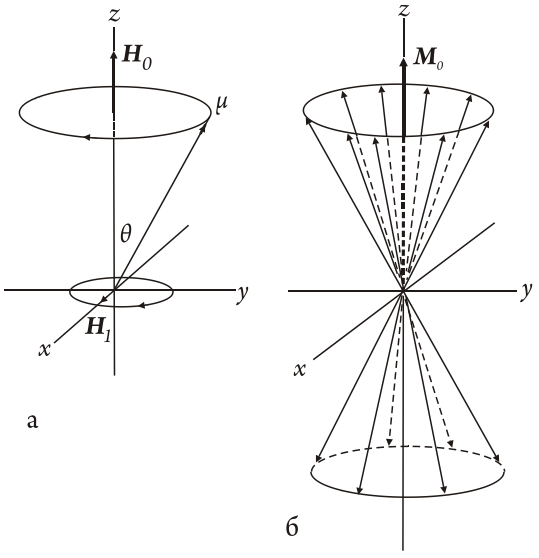


Рис. 3.1 а, б. *Прецессия магнитного момента μ вокруг постоянного магнитного поля* $\mathbf{H}_0$.
Вектор высокочастотного поля $\mathbf{H}_1$ вращается в плоскости ХОУ (**а**).
Прецессия ансамбля одинаковых магнитных моментов ядер с $\boldsymbol{I} = 1/2$.
Результирующая макроскопическая намагниченность, направлена вдоль $\mathbf{H}_0$ (ось Z), её равновесное значение равно $\mathbf{M}_0$ (**б**)

Ядерная магнитная прецессия

Движение вектора макроскопической намагниченности во внешнем магнитном поле можно описать с помощью феноменологических дифференциальных уравнений. Исходным пунктом является классическое уравнение движения магнитного момента в магнитном поле **H**, направление которого пока никак не фиксируется:

$$dp/dt = \mu \mathbf{H}. \tag{3.3}$$

Это уравнение указывает на то, что скорость изменения углового момента ядра (p) зависит от крутящего момента ($\mu \mathbf{H}$), действующего на магнитный момент со стороны приложенного поля. Движение, описываемое этим уравнением, представляет собой прецессию вокруг направления **H**. Умножая обе части уравнения на γ и учитывая, что $\mu = \gamma p$ получаем:

$$d\mu/dt = \gamma\, dp/dt = \gamma\, \mu \mathbf{H}. \tag{3.4}$$

Пусть ***M*** является векторной суммой всех μ . Тогда, суммируя выражение векторно по всем μ , получаем соотношение для макроскопической намагниченности:

$$d\mathbf{M}/dt = \gamma \mu \mathbf{H}.$$

Векторное произведение можно выразить через компоненты сомножителей по трём взаимно перпендикулярным осям и единичные векторы, направленные по этим осям:

$$\mathbf{M}\mathbf{H} = \begin{vmatrix} M_X & H_X & \mathbf{i} \\ M_Y & H_Y & \mathbf{j} \\ M_Z & H_Z & \mathbf{k} \end{vmatrix} = \tag{3.5}$$

$$\left(M_Y H_Z - M_Z H_Y\right)\mathbf{i} + \left(M_Z H_X - M_X H_Z\right)\mathbf{j} + \left(M_X H_Y - M_Y H_X\right)\mathbf{k}$$

Если на ансамбль магнитных ядер направить перпендикулярно к $\mathbf{H}_0$ высокочастотное переменное магнитное поле $\mathbf{H}_1$ с частотой, совпадающей с ν , то поле **H** в этих выражениях является суммой постоянного приложенного поля $\mathbf{H}_0$ и магнитной составляющей ВЧ-поля $\mathbf{H}_1$. Последнее можно рассматривать как поле, вращающееся в плоскости ХОУ с угловой частотой $\omega = \nu$. Компоненты поля **H** определяются выражениями:

$$H_X = \mathbf{H}_1 \cos\omega t; \quad H_Y = -\mathbf{H}_1 \sin\omega t; \quad H_Z = \mathbf{H}_0 .$$

Объединяя полученные выражения, получаем три уравнения, описывающие зависимость компонент вектора **M** от времени:

$$\begin{aligned} dM_X/dt &= \gamma\left(M_Y \mathrm{H}_0 + M_Z \mathrm{H}_1 \sin\omega t\right); \\ dM_Y/dt &= \gamma\left(M_Z \mathrm{H}_1 \cos\omega t - M_X \mathrm{H}_0\right); \\ dM_Z/dt &= -\gamma\left(M_X \mathrm{H}_1 \sin\omega t + M_Y \mathrm{H}_1 \cos\omega t\right) \end{aligned} \qquad (3.6)$$

Ядерная магнитная релаксация

Высокочастотное переменное поле $\mathbf{H}_1$ может быть приложено к системе ядер постоянно или только в течение определённого времени. В последнем случае после выключения высокочастотного поля, система магнитных ядер начинает постепенно приходить в равновесное состояние, иначе — релаксировать. При этом система магнитных ядер рассеивает энергию, которую она поглотила во время резонанса. Это рассеивание энергии происходит как за счёт взаимодействия ядер между собой (спин-спиновая релаксация), так и за счёт взаимодействия ядер с окружающей средой, или решёткой (спин-решёточная релаксация). В результате этих взаимодействий система ядер через определённое время возвращается в равновесное состояние.

Ф. Блох с сотрудниками предположил, что спин-решёточную и спин-спиновую релаксации можно рассматривать как процессы первого порядка с характеристическими временами T_1 и T_2. Компоненты M_X и M_Y, уменьшаясь, стремятся к равновесному значению, равному нулю, тогда как M_Z стремится к значению M_0. Поэтому уравнения Блоха в окончательном виде выглядят так:

$$\begin{aligned} dM_X/dt &= \gamma\left(M_Y \mathbf{H}_0 + M_Z \mathbf{H}_1 \sin\omega t\right) - M_X / T_2, \\ dM_Y/dt &= \gamma\left(M_Z \mathbf{H}_1 \cos\omega t - M_X \mathbf{H}_0\right) - M_Y / T_2, \\ dM_Z/dt &= -\gamma\left(M_X \mathbf{H}_1 \sin\omega t + M_Y \mathbf{H}_1 \cos\omega t\right) - \left(M_Z - M_0\right) / T_1 \end{aligned} \qquad (3.7)$$

Времена T_1 и T_2 часто называют временами *продольной* и *поперечной* релаксации соответственно, поскольку они являются постоянными времени спада компонент намагниченности, направленных параллельно и перпендикулярно полю $\mathbf{H}_0$.

Уравнения Ф.Блоха при различных ограничивающих предположениях можно решить непосредственно, хотя и с большой затратой труда. При условии медленного прохождения через резонанс получается обычный сигнал поглощения лоренцевой формы, сдвинутый по фазе на 90º относительно $\mathbf{H}_1$ и сигнал дисперсии, совпадающий по фазе с $\mathbf{H}_1$.

Вращающаяся система координат

При рассмотрении импульсных методов очень удобно относить движение намагниченности не к неподвижной (лабораторной) системе координат, а к координатной системе, вращающейся вокруг, но в том же направлении, в котором прецессируют ядерные моменты. Эту координатную систему называют *вращающейся системой координат*, или *вращающейся системой отсчёта*.

Вектор намагниченности во вращающейся системе координат может совершать гораздо более простое движение, чем в лабораторной системе.

Чтобы вывести основные уравнения вращающейся системы координат, получим простое выражение, связывающее производную вектора **M** по времени с его компонентами. Пусть

$$\mathbf{M} = M_X\mathbf{i} + M_Y\mathbf{j} + M_Z\mathbf{k}. \tag{3.8}$$

С помощью формулы для производной произведения получаем:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{M}}{dt} &= \frac{dM_X}{dt}\mathbf{i} + M_X\frac{di}{dt} + \frac{dM_Y}{dt}\mathbf{j} + M_Y\frac{dj}{dt} + \frac{dM_Z}{dt}\mathbf{k} + M_Z\frac{dk}{dt} = \\ &= \left(\frac{dM_X}{dt}\mathbf{i} + \frac{dM_Y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dM_Z}{dt}\mathbf{k}\right) + \left(M_X\frac{di}{dt} + M_Y\frac{dj}{dt} + M_Z\frac{dk}{dt}\right)\end{aligned}. \tag{3.9}$$

Поскольку **i**, **j** и **k** — *единичные* векторы, их производные по времени не могут изменять своей длины, а могут быть связаны только с вращениями векторов. Математически вращение описывается с помощью векторного произведения:

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = \boldsymbol{\omega}_i, \qquad \frac{d\mathbf{j}}{dt} = \boldsymbol{\omega}_j, \qquad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = \boldsymbol{\omega}_k.$$

Длина вектора $\boldsymbol{\omega}$ соответствует угловой частоте вращения единичного вектора, а направление $\boldsymbol{\omega}$ совпадает с осью, относительно которой происходит вращение. В такой вращающейся системе координат все три единичных вектора вращаются со скоростью и направлением, задаваемыми одной и той же $\boldsymbol{\omega}$, так что выражение (1.30) принимает вид:

$$\left(d\mathbf{M}/dt\right)_{фикс} = \partial\mathbf{M}/\partial t + \boldsymbol{\omega}\left(M_X\mathbf{i} + M_Y\mathbf{j} + M_Z\mathbf{k}\right) = \left(d\mathbf{M}/dt\right)_{вращ} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{M}. \quad (3.10)$$

Полная производная описывает общее движение вектора **M** и неподвижной («лабораторной») системе, тогда как частная производная соответствует явной зависимости ***M*** от времени во вращающейся системе. Воспользуемся символом обычной, а не частной производной, сопровождая её соответствующим индексом:

$$\begin{aligned} \left(d\mathbf{M}/dt\right)_{фикс} &= \gamma\mathbf{M}\mathbf{H}; \\ \left(d\mathbf{M}/dt\right)_{вращ} &= \gamma\mathbf{M}\mathbf{H} - \boldsymbol{\omega}\mathbf{M} \end{aligned}. \quad (3.11)$$

Перегруппировав члены в последнем выражении, получаем:

$$\left(d\mathbf{M}/dt\right)_{вращ} = \gamma\mathbf{M}\mathbf{H} + \gamma\mathbf{M}\boldsymbol{\omega}/\gamma = \gamma\mathbf{M}\left(\mathbf{H} + \boldsymbol{\omega}/\gamma\right). \quad (3.12)$$

Член $\boldsymbol{\omega}/\gamma$ имеет размерность магнитного поля, и его можно рассматривать как некоторое «фиктивное» поле, обусловленное вращением. Это уравнение можно записать и иначе — через *эффективное* поле:

$$\left(d\mathbf{M}/dt\right)_{вращ} = \gamma\,\mathbf{M}\,\mathbf{H}_{eff}, \quad (3.13)$$

где $$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H} + \boldsymbol{\omega}/\gamma.$$

Последние уравнения показывают, что обычные уравнения движения, применяемые в лабораторной системе координат, верны и во вращающейся системе при условии, что вместо **H** в них используется $\mathbf{H}_{eff}$. Следовательно, *во вращающейся системе намагниченность прецессирует вокруг* $\mathbf{H}_{eff}$.

Обычно для нас будет представлять интерес система отсчёта, вращающаяся с частотой, равной или близкой к частоте приложенного ВЧ-поля $\mathbf{H}_1$, так как такой выбор вращающейся системы обычно приводит к самым простым вычислениям и выражениям.

Намагниченность во вращающейся системе отсчёта

Теперь можно с помощью вращающейся системы объяснить поведение намагниченности в более явной форме проследить влияние на неё релаксации и неоднородности магнитного поля.

Рассмотрим случай, когда имеется только магнитное поле $\mathbf{H}_0$, направленное вдоль оси *Z*; следовательно, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$. Рассмотрим систему координат, вращающуюся с угловой частотой $\boldsymbol{\omega} = -\gamma \mathbf{H}_0$.

В этом случае уравнение сводится к $\mathbf{H}_{eff} = 0$, а в этой вращающейся системе координат $\mathbf{M}$ не зависит от времени.

Предположим, что, кроме $\mathbf{H}_0$, имеется поле $\mathbf{H}_1$ перпендикулярное $\mathbf{H}_0$ и, как обычно, $\mathbf{H}_1$ вращается (в «лабораторной» системе) с частотой $\boldsymbol{\omega}$ (*рад/с*) (рис. 3.2). Тогда в системе, вращающейся с частотой $\boldsymbol{\omega}$:

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_0 + \boldsymbol{\omega}/\gamma + \mathbf{H}_1 . \qquad (3.14)$$

При резонансе фиктивное поле в точности компенсирует поле $\mathbf{H}_0$, направленное вдоль оси *Z*, так что с ***M*** взаимодействует только поле $\mathbf{H}_1$, лежащее в плоскости *XY*. Поскольку $\mathbf{H}_1$ вращается с такой же частотой, что и система координат, то мы можем произвольно предположить, что $\mathbf{H}_1$ направлено вдоль *вращающейся* оси *x*, обозначаемой здесь *x′*. Тогда *во вращающейся системе* ***M*** прецессирует вокруг оси *x′*.

Угол θ, на который повернётся ***M*** в ходе прецессии за время t_p, даётся выражением:

$$\theta = \gamma \mathbf{H}_1 t_p \, (рад) . \qquad (3.15)$$

Если поле $\mathbf{H}_1$ будет приложено вдоль оси *x′* достаточно долго, чтобы вектор $\mathbf{M}$ (или, что то же, система ядерных спинов) успел повернуться на угол θ в сторону оси *y′*. Сразу после выключения $\mathbf{H}_1$ картина будет такой, как показано на рис. 3.2.

Поскольку вначале движение моментов в плоскости *x′y′* было некогерентным, то и компонента макроскопического момента $\mathbf{M}$ в этой плоскости была равна нулю. В результате поворота моменты оказываются ориентированными таким образом, что появляется компонента момента $\mathbf{M}$, направ-

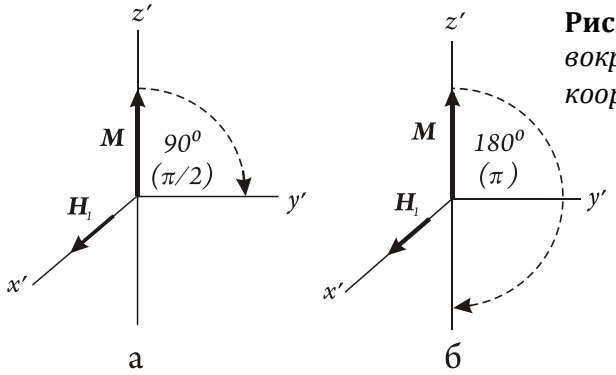


Рис. 3.2. *Поворот (прецессия)* **M** *вокруг* $\mathbf{H}_1$ *во вращающейся системе координат на* $\pi/2$ *или* π*; рад*

(90°-ный и 180°-ный импульсы соответственно)

ленная вдоль оси y'. В результате естественных процессов обмена энергией между разными ядрами, моменты в плоскости $x'y'$ начинают расходиться. Поэтому наблюдается спад $\mathbf{M}_{y'}$ с постоянной времени T_2. Поскольку магнитное поле не является идеально однородным, ядра в разных частях образца оказываются в несколько различающихся полях $\mathbf{H}_0$ и, следовательно, прецессируют с разными частотами: одни ядра прецессируют быстрее, чем вращается система координат, другие — медленнее. Этот процесс вызывает также спад $\mathbf{M}_{y'}$; в результате $\mathbf{M}_{y'}$ стремится к нулю с постоянной времени T_2^*. Если плоскость витков приёмной катушки перпендикулярна плоскости прецессии, то в катушке происходит периодическое изменение магнитного потока, что будет наблюдаться в виде затухающей во времени ЭДС-сигнала свободной прецессии. При этом начальная амплитуда ЭДС равна:

$$U_s = 4\pi S N \omega_0 Q K \mathbf{M}_0 10^{-6} B, \qquad (3.16)$$

где S и N — площадь и число витков катушки-датчика, ω_0 — частота прецессии, Q — добротность катушки, K — коэффициент усиления, $\mathbf{M}_0$ — ядерная намагниченность.

Неоднородность поля $\mathbf{H}_0$ не позволяет по спаду свободной прецессии измерить истинное время T_2. Е.Л. Хан предложил способ исключения влияния неоднородности поля $\mathbf{H}_0$ с помощью комбинации импульсов поля $\mathbf{H}_1$. Суть его состоит в том, что на систему ядер действуют последовательно 90º и 180º-ми импульсами поля $\mathbf{H}_1$, разделёнными интервалом T. В момент $2T$ наблюдают сигнал, который называют «спиновым эхом» (рис. 3.3).

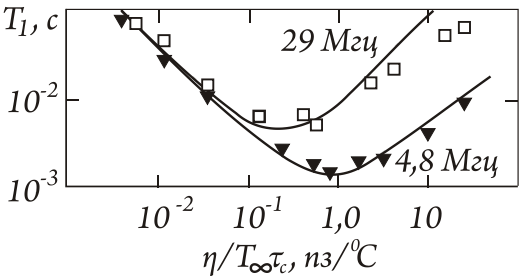


Рис. 3.3. *Зависимость времени корреляции τ_c от времени спин-решёточной релаксации T_1 для глицерина*

Если бы не было взаимодействия ядер между собой, т.е. если бы не было спин-спиновой релаксации, то амплитуда сигнала эхо была бы такой же, как начальная амплитуда сигнала свободной прецессии. Однако, вследствие имеющей место спин-спинового взаимодействия амплитуда сигналов эхо будет затухать со временем T_2. Поэтому зависимость сигнала спинового эхо от величины времени между импульсами позволяет измерять время поперечной релаксации T_2.

По мере обмена энергией между ядерными моментами и их окружением, происходит спин-решёточная релаксация, в результате которой ядерные моменты постепенно возвращаются к направлению оси z'. Таким образом, $\mathbf{M}_{z'}$ возвращается к своему равновесному значению $\mathbf{M}_0$ с постоянной времени T_1. Таким образом, время, характеризующее спад $\mathbf{M}_{y'}$, т.е. T_2 (или T_2^*, если необходимо учесть неоднородность поля), никогда не может быть больше T_1 — постоянной времени возвращения $\mathbf{M}_{z'}$ к равновесной величине. С другой стороны, T_2 (или T_2^*) вполне может быть короче T_1. Имеет место общее соотношение: $T_2^* \le T_2 \le T_1$.

Механизмы релаксации

Диапазон частот движений молекул в жидком образце очень широк; в самом деле, в каждый момент времени некоторые из молекул движутся очень медленно, тогда как другие — очень быстро. В невязкой жидкости молекула остаётся в одном состоянии движения, в среднем, около $10^{-12}\,c$. Затем она испытывает столкновение, изменяющее её состояние движения. Если молекула остаётся в некотором состоянии движения в течение $10^{-12}\,c$, то можно ожидать, что частотные компоненты движения будут лежать в диапазоне от 0 до $10^{12}\,Гц$.

При перемещении молекул в пространстве относительно друг друга, спины входящих в них ядер, естественно, движутся вместе с молекулами; движение ядерных магнитных моментов создаёт флуктуирующее магнитное поле. Эти микроскопические флуктуирующие поля обозначим ***h***, они обладают свойствами, во многих отношениях сходными со свойствами поля $\mathbf{H}_1$.

Рассмотрим теперь, что происходит при взаимодействии одного из этих микроскопических полей ***h*** с намагниченностью **M**. В общем случае ***h*** можно представить в виде:

$$\mathbf{h} = \mathbf{i}h_x + \mathbf{j}h_y + \mathbf{k}h_z . \qquad (3.17)$$

Статическая компонента h_z остаётся таковой в обеих системах координат, тогда как h_x или h_y, постоянные (т.е. не зависящие от времени) в лабораторной системе, вращаются во вращающейся системе координат. Чтобы вывести **M** из состояния равновесия, необходимо приложить к ней на некоторое время вращающий момент. Таким образом, мы можем вывести **M** из равновесия, если **M** и либо h_x, либо h_y неподвижны во вращающейся системе координат.

Теперь предположим, что мы уже вывели **M** из равновесия в новое положение, в котором **M** имеет компоненты вдоль осей x', y' и z'. Рассмотрим процессы, в которых могут генерироваться поля ***h***, вызывающие возвращение $\mathbf{M}_{z'}$ к равновесию. Такие процессы обычно называют T_1-*процессами.* Аналогично этому, процессы, в которых генерируются поля ***h***, вызывающие возвращение к равновесию компонент $\mathbf{M}_{x'}$ или $\mathbf{M}_{y'}$ (или и той и другой), называют T_2-*процессами.* Вращающий момент, действующий на **M**, определяется векторным произведением ***h*** на **M**. Таким образом, во вращающейся системе координат:

$$\begin{aligned}(\mathbf{hM})_{rot} &= \left(\mathbf{i}h_{x'} + \mathbf{j}h_{y'} + \mathbf{k}h_{z'}\right)\left(\mathbf{i}M_{x'} + \mathbf{j}M_{y'} + \mathbf{k}M_{z'}\right) = \\ &= \mathbf{i}\left(h_{y'}M_{z'} - h_{z'}M_{y'}\right) + \mathbf{j}\left(h_{z'}M_{x'} - h_{x'}M_{z'}\right) + \mathbf{k}\left(h_{x'}M_{y'} - h_{y'}M_{x'}\right)\end{aligned} . \qquad (3.18)$$

Все остальные члены произведения равны нулю вследствие того, что для единичных векторов выполняются соотношения $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 0$.

Отсюда сразу видно, что *во вращающейся системе* поля $h_{x'}$ обеспечивают релаксацию $\mathbf{M}_{y'}$ и $\mathbf{M}_{z'}$ и, соответственно, $h_{y'}$ ответственны за релаксацию $\mathbf{M}_{x'}$ и $\mathbf{M}_{z'}$. Иначе говоря, $h_{x'}$ и $h_{y'}$ участвуют в релаксационных процессах и для T_1, и для T_2. В отличие от этого флуктуации $h_{z'}$ эффективно взаимодействуют только с $\mathbf{M}_{x'}$ и $\mathbf{M}_{y'}$ следовательно, они эффективны только в процессах релаксации T_2. Итак,

$h_{x'}$ — релаксация T_1, T_2,
$h_{y'}$ — релаксация T_1, T_2,
$h_{z'}$ — релаксация *только* T_2.

Иначе говоря, T_1-*процессы релаксации связаны только с флуктуациями магнитного поля, имеющего компоненты по осям* x' *и* y', *тогда как* T_2-*процессы обусловлены компонентами по всем трём направлениям*.

Поскольку статическая компонента вектора $\boldsymbol{h}$ в направлении z' (во вращающейся системе) эквивалентна статической компоненте вектора $\boldsymbol{h}$ в направлении z (в лабораторной системе), то можно видеть, что в лабораторной системе имеется вклад компоненты с нулевой частотой в T_2-процессы. В то же время статическая компонента вектора $\boldsymbol{h}$ в x' - или y' -направлении соответствует высокочастотной (ω_0) компоненте $\boldsymbol{h}$ в направлении x или y. Это значит, что на T_1 могут влиять *только* высокочастотные процессы. Легко видеть, что эти же высокочастотные компоненты влияют и на T_2. Однако, при наличии химического обмена, диффузии или других аналогичных относительно низкочастотных процессов именно они являются причиной часто наблюдаемого факта, что T_2 оказывается значительно меньше, чем T_1. Вклад в T_1 и T_2 от компоненты молекулярных движений с частотой, равной удвоенной резонансной, обусловлен явлением типа молекулярного эффекта Допплера.

Чтобы обсуждать на количественном уровне, как времена релаксации T_1 и T_2 связаны с молекулярными движениями, необходимо ввести несколько новых параметров. Обозначим τ_c «среднее» время между столкновениями для молекулы, находящейся в некотором состоянии движения. Если величина τ_c такова, что компоненты молекулярного движения на частоте резонанса ω_0 велики, то можно ожидать, что релаксация будет наиболее эффективной,

а времена релаксации минимальными. Если же τ_c слишком велико или слишком мало, то можно ожидать, что компоненты на частоте ω_0 будут значительно меньше, а T_1 и T_2 будут гораздо больше. Как показали Н. Бломберген и сотр., это действительно так. Их результаты приведены на рис. 3.3, на котором для глицерина построена зависимость $T_1\left(^1\mathbf{H}\right)$ от молекулярного времени корреляции τ_c при двух разных резонансных частотах. Было найдено, что в области высоких температур (влево от минимума T_1), T_1 не зависит от частоты и убывает с уменьшением температуры. Такое поведение типично для всех молекул, которые характеризуются малыми значениями τ_c, точнее, для которых $\tau_c\omega_0 << 1$; обычно это имеет место для малых молекул в жидком состоянии. Из графиков можно видеть, что при обеих резонансных частотах $\upsilon_0 = \omega_0/2\pi$ (29 и 5 *МГц*) T_1 имеет минимум, и значение T_1 в минимуме пропорционально ω_0. Как мы увидим далее, такое поведение характерно для случая $\tau_c\omega_0 \sim 1$, который реализуется для больших молекул полимеров или в образцах типа глицерина, переходящих при охлаждении в высоковязкое стеклообразное состояние. В области низких температур на рис. 3.3, т.е. вправо от минимума T_1 наблюдается зависимость T_1 от частоты и от температуры, причём значение T_1 растёт с уменьшением температуры. Этот случай наблюдается при условии $\tau_c\omega_0 << 1$.

Спин-решёточные взаимодействия T_1 зависят от силы связи спиновой системы с решёткой. Было найдено, что в связи ядер с решёткой, через которую может происходить обмен энергией между этими системами, важную роль играют несколько различных физических взаимодействий, а именно:

1) магнитное диполь-дипольное взаимодействие;
2) электрическое квадрупольное взаимодействие;
3) влияние анизотропии химического сдвига;
4) скалярное взаимодействие;
5) спин-вращательное взаимодействие.

Вообще, любой процесс, в котором возникают флуктуирующие магнитные поля на ядре, является возможным механизмом релаксации.

Диполь-дипольная релаксация является, в большинстве случаев, преобладающим механизмом взаимодействия магнитных ядер.

Выберем два конкретных ядра спиновой системы, причём будем предполагать, что они входят в состав одной молекулы, и будем обозначать их ***I*** и ***S*** (рис. 3.4). Если молекула неподвижна, как, например, в твёрдом теле, то ядро будет находиться в суммарном магнитном поле $\mathbf{H}_t$, состоящем из двух компонент: 1) поля $\mathbf{H}_0$, создаваемого магнитом, 2) локального поля $\boldsymbol{H}_{1\text{oc}}$, создаваемого магнитным моментом μ_S ядра *S*.

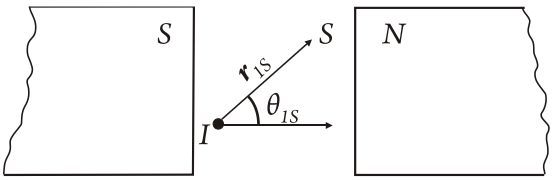


Рис. 3.4. *Относительное положение ядер **I** и **S** и угол θ_{1S} между межъядерным вектором $\mathbf{r}_{1S}$ и направления магнитного поля* $\mathbf{H_0}$

Сила взаимодействия между двумя магнитами зависит от их магнитных моментов, расстояния между магнитами и от их взаимной ориентации.

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{1oc},$$

$$\mathbf{H}_{1oc} = \pm\frac{\mu_S}{r_{1S}^3}\left(3\cos^2\theta_{1S} - 1\right) = \frac{\gamma_S I_S h}{r_{1S}^3}\left(3\cos^2\theta_{1S} - 1\right). \qquad (3.19)$$

Появление знака $\pm$ связано с тем, что в зависимости от спинового состояния ядра *S* поле $\mathbf{H}_{1\text{oc}}$ может добавляться или вычитаться из постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$. Так, для протонов воды в кристаллогидратах типичное расщепление за счёт двойного знака $\mathbf{H}_{1\text{oc}}$ составляет 20 *Гс* (или $2\cdot10^{-3}$ *Т*), что эквивалентно расстоянию между двумя компонентами резонансного сигнала 80 *кГц*; т.е. взаимодействие может быть довольно сильным. Если теперь молекула начинает двигаться, то угол θ_{1S} становится функцией времени, что приводит к двум последствиям. Во-первых, если движение достаточно быстро, то среднее значение локального поля обращается в нуль. Во-вторых, т.к. ядра ***I*** и ***S*** меняют свое положение в пространстве, вследствие этого движения угол θ_{1S}, выражения для $R_1 = 1/T_1$ и $R_2 = 1/T_2$ для системы одинаковых спинов принимают вид:

$$\left(R_1\right)_{rot} = \frac{2\gamma^4 h^2 \boldsymbol{I}\left(\boldsymbol{I}+1\right)}{5r^6}\left[\frac{\tau_c}{1+\omega^2\tau_c^2} + \frac{4\tau_c}{1+4\omega^2\tau_c^2}\right], \qquad (3.20)$$

$$\left(R_2\right)_{rot} = \frac{\gamma^4 h^2 \boldsymbol{I}\left(\boldsymbol{I}+1\right)}{5r^6}\left[3\tau_c + \frac{5\tau_c}{1+\omega^2\tau_c^2} + \frac{2\tau_c}{1+4\omega^2\tau_c^2}\right]. \qquad (3.21)$$

В подвижных (т.е. невязких) жидкостях, где выполняется условие $\tau_c\omega_0 << 1$, R_1 и R_2 становятся одинаковыми и даются выражением:

$$R_1 = R_2 = \frac{2\gamma^4 h^2 \boldsymbol{I}\left(\boldsymbol{I}+1\right)}{r^6}\tau_c \ . \qquad (3.22)$$

Приведённые выше выражения были выведены для вращательного движения и поэтому относятся к внутримолекулярной релаксации. Межмолекулярная релаксация связана в основном с трансляционным движением. Времена корреляции для трансляционных движений несколько иные, и сами выражения для вклада дипольной релаксации в T_1 за счёт этих движений получаются немного иными. Так, для системы из двух одинаковых спинов получаем:

$$\left(R_1\right)_{trans1} = \frac{3}{2}\gamma^4 h^2 \boldsymbol{I}\left(\boldsymbol{I}+1\right)\left\{J_1\left(\omega\right) + J_2\left(\omega\right)\right\}. \qquad (3.23)$$

Релаксация жидкости в пористой среде

На основе ранней работы Р. Брауна, показавший зависимость скорости релаксации от концентрации парамагнитных центров на поверхности твёрдой фазы, Д. Сиверс предложил модель поры, содержащей две области: поверхностный слой мономолекулярной толщины и центра поры, в которой релаксация происходит как в жидкости в неограниченном объёме. При этом предполагается т.н. «быстрый обмен» между этими областями. Выражение релаксации для этой модели выглядит так:

$$1/T_1 = 1/T_{1b} + V_S/V_0\left(T_{1S} + \tau\right) = 1/T_{1b} + 1/T_{1S}\,, \qquad (3.24)$$

V_S — объём поверхностного слоя, V_0 — объём центральной части поры, T_{1b} — время релаксации в жидкости в неограниченном объёме, T_{1S} — время релаксации в поверхностном слое, τ — время жизни молекулы в поверхностном слое.

В дальнейшем это выражение было упрощено с учётом $1/T_{1b}$ много меньше $1/T_{1S}$ в виде:

$$1/T_{1S} = \rho\left(S/V\right)_{пор}, \qquad (3.25)$$

ρ — поверхностная активность, так называемая «релаксивность», S/V — отношение поверхности поры к её объему, т.е. удельная поверхность, функция размера поры. Поверхностная активность определяется литологическим составом породы. Для карбонатной породы она много слабее, чем в терригенной.

3.3. *Свободная прецессия и спиновое эхо*

В этом разделе рассмотрим поведение спиновой системы, подвергнутой воздействию одного или нескольких ВЧ-импульсов. Будем считать, что ВЧ от передатчика включается и выключается так быстро, что огибающая ВЧ-колебаний во время импульса имеет прямоугольную форму, а длительность импульса t_p мала по сравнению с T_1 и T_2, так что релаксация за время t_p не происходит. С помощью формулы (3.15) можно найти угол, на который повернется **M** под действием заданного импульса, и будем считать импульсы как 90º-ный ($\pi/2$), 180º-ный (π) и т.д. Будем рассматривать только сигнал, возникающий *после* выключения импульса.

3.4. *Сигнал свободной прецессии (ССП)*

Пусть вдоль оси x' в системе координат, вращающейся с частотой ВЧ-поля, приложен 90º-ный импульс. По окончании импульса намагниченность ***M*** направлена точно по оси y', как показано на рис. 3.5 (а). Интенсивность наблюдаемого сигнала определяется величиной M_{xy}. Этот наведённый сигнал называют сигналом свободной индукции, поскольку ядра прецессируют «свободно» в отсутствие приложенного ВЧ-поля. По мере развития поперечной релаксации сигнал уменьшается. В идеально однородном поле постоянная времени спада была бы равна T_2; однако, фактически, сигнал свободной индукции спадает с характеристическим временем T_2^*, которое часто определя-

ется, прежде всего, неоднородностью поля, поскольку ядра в разных частях поля прецессируют с несколько разными частотами и, следовательно, быстро расходятся по фазе. Поэтому сигнал спадает с характеристическим временем T_2^*, определённым с помощью соотношения: $1/T_2^* = 1/T_2 + \gamma \Delta \mathbf{H}_0 / \pi$.
Регистрация спада ССП — основной способ определения величины и других характеристик ***M***. ССП, наблюдаемый вслед за последовательностями из двух и более импульсов, применяется для определения времён релаксации.

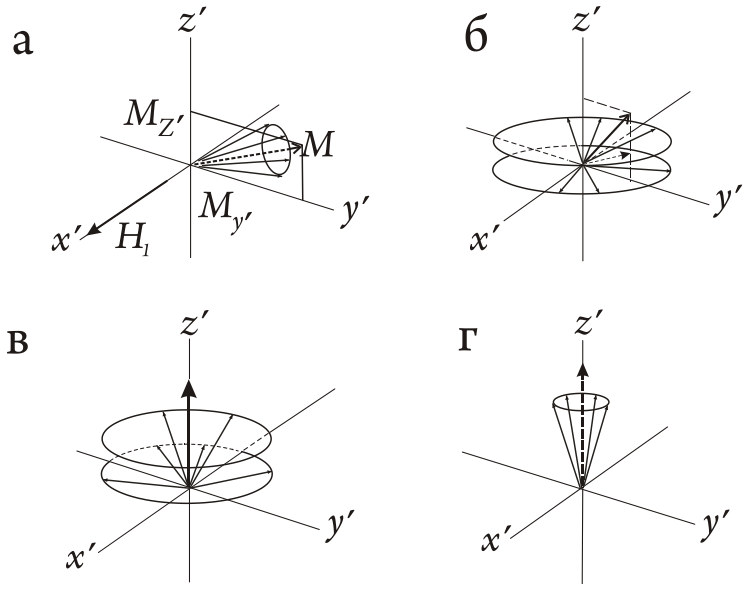


Рис. 3.5 а-г. ***а*** *— поворот ядерных моментов и макроскопической намагниченности на угол θ и появление* $M_{y'}$*;* ***б*** *— расфазирование ядерных моментов под влиянием спин-спиновой релаксации и неоднородности магнитного поля и соответственно уменьшение* $M_{y'}$*;* ***в*** *— уменьшение* $M_{y'}$ *практически до нуля;* ***г*** *— возвращение* $M_{z'}$ *к равновесному значению*

3.5. *Измерение T_1*

Импульсные методы дают наиболее универсальный способ измерения времён T_1 в широком диапазоне значений. Наиболее широко применяемый способ — *импульсная последовательность* $90°, \tau, 90°$ (где τ — промежуток времени между соседними импульсами). Сигнал свободной индукции после

первого 90º-ного импульса спадает до нуля значительно быстрее, чем M_z достигает своего равновесного значения. Поэтому второй 90º-ный импульс позволяет определить значение M_z в момент τ. Если ряд 90º-ных импульсов повторяется с интервалами τ, то $\boldsymbol{M}$ быстро достигает стационарного состояния, величина $\boldsymbol{M}$ в котором зависит от τ и T_1. После фиксации стационарной величины сигнала последовательность 90º, τ, 90º, τ, 90º, τ, ... повторяется с другим значением τ. Поскольку $\boldsymbol{M}$ поворачивается только на 90º, то начальное условие имеет вид: $M_z = 0$ при $\tau = 0$. Поэтому график зависимости $(A_\infty - A_\tau)$ от τ является прямой линией, по наклону которой можно найти T_1. Последовательность 90º, τ, 90º, τ, 90º, ... при больших T_1 часто позволяет сэкономить время, особенно если требуется усреднение по времени (накопление) повторяющихся сигналов для повышения отношения сигнала к шуму. Описанный способ пригоден лишь при $T_1 << T_2$; в противном случае, оставшаяся компонента намагниченности, направленная вдоль y', в момент времени τ будет повёрнута в направлении оси z' и соотношение, используемое для определения T_1, окажется неприменимым.

3.6. *Измерение T_2 методом спинового эхо*

В случаях, когда не выполняется условие $T_2 << (2/\gamma\Delta\mathbf{H}_0)$ способ преодоления влияния неоднородности впервые был предложен Ханом (Hahn E.L.), который назвал его методом *спинового эхо*. Метод состоит в том, что на спиновую систему воздействуют импульсной последовательностью 90°, τ, 180º, и в момент времени 2τ наблюдают «эхо-сигнал» свободной индукции. Объяснение сущности этого метода представлено на рис. 3.6, на котором показано поведение вектора намагниченности во вращающейся системе.

На рис. 3.6 (а) показан поворот вектора намагниченности $\boldsymbol{M}$ на 90º при включении поля $\mathbf{H}_1$ вдоль положительного направления оси x'. Полную намагниченность $\boldsymbol{M}$ можно представить как векторную сумму отдельных макроскопических намагниченностей $\boldsymbol{m}_i$; обусловленных ядрами, находящимися в разных частях образца и поэтому испытывающими воздействие

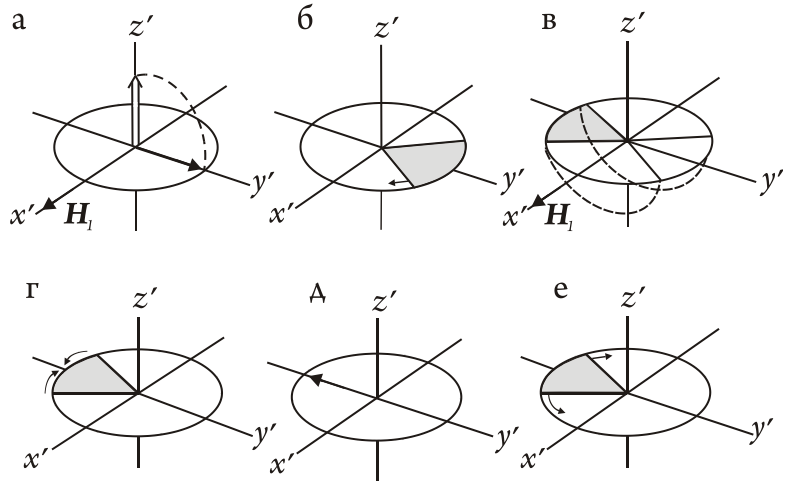


Рис. 3.6 а–е. *Эксперимент Хана со спин-эхо*

внешнего поля несколько различной величины, поскольку поле не может быть идеально однородным. Вследствие этого имеется целый набор частот прецессии при средней величине F_0, которую принимается за частоту вращения системы координат.

На рис. 3.6 (б) $\boldsymbol{m}_i$ начинают расходиться, поскольку некоторые ядра прецессируют быстрее, а некоторые — медленнее, чем система координат. В момент времени τ, после 90°-ного импульса к спин-системе прикладывается 180º-ный импульс, также в направлении оси x' (рис. 3.6 в). Под действием этого импульса каждый из векторов; поворачивается на 180º вокруг оси x'. В результате те $\boldsymbol{m}_i$, которые движутся быстрее, чем система координат (на рис. 3.6 б они показаны движущимися к наблюдателю, или по часовой стрелке, если смотреть со стороны z'), будут, естественно, продолжать двигаться быстрее, но на рис. 3.6 (г) это движение направлено от наблюдателя. В момент времени 2τ все $\boldsymbol{m}_i$ оказываются совпадающими по фазе и направленными вдоль отрицательной оси y', как показано на рис. 3.6 (д). На рис. 3.6 (е) видно, что продолжающееся движение $\boldsymbol{m}_i$ заставляет их снова разойтись и потерять фазовую когерентность.

Принудительная фазировка $\boldsymbol{m}_i$ вызывает нарастание сигнала свободной индукции до максимума в момент времени 2τ, однако, сигнал имеет знак, об-

ратный по отношению к начальному знаку индуцированного сигнала, т.к. фкусировка $\boldsymbol{m}_i$, происходит в направлении *отрицательной* оси y'. Если бы поперечной релаксации не было, то амплитуда эхо была бы такой же, как начальное значение СИС после 90°-ного импульса. Однако, все $\boldsymbol{m}_i$ спадают в течение времени 2τ вследствие естественных процессов, обусловливающих поперечную релаксацию, с характеристическим временем T_2. Поэтому амплитуда эхо зависит от T_2, которое, в принципе, можно определить из зависимости амплитуды эхо от τ. Как и при измерении T_1 с помощью импульсной последовательности 90º, τ, 90º, для каждого значения τ необходимо прилагать к образцу новую последовательность импульсов, а между ними выжидать время, достаточное для восстановления равновесия (по крайней мере, $5T_1$).

Методика спин-эхо в том виде, как описано, ограничена по своим возможностям вследствие влияния молекулярной диффузии. Точная фокусировка всех $\boldsymbol{m}_i$ зависит от того, остаётся ли каждое ядро в неизменном магнитном поле в течение всего эксперимента (2τ).

Если вследствие диффузии ядра перемещаются из одной части неоднородного поля в другую, то амплитуда эхо-сигнала уменьшается. Влияние диффузии в эксперименте со спин-эхо зависит от градиентов магнитного поля (**G**), коэффициента диффузии (**D**) и времени, в течение которого может происходить диффузия. Амплитуда эхо в момент времени 2τ при промежутке между импульсами τ пропорциональна выражению

$$A \infty \exp\left[-\left(2\tau/T_2\right)-\left(2/3\right)\gamma^2\boldsymbol{G}^2\boldsymbol{D}^2\tau^3\right]. \qquad (3.26)$$

Из этого выражения видно, что амплитуда эхо спадает не по простому экспоненциальному закону. Вследствие зависимости от τ^3 влияние диффузии особенно существенно при больших значениях τ, и, таким образом, она оказывает наибольшее влияние на измерения больших T_2. Например, Карр и Перселл (*Carr H.Y., Pursell E.*) показали, что при измерении T_2 для воды при 25º*C* наложение градиента поля 280 *мГс/см* вызывает уменьшение постоянной времени спада эхо примерно от 2 до 0,2 *с*.

3.7. *Метод Карра—Парселла*

Этот метод можно описать как применение последовательности 90º, τ, 180º, 2τ, 180º, 2τ, ..., называемой обычно импульсной *последовательностью Карра–Парселла* (КП). Как и в описанном выше методе спин-эхо, все импульсы прикладываются вдоль положительного направления оси x'. Результат получается такой же, как показано на рис. 3.5, за исключением того, что вслед за расфазировкой $\boldsymbol{m}_i$, показанной на рис. 3.7 (е), в момент времени 3τ после начального 90º-ного импульса снова прикладывается 180º-ный импульс, вызывающий фазировку всех $\boldsymbol{m}_i$ в момент 3τ в положительном направлении оси y'. Последующие 180º-ные импульсы в моменты времени 5τ, 7τ и т.д. вызывают появление поочередно положительных и отрицательных эхо в моменты времени 6τ, 8τ и т.д.

Метод Карра–Парселла обладает двумя преимуществами разного рода. Одно из них — значительная экономия времени, поскольку одна последовательность импульсов позволяет наблюдать серию из $\boldsymbol{n}$ эхо-сигналов, тогда как в исходном методе спинового эхо для этого требовалось $\boldsymbol{n}$-кратное повторение эксперимента с перерывами между последовательностями, бóльшими по сравнению с T_1. Второе преимущество — возможность практически исключить влияние диффузии, сделает малым, так как период и течение которого диффузия влияет на уменьшение амплитуды эхо, равен всего 2τ. Для последовательности Карра–Парселла выражение (3.26) принимает вид:

$$A \infty \exp\left[-\left(t/T_2\right)-\left(1/3\right)\gamma^2\boldsymbol{G}^2\boldsymbol{D}\tau^3 t\right]. \qquad (3.27)$$

Здесь A — амплитуда эхо в момент времени t. Отсюда видно, что выбирая t достаточно малым, можно член, обусловленный диффузией, сделать сколь угодно малым. При измерении больших T_2 нужно много 180º-ных импульсов, и неточность установки длительности импульсов приводит к неполному фазированию $\boldsymbol{m}_i$, т.е. к погрешности.

3.8. *Метод Мейбума—Гилла*

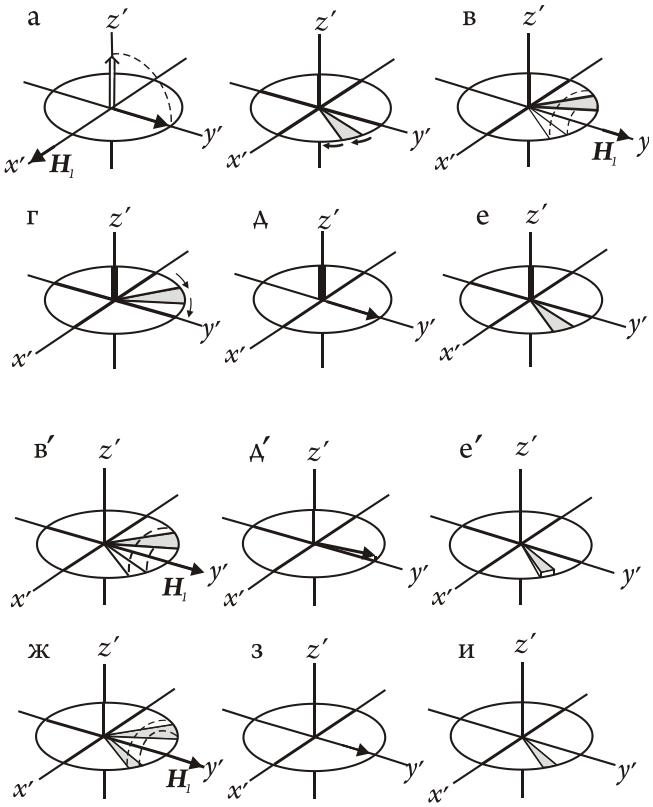


Рис. 3.7. *Методика Мейбума–Гилла*

Как видно из выражения (3.15), угол, на который поворачивается вектор **M**, зависит от $\mathbf{H}_1$ и от длительности t_p импульса. Обычно величина $\mathbf{H}_1$ точно не известна. Поэтому практически для получения 90º-ного импульса регулируют длительность импульса t_p так, чтобы получить максимальную величину ССП для 90º-ного импульса. Точность установки t_p ограничивается неоднородностью $\mathbf{H}_1$ и составляет, в лучшем случае, около 5%. Для экспериментов с одним импульсом или с двухимпульсной последовательностью такая точность достаточна. Однако, в случае многоимпульсной последовательности Карра–Парсела, эффект накопления даже такой малой ошибки может быть весьма существенным.

Один из способов преодоления этой трудности заключается в попеременном (через один импульс) изменении фазы *ВЧ* в 180º-ных импульсах на обратную, т.е. в попеременном изменении направления $\mathbf{H}_1$ вдоль положительного и отрицательного направлений оси x'. В этом случае все чётные эхо будут точно совпадать по фазе, а все нечётные эхо могут содержать небольшую и одинаковую фазовую ошибку.

Другой способ, который обычно легче реализовать экспериментально, был предложен С. Мейбумом и Д. Гиллом. В этом способе применяется такая же последовательность импульсов, что и в методе Карра–Парселла, но 180º-ные импульсы прикладываются вдоль положительного направления оси y', т.е. со сдвигом фазы ВЧ на 90º по отношению к начальному 90º-ному импульсу. Как показано на рис. 3.7 (а–д), в случае точно 180º-ных импульсов все $\boldsymbol{m}_i$ поворачиваются вокруг оси y' и для всех эхо фокусируются вдоль положительной оси y', так что получаются только положительные эхо-сигналы. Если импульс несколько короче, чем 180º (скажем, 180º — δ), то $\boldsymbol{m}_i$; на рис. 3.7 (в) при повороте попадут в область над плоскостью $x'y'$. Затем они сфокусируются также над плоскостью (рис. 3.7 д), в результате чего проекция их на ось y' и амплитуда первого эхо уменьшатся. При последующей расфазировке (рис. 3.7 е) они останутся над плоскостью $x'y'$, и второй (180º — δ) импульс окажется теперь в точности таким, чтобы повернуть все t точно в плоскость $x'y'$ (рис. 3.7 ж). Второе и все последующие чётные эхо имеют правильную амплитуду, тогда как нечётные эхо несколько уменьшены; однако эта ошибка не накапливается.

Методика Карра–Парселла–Мейбума–Гилла (КПМГ) в основном снимает проблемы, связанные с диффузией и установкой длительности импульсов.

3.9. *Лабораторная аппаратура ЯМР*

Эта аппаратура является прототипом аппаратуры ЯМТК, реализуемой в ЯМР-каротаже в сильном магнитном поле, она используется при петрофизических исследованиях образцов горных пород.

В состав импульсного спектрометра ЯМР входят передатчик, создающий поле $\mathbf{H}_1$, блок предусилитель–приёмник–детектор, выделяющий сигнал ядерной индукции, датчик, в который вставляется образец и который обеспечивает связь образца с передатчиком и приёмником и магнитной системы. Требования к магнитной системе, как правило, лежат в широком диапазоне напряжённостей магнитного поля (250–5000 *Гс*). При этом требования к однородности поля в образце не должны превышать значений 10^{-4}. Передатчик для импульсного ЯМР должен генерировать импульсы мощностью несколько киловатт, чтобы создать в образце $\mathbf{H}_1$ порядка 10–400 *Гс*. Приёмник для импульсного ЯМР должен выдерживать большие перенапряжения и очень быстро (за 10 *мкс* и менее) восстанавливать свою чувствительность после перегрузок. В импульсном ЯМР цепи связи с образцом должны работать с большими ВЧ-импульсами (100–1000 *В*) очень малой длительности (около 10 *мкс*), и в то же время обеспечивать высокую чувствительность к слабым сигналам ядерной индукции.

Перечислим минимальные требования к современному универсальному импульсному спектрометру ЯМР:

- Он должен иметь передатчик (усилитель мощности), способный создавать короткие (1–10 *мкс*) и мощные (100–1000 *В*) импульсы ВЧ-колебаний. Время нарастания и спада огибающей импульса должно быть мало по сравнению с длительностью импульса.
- Мощность передатчика должна использоваться с высокой эффективностью, т.е. $\mathbf{H}_1$ в образце должно быть велико по сравнению с шириной исследуемого спектра. Это означает, что $\mathbf{H}_1$ должно лежать в диапазоне от 10 до нескольких сот гаусс.
- После окончания ВЧ-импульса колебания в контуре должны быстро затухать (в течение 20 *мкс* и менее).
- Должна быть обеспечена эффективная связь образца с приёмником, чтобы получить максимальное отношение сигнала ядерной индукции к шуму.

- Время восстановления приёмника после перегрузки, вызванной воздействием импульса $\mathbf{H}_1$, должно быть очень мало (2–3 *мкс* и менее).
- Для обеспечения минимальной перегрузки и минимального времени восстановления должна быть обеспечена хорошая развязка приёмника и передатчика друг от друга.
- Поле $\mathbf{H}_1$ во всём объёме образца должно быть как можно более однородным.
- Постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ также должно быть очень однородным (не более 10^{-4}).
- В отсутствие импульса излучение (утечка) ВЧ-энергии с резонансной частотой в помещение лаборатории должно отсутствовать.
- Программатор импульсных последовательностей должен иметь очень стабильный задающий генератор и позволять точно задавать все промежутки времени.

3.10. *Особенности скважинной аппаратуры ЯМТК*

Магнитная система аппаратуры ядерно-магнитного томографического каротажа (ЯМТК), реализующей ядерно-магнитный каротаж в сильном поле, представляет постоянный цилиндрический магнит диаметром 100 *мм* с направлением намагничивания, перпендикулярным длинной оси магнита. Генерирование радиочастотного поля $\mathbf{H}_1$ производится катушкой, навитой таким образом, что витки катушки лежат в плоскости, проходящей через ось магнита и направление его намагниченности. Плоскость витков катушки-рамки направлена таким образом, что создаваемое ей поле $\mathbf{H}_1$ во внешнем объёме перпендикулярно силовым линиям магнитного поля $\mathbf{H}_0$. Особенностью магнитного поля $\mathbf{H}_0$ является его уменьшение по радиусу по закону $1/r^2$, аналогичным образом изменяется напряжённость и поля $\mathbf{H}_1$.

В этой ситуации условие резонанса может быть реализовано только в узкой области, где

$$f = \gamma \mathbf{H}_0 / 2\pi .$$

Обычно ширина этой области не превышает 1 *мм* при напряжённости поля порядка 125 *Гс* на расстоянии 18 *см* от центральной оси магнита. Мощность генератора радиочастотного поля в области резонанса для обеспечения напряжённости $\mathbf{H}_1$ порядка 1 *Гс* достигает 10 *кВт*. Все остальные требования соответствуют выше приведённым для лабораторного варианта релаксометра.

3.11. *Метод ЯМР в земном магнитном поле*

С уменьшением напряжённости магнитного поля $\mathbf{H}_0$ уменьшается чувствительность метода ЯМР, которая приблизительно пропорциональна $\sim \mathbf{H}_0^{3/2}$. Возможность компенсации потерь в чувствительности за счёт объёма имеет ограничения, связанные с однородностью поля $\mathbf{H}_0$, которая уменьшается с увеличением объёма изучаемого образца.

В частности, для рассматриваемой проблемы увеличение объёма не является ограничением, так как в качестве объекта изучения может быть использован большеразмерный керн, отобранный керноотборником «Недра», или пласт в разрезе скважины и, наконец, залежь в целом.

Наибольший интерес для исследований в магнитном поле Земли представляет использование метода, при котором возможно получение сигналов большой интенсивности за счёт предварительного намагничивания объекта исследования сильным вспомогательным поляризующим полем [7].

Суть этого метода применительно к каротажу выглядит следующим образом. В исследуемом пласте с помощью катушки зонда, расположенной в скважине, создаётся сильное магнитное поле $\mathbf{H}_П$ в направлении, перпендикулярном земному магнитному полю $\mathbf{H}_З$. Величина $\mathbf{H}_П$ много больше $\mathbf{H}_З$. После достижения равновесной намагниченности в поле $\mathbf{H}_П$, последнее выключается. При выключении поляризующего поля $\mathbf{H}_П$ вектор результирующего поля $\left[\mathbf{H}_З + \mathbf{H}_П\right]$ поворачивается на угол ~90°, изменяясь одновременно по величине от $\mathbf{H}_П$ до $\mathbf{H}_З$. Вектор ядерной намагниченности $\mathbf{M}$ не успевает изменить при этом свою величину и ориентацию и начинает прецессировать

вокруг направления $\mathbf{H}_3$ с ларморовой частотой, индуцируя ЭДС в той же катушке зонда.

Существенной особенностью аппаратуры, реализующей этот метод ЯМР, является невозможность наблюдения прецессии в начальный момент времени после выключения поляризующего поля, обусловленная переходными электрическими процессами в катушке при выключении тока поляризации и переходными процессами при подключении к ней измерительной цепи. Это приводит к тому, что быстро-затухающие сигналы, имеющие малые времена релаксации, не могут быть зарегистрированы, и поэтому объектами исследования с использованием этого метода могут быть объекты, имеющие достаточно большие времена релаксации (более 20 –100 *мс*). К таким объектам относят маловязкие жидкости, находящиеся в относительно крупных порах, т.н. свободный флюид. Количество свободного флюида в горной породе определяется индексом свободного флюида ИСФ, выраженного в % объёма, занимаемого свободным флюидом в объёме горной породы.

3.12. *Сравнение данных ЯМР в сильном и земном полях*

Прежде всего, это касается величины мёртвого времени, препятствующему регистрации сигналов с короткими временами $T_{1,2}$. В аппаратуре ЯМТК сильного поля мёртвое время не превышает 0,5 *мс* в отличие от 20 *мс* в аппаратуре земного поля. Таким образом, в сильном поле становятся доступными для регистрации сигналы от флюидов, находящихся в глинистых минералах. При этом возникает проблема раздельного определения свободного флюида, капиллярно-связанной воды в мелких порах и воды в глинах. Многочисленные петрофизические исследования позволили обосновать эти границы по величинам времён релаксации T_2. Для воды в глинах T_2 имеет значения до 3 *мс*, для капиллярно-связанной воды величина T_2 составляет около 33 *мс*, для воды в кавернах — 800 *мс*.

Дополнительным преимуществом аппаратуры ЯМТК является отсутствие сигнала от промывочной жидкости в стволе скважины, т.к. область резонанса находится вне скважины.

Кроме того, возможности метода измерения T_2 КПМГ в сильном поле, что не реализуется в методе ЯМР в земном поле из-за больших времён переходных процессов, позволяют оценивать влияние диффузии, величина которой прямо связана с вязкостью флюида, находящегося в порах горной породы, что может быть использовано для установления характера насыщения пор нефтью, водой или газом.

Возможности применения ЯМР для исследования коллекторских свойств горных пород определяются следующими условиями.

- Скорость релаксации жидкости зависит от условий контакта её с поверхностью зёрен породы (3.25), что является предпосылкой определения размера пор. Измеряемая суммарная релаксационная зависимость, отражающая содержание пор различного размера, позволяет определить порометрическую характеристику породы. На основе распределения пор в породе можно уверенно прогнозировать её проницаемость.
- Время релаксации нефти в пористой среде, не взаимодействующее с поверхностью поры, обратно пропорциональна вязкости, что лежит в основе различия нефти и битума.
- Амплитуда сигналов ЯМР пропорциональна водородному индексу флюида, он минимален для газа, что является основой различия газа от нефти и воды.
- Амплитуда сигналов ЯМР пропорциональна содержанию водорода в жидкости и содержанию жидкости в породе, что определяется возможностью определения пористости.
- Лёгкая нефть имеет длинные времена релаксации по сравнению с водой, взаимодействующей с гидрофильной поверхностью поры.

3.13. *Петрофизическая информативность ядерно-магнитных исследований*

Измеряемыми параметрами в ЯМР являются амплитуда сигнала, времена релаксации T_1 и T_2 и коэффициент самодиффузии $\boldsymbol{D}$, а определяемыми с их помощью свойствами: пористость, индекс свободного флюида, содержание капиллярно-связанной воды, воды глин, проницаемость, распределение пор по размерам, состояние поверхности, вязкости нефти, остаточной нефтенасыщенности.

Не останавливаясь на измерительных процедурах, позволяющих получить указанные выше ЯМР-параметры, отметим, что возможности определения перечисленных выше свойств основываются в значительной мере на особенностях используемой модификации ЯМР, качестве конкретной аппаратуры и интерпретационной модели. В общем виде требования к аппаратуре ЯМР (лабораторной или скважинной) характеризуются следующими параметрами:

- пороговая чувствительность на уровне 0,1% влажности;
- мёртвое время не более 10 *мкс*;
- диапазон измерения времён релаксации T_1 и T_2 от 0,5 до 10000 *мс*;
- возможность регистрации коэффициента диффузии.

Необходимо подчеркнуть, что указанные параметры характерны для аппаратуры ЯМР, работающей в сильном магнитном поле. При использовании аппаратуры, реализующей ЯМР в земном поле, возможности ЯМР-анализа резко сокращаются. В частности, аппаратура ЯМК, работающая на этом принципе, обеспечивает измерение только индекса свободного флюида и времени релаксации T_1 в диапазоне от *100 мс* и выше.

Рассмотрим принципы определения ФЕС на основе использования ЯМР-параметров.

1. Известно, что амплитуда сигнала ЯМР прямо пропорциональна количеству протонов — ядер водорода, содержащихся в образце. Однако, наличие мёртвого времени не позволяет регистрировать сигнала от водорода,

находящегося в кристаллической решётке твёрдой фазы и вследствие этого имеющего очень короткие времена релаксации T_2. К такому же эффекту приводит и присутствие в образце магнитных примесей. Таким образом, амплитуда сигнала ЯМР соответствует объёму водородосодержащей жидкости (с учётом концентрации в ней водорода) в образце в случае его относительно низкой магнитности.

Относительную сложность представляет измерение содержания воды в глинах. Времена этой воды зависят от природы глинистого минерала, в котором она находится. Наиболее короткими временами характеризуется вода в монтмориллоните (порядка 1 *мс*), и регистрация соответствующих ей сигналов требует специальной методики.

2. Из-за близости концентрации водорода в воде и нефти определить раздельно их содержание, используя амплитудные измерения, не представляется возможным. А вместе с тем это различие водородных индексов воды и нефти вносит погрешность в определение объёма флюида при одновременном присутствии воды и нефти в образце. Водородный индекс углеводородного газа зависит от давления и в большинстве случаев при лабораторных исследованиях может считаться равным нулю.

Очевидно, что, определив объём флюида в породе и будучи уверенным, что он занимает всё поровое пространство (т.е. 100% насыщенность), просто определить пористость.

3. Основной принцип интерпретации времён релаксации заключается в том, что в каждой поре молекулы флюида взаимодействуют с поверхностью твёрдой фазы; и чем сильнее это взаимодействие, тем короче время релаксации. Очевидно, что этот эффект проявляется наиболее сильно для воды в порах с гидрофильной поверхностью, а степень взаимодействия определяется величиной поверхности (доступной для обмена), точнее величиной удельной поверхности S/V и её релаксационной активностью ρ. Таким образом, в зависимости от размера поры флюид в поре имеет своё индивидуальное время релаксации:

$$1/T_{1,2} = \rho S/V .$$

Так для воды в поре песчаника обычно величина $T_1 = a/\rho$, где a — размер поры в *мкм*, а $\rho = 100$ *мкм/с*.

Эта зависимость лежит в основе анализа распределения пор по размерам, используя распределение времён релаксации. Релаксационная зависимость пластового флюида представляется следующим выражением:

$$A(t) = \Sigma A(0)_i \exp(-t/T_i).$$

Решение этого уравнения, относящееся к классу некорректных, может быть получено с помощью метода регуляризации [7].

Необходимо отметить, что величина ρ определяется в значительной степени литологией образца. Так, в частности, терригенные породы имеют релаксационную активность поверхности примерно в 3 раза бóльшую, чем карбонатные. Это обстоятельство должно учитываться при интерпретации результатов распределения времён релаксации.

4. Аналогичные трудности возникают при определении индекса свободного флюида и содержания связанной воды. В зависимости от размера пор, жидкость в образце делится на связанную и свободную. Первая практически неподвижная находится в малых порах, вторая — подвижная — в крупных порах. Границей между ними является значение $T_{1,2\ \text{гр}}$, найденное экспериментально путём сравнения результатов определения связанной воды методами центрифугирования, капилляриметрии и анализа релаксационных зависимостей.

Как и в предыдущем случае, в зависимости от релаксационной активности поверхности, эта граница может смещаться в ту или иную сторону. Так для терригенных пород значение T_1 принимается обычно на уровне 20–33 *мс*, а для карбонатных пород — порядка 80–100 *мс*.

В настоящее время развит несколько иной подход в определении содержания связанной воды, основанный на использовании переменного весового вклада связанной воды в зависимости от размера поры и соответствующего времени релаксации [2]. Так поры малого размера с временами релаксации менее граничного имеют вклад связанной воды равный 100%, а поры с вре-

менами релаксации много больше граничного имеют содержание связанной воды близкое к нулю. Вклад связанной воды постепенно уменьшается по мере увеличения времени релаксации.

5. Необходимо отметить, что выше приведённые зависимости относятся к водонасыщенным образцам. Для нефти характерно очень слабое взаимодействие с поверхностью, что обусловлено большими размерами молекул нефти, которые экранируют поверхность. Таким образом, в порах нефть сохраняет ЯМР-параметры в свободном объёме, и потому имеется возможность изучения её компонентного состава непосредственно в пористой среде.

Вместе с тем, определить нефтенасыщенность из анализа времён релаксации сложного флюида не представляется возможным, т.к. и вода и нефть имеют сходные времена. В нефти содержатся разные компоненты, характеризующиеся различной вязкостью, а вода, в зависимости от условий её взаимодействия с поверхностью, также имеет широкий диапазон времён релаксации.

6. При анализе состояния поверхности в качестве анализируемого флюида выступает известная жидкость, используемая для насыщения пористой среды при работе с образцами пород [5]. По характеру её взаимодействия с поверхностью твёрдой фазы, которая отражается на изменении релаксационной зависимости, можно судить о «фильности» или «фобности» поверхности по отношению к этой жидкости. В принципе, могут быть использованы две разные жидкости: например, вода и керосин, что позволяет получить двойной эффект.

Известно, что релаксационная активность поверхности, наряду с минеральным составом зёрен, зависит также от присутствия на ней адсорбированных комплексов различного состава. В частности, это могут быть асфальтеновые комплексы. Присутствие этих комплексов приводит к существенному снижению релаксационной активности для водной фазы и тем самым, свидетельствует о гидрофобности поверхности.

7. В последнее время появилось ряд работ по использованию коэффициента диффузии для оценки коллекторских свойств [6]. Преимуществом дан-

ного параметра перед временами релаксации является его независимость от релаксационной активности поверхности, что позволяет избежать неопределённости, вызванной её вариациями.

Отношение измеренного коэффициента диффузии к его значению для жидкости в свободном объёме является основным измеряемым параметром, используемым для оценки размера пор породы:

$$\boldsymbol{D}(t)/\boldsymbol{D}_0 = 1 - 4(\boldsymbol{D}_0 t)^{1/2} S/V$$

при t, близком к нулю,

$\boldsymbol{D}_0$ — коэффициент самодиффузии в свободном объёме, S/V — поверхностно-объёмное отношение.

Асимптотическое значение $\boldsymbol{D}(t)/\boldsymbol{D}_0$ определяется сообщаемостью пор и поэтому может быть использовано для оценки проницаемости.

Контрольные вопросы

1. *Чем определяются эффекты, измеряемые в методе ЯМР?*
2. *Каковы предпосылки определения пористости по данным ЯМР?*
3. *На чём основано определение размера пор?*
4. *Какие модификации метода ЯМР используются для изучения горных пород?*
5. *Отчего зависит величина ядерной намагниченности?*
6. *Чем определяется частота ядерной прецессии?*
7. *Что такое ядерная релаксация?*
8. *Каков способ создания поперечной намагниченности в постоянном магнитном поле.*
9. *Что такое диполь-дипольная релаксация?*
10. *Чем определяется релаксация жидкости в пористой среде?*
11. *Как образуются сигналы спинового эха?*
12. *Как измеряются времена продольной релаксации в постоянном магнитном поле?*
13. *Как измеряются времена поперечной релаксации?*
14. *Как уменьшают влияние диффузии молекул жидкости на измеряемую величину времени поперечной релаксации?*
15. *Как снижают погрешность от неточной настройки длительности импульсов в методе Карра и Парселла?*
16. *Каковы особенности измерения эффектов ЯМР во внешнем (вне ствола скважины) объёме?*
17. *Каковы ограничения метода ЯМР в земном магнитном поле?*

ГЛАВА 4. ТЕОРИЯ МЕТОДА КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

4.1. *Общие сведения и физические основы*

В основу метода кажущегося сопротивления положена возможность изучения пород по их удельному электрическому сопротивлению и, связанному с ним, интерпретационному параметру — *кажущемуся сопротивлению*, измеряемому в скважинах.

Для определения удельного или кажущегося электрического сопротивления горных пород (в зависимости от того, является изучаемая среда однородной или неоднородной) применяется четырёхэлектродная установка *AMNB*. Электрический ток *I* вводится в породы через питающие заземления *A* и *B* (рис. 4.1). Электроды *M* и *N* измеряют разность потенциалов ΔU .

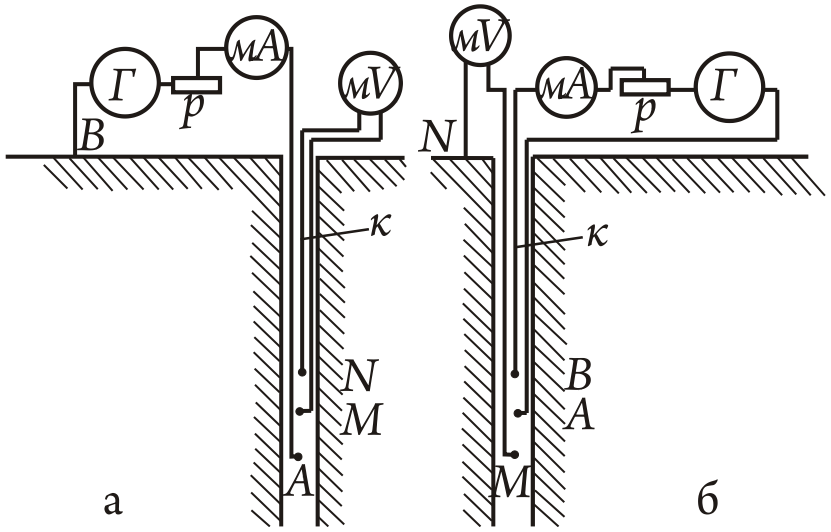


Рис. 4.1 а, б. *Принципиальные схемы измерений кажущегося сопротивления горных пород в скважине.*
А и В — питающие заземления;
М и N — измерительные электроды;
Г — генератор тока; к — кабель;
мА — прибор для измерения силы тока;
мV — прибор для измерения разности потенциалов;
р — реостат для регулирования силы тока.

Электроды *A*, *M* и *N* (рис. 4.1 а) или *A*, *B* и *M* (рис. 4.1 б), закреплённые на заранее заданных расстояниях один от другого, называются *зондом.* Зонд опускается в скважину на кабеле. Четвёртый электрод *B* (при зонде *AMN*) или *N* (при зонде *BAM*) обычно располагают близ устья скважины. Расстояния между электродами зонда определяются кругом задач, для решения которых измеряют электрическое сопротивление пород.

Измеряемая разность потенциалов ΔU пропорциональна току *I* и удельному электрическому сопротивлению ρ пород, в которых расположен зонд. Это даёт возможность по данным измерений ΔU и *I* рассчитать

$$\rho = K\frac{\Delta U}{I}, \tag{4.1}$$

где *K* — так называемый *коэффициент зонда* — зависит только от расстояний между электродами *A, M, N* и *B*:

$$K = \frac{4\pi \overline{AM}\,\overline{AN}}{\overline{MN}}. \tag{4.2}$$

Коэффициент *K* имеет размерность длины и измеряется в метрах.

В связи с пропорциональностью сопротивления ρ разности потенциалов ΔU кривая ΔU , *зарегистрированная при постоянной силе тока I питания, представляет собой кривую сопротивления в масштабе* $\frac{K}{I}$.

В однородной изотропной среде удельное электрическое сопротивление, вычисленное по формуле (4.1), соответствует истинному удельному сопротивлению. В неоднородных средах эта формула определяет величину *кажущегося сопротивления*:

$$\rho_к = K\frac{\Delta U}{I}. \tag{4.3}$$

Кажущееся сопротивление, в зависимости от удельного сопротивления и геометрии изучаемых неоднородностей, может быть больше или меньше удельного электрического сопротивления среды, в которой находятся электроды зонда, или равно ему.

Сопоставляя формулы (4.1) и (4.3), приходим к выводу, что *кажущееся сопротивление неоднородной среды равно удельному электрическому сопротивлению фиктивной однородной среды, создающей при заданных расстояниях между питающими и приёмными электродами A, M, N и токе I питания такую же разность потенциалов* ΔU.

В зависимости от соотношения расстояний $\overline{AM}$ и $\overline{MN}$ зонды метода кажущегося сопротивления подразделяются на *потенциал-зонды*, для которых $\overline{AM} << \overline{MN}$, и *градиент-зонды* при $\overline{AM} >> \overline{MN}$. Потенциал-зонды с электродом *M,* удалённым в бесконечность, называются *идеальными.* Так как при этом разность потенциалов ΔU между электродами *M* и *N* равна потенциалу электрода *M,* то для этих зондов

$$\rho_к = K_П \frac{U}{I} = 4\pi L \frac{U}{I}, \qquad (4.4)$$

где $K_П = 4\pi \overline{AM} = 4\pi L$ — *коэффициент идеального потенциал-зонда* и $L = \overline{AM}$ — размер зонда.

Практически *идеальным потенциал-зондом* считается любой трёхэлектродный зонд, у которого при измерении по однополюсной схеме (*AMN*) потенциал U_N точки *N* не превышает 5% потенциала U_M точки *M.* В однородной среде таким зондом будет зонд с расстоянием

$$l = \overline{MN} \geq 20\overline{AM} = 20L.$$

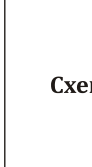
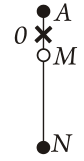
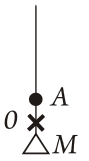
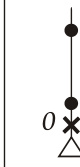
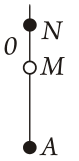
В слоистой среде расстояние между парными электродами должно превышать мощность пластов, составляющих эту среду, и быть тем больше $20\overline{AM}$, чем выше их сопротивление.

Градиент-зонды с бесконечно сближёнными измерительными электродами *M* и *N* называются *идеальными градиент-зондами,* для которых

$$\rho_к = K_Г \frac{E}{I} = 4\pi L^2 \frac{E}{I}, \qquad (4.5)$$

E — напряжённость электрического поля в точке *O,* расположенной между измерительными электродами зонда; $K_Г = 4\pi \overline{AO^2} = 4\pi L^2$ — *коэффициент идеального градиент-зонда* и $L = \overline{AO}$ — размер зонда. $K_Г$ измеряется в $м^2$.

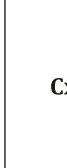
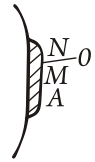
Табл. 4.1. *Зонды, применяемые в электрометрии скважин*

Типы	Идеальный потенциал-зонд		Потенциал-зонды				Градиент-зонды	
	последовательный	обращённый	однополюсные		двухполюсные		однополюсные	
			последовательный	обращённый	последовательный	обращённый	последовательный	обращённый
№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8
Схемы								
размер зонда	$\overline{AM}$	$\overline{AM}$	$\overline{AM}$	$\overline{AM}$	$\overline{AM}$	$\overline{AM}$	$\overline{AO}$	$\overline{AO}$
Символическое обозначение	$\infty \frac{A-M}{\overline{AM}}$	$\infty \frac{M-A}{\overline{AM}}$	$\frac{A-M-N}{\overline{AM}\ \overline{MN}}$	$\frac{N-M-A}{\overline{MN}\ \overline{AM}}$	$\frac{M-A-B}{\overline{AM}\ \overline{AB}}$	$\frac{B-A-M}{\overline{AB}\ \overline{AM}}$	$\frac{A-M-N}{\overline{AM}\ \overline{MN}}$	$\frac{N-M-A}{\overline{MN}\ \overline{AM}}$
Полное наименование	Идеальный потенциал-зонд последовательный	Идеальный потенциал-зонд обращённый	Последовательный однополюсной потенциал-зонд	Обращённый однополюсной потенциал-зонд	Последовательный двухполюсной потенциал-зонд	Обращённый двухполюсной потенциал-зонд	Последовательный однополюсной градиент-зонд	Обращённый однополюсной градиент-зонд

Чёрные кружки — питающие электроды *A* и *B*;
белые кружки — приёмные электроды *M* и *N*;
крестики — точки *O* замера $\rho_к$;
Δ — точки замера потенциала $U_{см}$;
$\overline{AM}$, $\overline{MN}$ — расстояние между электродами в *м.*

При символическом обозначении зондов наименования электродов указываются сверху вниз.

Табл. 4.1 *(продолжение). Зонды, применяемые в электрометрии скважин*

			Специальные зонды					
№ п/п	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Схемы								
размер зонда	$\overline{MO}$	$\overline{MO}$	$\overline{AO}$	$\overline{AM}$	$\overline{AO}$	$\overline{AO}$	$\overline{OO'}$	$\overline{AM}$, $\overline{AO}$
Символическое обозначение	$\frac{M-A-B}{\overline{AM}\ \overline{AB}}$	$\frac{B-A-M}{\overline{AB}\ \overline{AM}}$	$\frac{A-M-N-A'}{\overline{AM}\ \overline{MN}\ \overline{A'M}}$	$\frac{A-M-A}{\overline{AM}\ \overline{AM}}$	$\frac{N-M-M'-N'}{\overline{MN}\ \overline{AM}\ \overline{AM'}\ \overline{M'N'}}$	$\frac{A-M-N-B}{\overline{AM}\ \overline{MN}\ \overline{BN}}$	$\frac{N-A-M-B}{\overline{MN}\ \overline{AM}\ \overline{AB}}$	$\frac{A-M-N}{\overline{AM}\ \overline{MN}}$
Полное наименование	Последовательный двухполюсной градиент-зонд	Обращённый двухполюсной градиент-зонд	Зонд А.И. Заборовского	Экранированный микропотенциал-зонд В.Н. Дахнова	Симметричный градиент-зонд	Четырёхэлектродный градиент-зонд	Дипольный зонд	Микрозонды

Чёрные кружки — питающие электроды *A* и *B*;
белые кружки — приёмные электроды *M* и *N*;
крестики — точки *O* замера $\rho_к$;
Δ — точки замера потенциала $U_{см}$;
$\overline{AM}$, $\overline{MN}$ — расстояние между электродами в *м.*

При символическом обозначении зондов наименования электродов указываются сверху вниз.

Градиент-зонды, с которыми производятся измерения кажущегося сопротивления в скважинах, не идеальны, так как изготовить идеальный градиент-зонд и измерить им $\rho_к$ невозможно. Во-первых, нельзя установить электроды M и N (A и B) бесконечно близко один к другому и, во-вторых, при значительном сближении этих электродов измеряемая разность потенциалов ΔU столь уменьшается, что точное измерение ΔU становится неосуществимым.

Практически идеальным градиент-зондом считается зонд, у которого отношение $\frac{\Delta U}{MN}$ отличается не более чем на 5% от величины напряжённости E электрического поля в точке O. В однородной среде это условие соблюдается при расстоянии между сближёнными электродами зонда $l \le 0{,}436\,L$.

В неоднородной горизонтально-слоистой среде расстояние l не должно превышать $0{,}1\,L$ и мощности исследуемых пластов. Это условие справедливо также для сред с коаксиально-цилиндрическими поверхностями раздела.

Согласно *принципу взаимности* (см. ниже), величины кажущихся сопротивлений не изменяются, если, *сохранив расстояния между питающими* и *измерительными электродами, заменить их назначение,* т.е. пропускать ток через электроды M и N и измерять разность потенциалов между заземлениями A и B (рис. 4.1 б).

При электрометрии скважин используются любые из указанных схем, т.е. в скважину опускается либо зонд, состоящий из одного питающего заземления A (второе питающее заземление B установлено на земной поверхности) и двух измерительных электродов M и N (в табл. 4.1, п. 3, 4, 7 и 8) — *однополюсный зонд* (зонд прямого питания), либо зонд, состоящий из двух питающих заземлений A и B и одного измерительного электрода M (второй измерительный электрод расположен на поверхности) — *двухполюсный зонд* (зонд взаимного питания в табл. 4.1, п. 5, 6, 9 и 10). Однако теорию метода сопротивления проще излагать для однополюсных зондов. Это позволяет более наглядно представить физическую сторону изучаемых процессов. Принцип же взаимности (см. раздел 4.3) даёт право распространить установленные положения на применяемые в практике двухполюсные зонды.

Измеряемое кажущееся сопротивление относится к точке *O,* находящейся в середине интервала между сближенными электродами зонда — середине $\overline{AM}$ у потенциал-зонда и середине $\overline{MN}$ (или $\overline{AB}$) у градиент-зонда. Размер *L* зонда определяет *радиус исследования и конфигурацию кривых кажущегося сопротивления, зарегистрированных в неоднородных средах.*

В однородной среде величина измеряемого сопротивления не зависит от последовательности расположения питающих и измерительных электродов. В неоднородных средах это положение (за исключением идеального потенциал-зонда) не соблюдается. Поэтому на практике следует знать и учитывать последовательность расположения электродов зонда по оси скважины.

Зонды, у которых парные электроды (*M* и *N* — у однополюсных или *A* и *B* — у двухполюсных зондов) расположены ниже непарного, называются зондами с последовательным расположением электродов, или *последовательными* (с *M* и *N* или *A* и *B* внизу), а также подошвенными (в табл. 4.1, п. 3, 5, 7 и 9), а зонды с парными электродами (*M* и *N* — у однополюсных или *A* и *B* — у двухполюсных зондов), расположенными выше непарного *A*(*M*), — зондами с обращённым расположением электродов, или *обращёнными* (с *M* и *N* или *A* и *B* вверху), а также кровельными (в табл. 4.1, п. 4, 6, 8 и 10).

Зонды обозначаются последовательным (сверху вниз) сочетанием буквенных названий электродов с указанием расстояний между этими электродами в метрах.

Кроме обычных потенциал-зондов и градиент-зондов, при некоторых исследованиях разрезов скважин иногда применяются или применялись специальные зонды, а именно:

- дифференциальный зонд А.И. Заборовского, состоящий из двух однополярных заземлений *A* и *A′*, между которыми установлены измерительные электроды *M* и N (табл. 4.1, п. 11);
- экранированный микропотенцнал-зонд В.Н. Дахнова с измерительным электродом *M*, установленным между двумя сближенными однополярными питающими заземлениями *A* (табл. 4.1, п. 12); такой

зонд даёт возможность измерять потенциал вблизи заземления A при взаимном экранировании питающего тока;

- симметричный или сдвоенный градиент-зонд, состоящий из одного питающего заземления A и двух пар измерительных электродов MM' и NN', расположенных по обе стороны от заземления A (табл. 4.1, п. 13); такой зонд даёт симметричные кривые $\rho_к$, более точно отражающие характер изменения истинного сопротивления исследуемых пород, чем кривые обычных трёхэлектродных зондов;
- четырёхэлектродный градиент-зонд из двух (обычно крайних) питающих заземлений A и B и двух средних измерительных электродов M и N. Электроды A, B, M и N расположены симметрично относительно середины зонда точки O, к которой относится величина измеряемого сопротивления (табл. 4.1, п. 14); эта схема позволяет измерять кажущееся сопротивление зондами большего размера, чем трёхэлектродный зонд, но требует кабеля, состоящего из четырёх жил и более;
- дипольные зонды с электродами M и N, вынесенными по одну сторону от электродов A и B; эти зонды обладают высокой расчленяющей способностью, но недостаточно изучены (табл. 4.1, п. 15);
- микрозонды, отличающиеся небольшими размерами (обычно $L \le 5см$) с электродами, установленными на изолирующей пластине, прижимаемой к стенке скважины специальным пружинным устройством (табл. 4.1, п. 16).

Формулы (4.4) и (4.5) позволяют установить простую физическую связь между кажущимся и истинным сопротивлениями среды, в которой находится зонд. Для этого приведём формулу (4.5) к следующему виду:

$$\rho_к = \frac{E}{\frac{I}{K_E}} = \frac{E}{\frac{I}{4\pi\overline{AO^2}}} = \frac{E}{\frac{I}{4\pi L^2}}.$$

Выражение, стоящее в знаменателе правой части последнего равенства, равно плотности тока j_0 в однородной и изотропной среде. Поскольку

$E = j\rho_{\overline{MN}}$, где j и $\rho_{\overline{MN}}$ — истинные значения плотности тока и сопротивления среды между электродами *M* и *N*, то

$$\rho_к = \frac{j}{j_0}\rho_{\overline{MN}}. \tag{4.6}$$

Из последней формулы следует, что *кажущееся сопротивление, измеренное градиент-зондом, пропорционально истинному сопротивлению среды, в которой находятся электроды M и N*. Коэффициент пропорциональности равен отношению истинного значения плотности тока в этой среде к её величине в однородном и изотропном пространстве. Как будет видно из дальнейшего, он зависит от соотношений удельных сопротивлений и размеров сред, слагающих это пространство.

Из последней формулы также следует, что отношение

$$\frac{\rho_к}{\rho_{\overline{MN}}} = \frac{j}{j_0} = \frac{E}{E_0}, \tag{4.7}$$

т.е. *отношение кажущегося сопротивления, измеренного градиент-зондом, к истинному удельному сопротивлению среды, в которой находятся измерительные электроды, равно отношениям истинного значения плотности тока j или градиента потенциала E электрического поля между электродами M и N в данной неоднородной среде к их величинам* j_0 *и* E_0 *в однородной и изотропной среде с сопротивлением* $\rho_{\overline{MN}}$, *равным сопротивлению среды, заключённой между электродами M и N*.

Для потенциал-зонда связь $\rho_к$ с сопротивлением среды, в которой находится электрод *M*, определяется уравнением, подобным уравнению (4.6). Если от электрода *M* в направлении, противоположном заземлению *A*, пространство заполнено однородной и изотропной средой, потенциал точки *M*

$$U_M = \int_M^\infty -dU = \int_L^\infty Edz = \int_L^\infty j\rho_{M\infty}dz = \rho_{M\infty}\int_L^\infty \alpha j_0 dz = \frac{1}{4\pi}\rho_{M\infty}\int_L^\infty \frac{\alpha dz}{z^2},$$

где $\rho_{M\infty}$ и α — сопротивление среды, простирающейся от точки *M* до бесконечности; $\alpha = \frac{j}{j_0} = f(z)$. Используя теорему о среднем, напишем:

$$U = \frac{I\rho_{M\infty}\alpha_{ср}}{4\pi}\int_L^{\infty}\frac{dz}{z^2} = \rho_{M\infty}\alpha_{ср}\frac{I}{4\pi L};$$

и далее, подставив найденное значение U в формулу (4.4), получим:

$$\rho_к = 4\pi LU/I = \alpha_{ср}\rho_{M\infty} = \left(j/j_0\right)_{ср}\rho_{M\infty}.$$

Среднее значение $(j/j_0)_{ср}$ в основном определяется величинами соотношений j/j_0 в породах, расположенных от заземления M на расстояниях, не превышающих 10 размеров L зонда. В пределах указанного интервала влияние j/j_0 на отдельных его участках на величину $(j/j_0)_{ср}$ резко уменьшается при удалении этих участков от электрода M.

Если полупространство, находящееся от электрода M в направлении, противоположном положению заземления A, будет заполнено средами с различными удельными сопротивлениями, то кажущееся сопротивление будет зависеть не только от характера распределения токового поля в среде, окружающей заземление A, но и от усреднённого значения сопротивление пород, слагающих изучаемое полупространство.

В этом случае потенциал электрического поля в точке M

$$U_M = \int_L^{\infty} j\rho dz = \int_L^{\infty}\alpha\rho\, j_0 dz = \frac{I}{4\pi}\int_L^{\infty}\frac{\alpha\rho dz}{z^2}.$$

Т.к. при этом $\alpha\rho = F(z)$, то, применяя, как и ранее, теорему о среднем, и интегрируя правую часть последнего равенства, получим:

$$U_M = \frac{I}{4\pi}(\alpha\rho)_{cpM\infty}\int_L^{\infty}\frac{dz}{z^2} = \frac{I}{4\pi L}\left(\frac{j}{j_0}\rho\right)_{cpM\infty},$$

где индексом «$cpM\infty$» показано, что среднее значение произведения $j\rho/j_0$ берётся для интервала от точки M до бесконечности. Однако, как и в случае однородного полупространства $(j\rho/j_0)_{cpM\infty}$, в основном определяется значениями $j\rho/j_0$ для участков, расположенных близ электрода M, в пределах интервала, не превышающего 10-кратный размер L зонда. Подставив значение U_M из последней формулы в правую часть равенства (4.4), будем иметь:

$$\rho_к = (j\rho / j_0)_{срM\infty}. \qquad (4.7')$$

Зависимость кажущегося сопротивления от изменения потенциала электрического поля в связи с включением в изучаемое пространство неоднородностей можно установить, исходя из формулы (4.4). Для однородной среды удельного сопротивления ρ_0 формула (4.4) будет иметь следующий вид:

$$\rho_0 = 4\pi L \frac{U_0}{I},$$

где U_0 — потенциал электрического поля в точке *M*. Определив из последнего равенства величину $4\pi L / I$ и подставив её в правую часть формулы (4.4), получим:

$$\rho_к = \frac{U}{U_0}\rho_0 \qquad \text{или} \qquad \frac{\rho_к}{\rho_0} = \frac{U}{U_0}, \qquad (4.8)$$

т.е. отношение *кажущегося сопротивления к сопротивлению однородной среды* ρ_0, *в которой находится электрод M, пропорционально отношению потенциала в исследуемой точке данной неоднородной среды к потенциалу в этой точке в случае, если бы всё исследуемое пространство было заполнено однородной и изотропной средой с сопротивление* M/ρ_0.

Формулы (4.6) и (4.8) определяют физическую сущность кажущегося сопротивления и объясняют особенности конфигурации диаграмм кажущегося сопротивления в неоднородных средах.

В методах кажущегося сопротивления и сопротивления заземлений (см. гл. 5) используются токи низких частот, при которых электрические поля практически можно рассматривать как поля постоянного тока. В этих условиях для изучения электрического поля применимы следующие уравнения:

$$div(j) = div\left[\sigma\left(-grad(U)\right)\right] = grad(\sigma)\,grad(U) - \sigma\Delta U = 0; \quad (4.9)$$

$$E = -grad(U) = -\partial U/\partial \mathbf{n}; \qquad (4.10)$$

$$j = \sigma E = E/\rho, \qquad (4.11)$$

где $\mathbf{n}$ — направление нормали к поверхности равного потенциала.

Уравнение (4.9) устанавливает непрерывность линий тока, проходящего через элементарный объём $d\nu$, в котором отсутствуют источники тока

(представляет первый закон Кирхгофа в дифференциальной форме); уравнение (4.10) определяет связь между скалярным потенциалом U электрического поля и его напряжённостью E; уравнение (4.11) выражает закон Ома в дифференциальной форме.

В частном случае однородной и изотропной среды ($\sigma = 1/\rho = const$), уравнение (4.9) преобразуется в уравнение Лапласа. Решение этого дифференциального уравнения (4.9) определяет потенциал U, как функцию координат исследуемой точки M. При этом функция U должна удовлетворять также следующим граничным условиям:

1. Вблизи от источника тока A, с которым обычно совмещается начало координат, потенциальная функция U должна стремиться к выражению потенциала U_0 в однородной и изотропной среде:

$$U_{R\to 0} \to U_0 . \tag{4.12}$$

2. В бесконечно удалённых точках (при $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \to \infty$):

$$U_{R\to\infty} \to 0 . \tag{4.13}$$

3. В точках, бесконечно близко расположенных к поверхности S (рис. 4.2), отграничивающей любую область ν_i удельного электрического сопротивления ρ_i от окружающего пространства ν_e удельного сопротивления ρ_e, и разделённых этой поверхностью, потенциальные функции U_i (в области ν_i) и U_e (в области ν_e) согласно условию непрерывности потенциала должны быть равны, т.е. в этих точках:

$$\left(U_i\right)_S = \left(U_e\right)_S . \tag{4.14}$$

4. В тех же точках должно соблюдаться постоянство нормальной составляющей j_n плотности тока:

$$\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial U_i}{\partial n}\right)_S = \left(\frac{1}{\rho_e}\frac{\partial U_e}{\partial n}\right)_S . \tag{4.15}$$

Распределение электрического поля точечного источника тока в трёхмерном проводящем пространстве изучено аналитически для следующих частных случаев:

1) однородного изотропного пространства;
2) однородного анизотропного пространства;
3) среды, состоящей из плоско-параллельных слоёв различных мощностей и электрических сопротивлений;
4) коаксиальных — бесконечно длинных цилиндрических слоёв.

Первый и второй случаи наблюдаются в природных условиях чрезвычайно редко при исследовании мощных однородных изотропных или анизотропных отложений, когда их сопротивления не отличаются от сопротивления бурового раствора, заполняющего скважину, или когда диаметр скважины по сравнению с размером зонда столь незначителен, что влиянием бурового раствора можно пренебречь.

Третий случай наблюдается при изучении пластов различных мощностей и сопротивлений в заполненных газом скважинах малого диаметра или в тех случаях, когда $\rho_к$ измеряется зондами столь большого размера, что влиянием бурового раствора и зоны проникновения его в пласт можно пренебречь.

Четвёртый случай может быть при пересечении пласта весьма большой мощности скважиной, заполненной буровым раствором, сопротивление которого отличается от сопротивления пород, окружающих скважину. При этом буровой раствор, проникая в проницаемые породы, может образовать зону, сопротивление которой обычно отличается от сопротивления бурового раствора и исследуемых пород.

В более сложных случаях залегания горных пород электрическое поле в скважине может быть определено численным расчётом (или при помощи электромоделирования).

4.2. *Однородная изотропная среда*

Строгое решение данной задачи находится путём интегрирования дифференциального уравнения Лапласа. Воспользуемся сферической системой координат, начало которой расположим в центре источника тока A (рис. 4.2 а).

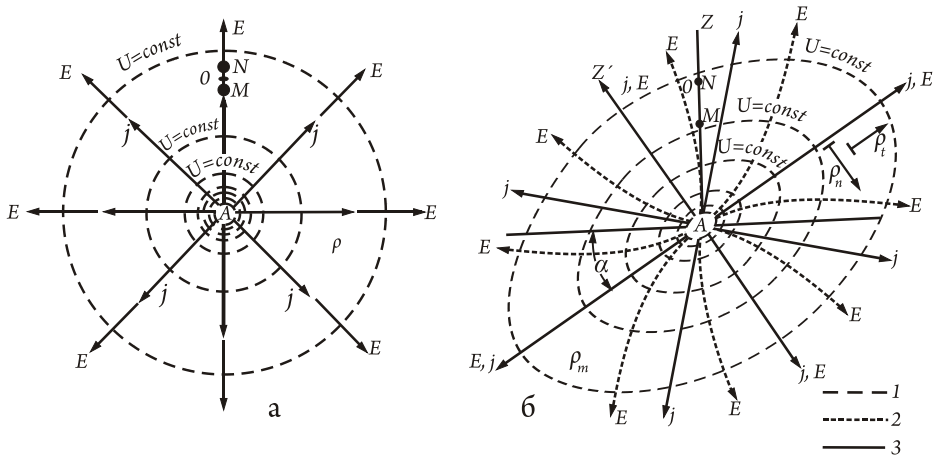


Рис. 4.2. *Схема электрического поля у поверхности раздела сред.*
1 — линии равного потенциала; **2** — линии электрических сил; **3** — линии тока

В однородной изотропной среде, вследствие сферической симметрии, потенциальная функция U не должна зависеть от полярного угла θ и азимутального угла ψ. В этих условиях уравнение Лапласа будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial U}{\partial R}\right)=0. \tag{4.16}$$

Интегрируя уравнение (4.16) дважды по R, после первого интегрирования получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial R}=-E=\frac{C}{R^2}, \tag{4.17}$$

где C — постоянная.

После второго интегрирования находим

$$U=-\frac{C}{R}+D. \tag{4.18}$$

Постоянную D определим из условия равенства потенциала U нулю в бесконечно удалённых точках. Полагая в формуле (4.18) $R=\infty$ и $U=0$, получаем $D=0$.

Для определения постоянной C вычислим величину полного тока, отдаваемого в окружающее пространство источником A. Для этого проведём вокруг точки A сферическую поверхность произвольного радиуса R.

Так как плотность тока

$$j = \frac{E}{\rho} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{1}{\rho}\frac{C}{R^2} \tag{4.19}$$

постоянна в любой точке, расположенной на поверхности сферы, а интегральное значение потока вектора j сквозь поверхность S равняется полной силе тока I, отдаваемого заземлением A, то

$$I = \int_S j ds = -\frac{C}{\rho}\int_S \frac{ds}{R^2} = -\frac{4\pi C}{\rho},$$

откуда

$$C = -\frac{\rho I}{4\pi}.$$

Подставляя вычисленное значение C в правые части равенств (4.17), (4.18) и (4.19), приходим к формулам:

$$U = \frac{\rho I}{4\pi R}; \tag{4.20}$$

$$E = \frac{\rho I}{4\pi R^2}; \tag{4.21}$$

$$j = \frac{I}{4\pi R^2}, \tag{4.22}$$

устанавливающим характер распределения электрического поля, созданного точечным источником тока в однородном изотропном пространстве.

Решая равенство (4.20) относительно R и полагая $U = const$, получаем уравнение, определяющее вид эквипотенциальных поверхностей:

$$R = \frac{\rho I}{4\pi U} = const,$$

или в прямоугольной системе координат с началом, расположенным в точке A, уравнение:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{\rho I}{4\pi U}\right)^2 = const.$$

Из формулы (4.20) и двух последних формул следует, что в однородной изотропной среде потенциал U электрического поля точечного источника тока A убывает обратно пропорционально расстоянию R от точки A до точки, в которой определяется U; поверхности равного потенциала являются сферами с общим центром в точке A (рис. 4.2 а).

Линии электрических сил E и линии тока образуют семейство радиальных прямых, исходящих из точки A и нормальных к эквипотенциальным поверхностям. Величина напряжённости электрического поля и плотности тока убывает обратно пропорционально квадрату расстояния R от источника тока до точки, в которой определяются E и j.

Формулы (4.20) и (4.21) дают возможность рассчитать удельное сопротивление однородной среды, если известны потенциал U, разность потенциалов ΔU или напряжённость E электрического поля, сила тока I, проходящего через заземление A, и расстояния от заземления A до электродов M и N:

1) для идеального потенциал-зонда [на основании формулы (4.20)]:

$$\rho = 4\pi \overline{AM} \frac{U}{I} = 4\pi L \frac{U}{I} = K_{П} \frac{U}{I}; \tag{4.23}$$

2) для трёхэлектродного зонда [на основании формулы (4.20)]:

$$\rho = 4\pi \frac{\overline{AM}\,\overline{AN}}{\overline{MN}} \frac{\Delta U}{I} = 4\pi L \frac{U}{I} = K \frac{U}{I}, \tag{4.24}$$

так как

$$\Delta U = U_M - U_N = \frac{\rho I}{4\pi}\left(\frac{1}{\overline{AM}} - \frac{1}{\overline{AN}}\right);$$

3) для идеального градиент-зонда [на основании формулы (4.21)]:

$$\rho = 4\pi \overline{AO^2} \frac{E}{I} = K_{Г} \frac{E}{I}. \tag{4.25}$$

Потенциал электрического поля в точке M, удалённой от заземления A, питаемого током I, на расстояние R, зависит только от величины этого расстояния. С другой стороны, потенциал $U_Д$ диполя, питаемого током I на расстоянии R, равен напряжённости поля точечного источника тока I на том

же расстоянии. Поэтому формулы, определяющие сопротивление для двухполюсных зондов (*ABM*), будут тождественными соответствующим формулам (4.23)–(4.25) для однополюсных зондов (*AMN*):

1) для идеального потенциал-зонда:

$$\rho = 4\pi \overline{AM} \frac{U}{I} = K_{П} \frac{U}{I};$$

2) для трёхэлектродного зонда:

$$\rho = \frac{4\pi \overline{AM}\,\overline{BM}}{\overline{AB}} \frac{\Delta U}{I},$$

$$\Delta U = U_{\overline{AM}} - U_{\overline{BM}};$$

3) для идеального градиент-зонда (дипольный зонд):

$$\rho = 4\pi \overline{AO^2} \frac{U_{Д}}{I},$$

что подтверждает справедливость принципа взаимности.

Так как в различных конкретных случаях неоднородных сред доказательства принципа взаимности будут более сложными, целесообразно показать его справедливость в общем виде.

4.3. *Принцип взаимности*

Величина кажущегося (в случае неоднородной среды) и истинного (в случае однородной среды) удельного сопротивления, измеренного потенциал-зондом, пропорциональна отношению U / I, причём коэффициент пропорциональности (коэффициент K зонда) при $\overline{AM} = \overline{MA}$ не зависит от назначения электродов зонда (является ли заземление A питающим и электрод M измерительным или наоборот). Поэтому доказательство принципа взаимности сводится к подтверждению справедливости равенства:

$$\frac{U_M^{(A)}}{I^{(A)}} = \frac{U_A^{(M)}}{I^{(M)}}, \qquad (4.26)$$

где верхним индексом обозначено наименование питающего заземления, а нижним — измерительного электрода.

Для однородной среды равенство (4.26) следует из формулы (4.20). Действительно, при питании зонда через заземление A:

$$U_M^{(A)} = \frac{\rho I^{(A)}}{4\pi \overline{AM}};$$

при питании зонда через электрод M:

$$U_A^{(M)} = \frac{\rho I^{(M)}}{4\pi \overline{MA}}.$$

Но так как $AM = MA$, то $$\frac{U_M^{(A)}}{I^{(A)}} = \frac{U_A^M}{I^{(A)}}.$$

Для доказательства справедливости равенства (4.26) в общем случае неоднородной изотропной среды будем исходить из следующего положения. Любая точка P изотропного пространства, в котором существует электрическое поле, созданное расположенными в точках A и M источниками тока, может быть охарактеризована тремя скалярными величинами — удельным электрическим сопротивлением ρ среды, в которой находится точка P, и потенциалами $U_P^{(A)}$ и $U_P^{(M)}$ электрических полей источников тока, находящихся в точках A и M.

Далее воспользуемся способом доказательства Л.М. Альпина и С.Г. Комарова, и рассмотрим функции F_A и F_M:

$$F_A = \frac{1}{\rho} U_P^{(M)} grad\, U_P^{(A)};$$

$$F_M = \frac{1}{\rho} U_P^{(A)} grad\, U_P^{(M)}.$$

Выделим в изучаемом пространстве область V, ограниченную от внешнего пространства замкнутой поверхностью S_0 и от электродов A и M замкнутыми поверхностями S_A и S_M (рис. 4.3).

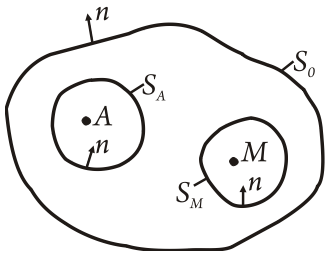


Рис. 4.3. *Схема к доказательству принципа взаимности*

Согласно теореме Гаусса–Остроградского:

$$\int_V divF\, dV = \oint Fds\,.$$

Следовательно:

$$\int_V divF_A\, dV = \int_V \left[grad\left(\frac{1}{\rho}U_P^{(M)}\right) grad\, U_P^{(A)} + \frac{1}{\rho}U_P^{(M)}\Delta U_P^{(A)} \right] dV = \\ = \oint_S \frac{1}{\rho}U_P^{(M)}\frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n}ds \quad ; (4.27)$$

$$\int_V divF_M\, dV = \int_V \left[grad\left(\frac{1}{\rho}U_P^{(A)}\right) grad\, U_P^{(M)} + \frac{1}{\rho}U_P^{(A)}\Delta U_P^{(M)} \right] dV = \\ = \oint_S \frac{1}{\rho}U_P^{(A)}\frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n}ds \quad , \quad (4.28)$$

где $\Delta U_P^{(A)}$ и $\Delta U_P^{(M)}$ — лапласианы функций $U_P^{(A)}$ и $U_P^{(M)}$.

Взяв разность между выражениями (4.27) и (4.28), получим для левой части уравнения:

$$\int_V divF_A\, dV - \int_V divF_M\, dV = \int_V \left[grad\left(\frac{1}{\rho}U_P^{(M)}\right) grad\, U_P^{(A)} - \right.$$

$$\left. - grad\left(\frac{1}{\rho}U_P^{(A)}\right) grad\, U_P^{(M)} + \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)}\Delta U_P^{(A)} - U_P^{(A)}\Delta U_P^{(M)}\right) \right] dV =$$

$$= \int_V \left[\left(\frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(M)} grad\, U_P^{(A)} + U_P^{(M)} grad\, \frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(A)} \right) - \right.$$

$$- \left(\frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(A)} grad\, U_P^{(M)} + U_P^{(A)} grad\, \frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(M)} \right) +$$

$$\left. + \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)}\Delta U_P^{(A)} - U_P^{(A)}\Delta U_P^{(M)}\right) \right] dV =$$

$$= \int_V \left[U_P^{(M)} grad\, \frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(A)} - U_P^{(A)} grad\, \frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(M)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)}\Delta U_P^{(A)} - U_P^{(A)}\Delta U_P^{(M)}\right) \right] dV =$$

$$= \int_V U_P^{(M)} div\left(\frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(A)}\right) dV - \int_V U_P^{(A)} div\left(\frac{1}{\rho} grad\, U_P^{(M)}\right) dV = 0,$$

так как в области V источники тока отсутствуют.

Для разности правых частей равенств (4.27) и (4.28):

$$\oint_S \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)} \frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n} - U_P^{(A)} \frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n}\right) ds = \oint_{S_0} \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)} \frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n} - U_P^{(A)} \frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n}\right) ds + \\ + \oint_{S_A} \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)} \frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n} - U_P^{(A)} \frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n}\right) ds + \oint_{S_M} \frac{1}{\rho}\left(U_P^{(M)} \frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n} - U_P^{(A)} \frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n}\right) ds = 0 \quad (4.29)$$

Отнесём теперь поверхность S_0 в бесконечность, а поверхности S_A и S_M приблизим к электродам A и M. В этом случае интеграл по поверхности S_0 обратится в нуль, поскольку $U_P^{(M)}$ и $U_P^{(A)}$ и производные $\frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n}$ и $\frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n}$ в бесконечно удалённых точках стремятся к нулю. Интегралы же по поверхностям S_A и S_M будут следующими:

$$\oint_{S_A} \frac{1}{\rho} U_P^{(M)} \frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n} ds = U_A^{(M)} \oint_{S_A} \frac{1}{\rho} \frac{\partial U_A^{(A)}}{\partial n} ds = -U_A^{(M)} I_A;$$

$$\oint_{S_A} \frac{1}{\rho} U_P^{(A)} \frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n} ds = U_A^{(A)} \oint_{S_A} \frac{1}{\rho} \frac{\partial U_A^{(M)}}{\partial n} ds = 0;$$

$$\oint_{S_M} \frac{1}{\rho} U_P^{(M)} \frac{\partial U_P^{(A)}}{\partial n} ds = U_M^{(M)} \oint_{S_M} \frac{1}{\rho} \frac{\partial U_M^{(A)}}{\partial n} ds = 0;$$

$$\oint_{S_M} \frac{1}{\rho} U_P^{(A)} \frac{\partial U_P^{(M)}}{\partial n} ds = U_M^{(A)} \oint_{S_M} \frac{1}{\rho} \frac{\partial U_M^{(M)}}{\partial n} ds = -U_M^{(A)} I_M.$$

Таким образом, формула (4.29) преобразуется в простое равенство:

$$-U_A^{(M)} I_A + U_M^{(A)} I_M = 0,$$

из которого следует искомое соотношение:

$$\frac{U_A^{(M)}}{I_M} = \frac{U_M^{(A)}}{I_A},$$

что и требовалось доказать. Доказательство принципа взаимности для анизотропных сред приведено в работе Альпина Л.М. и Комарова С.Г (1948).

4.4. *Однородное анизотропное пространство*

Рассмотрим слоистую (плоско-стратифицированную) среду в декартовой системе координат *XYZ*. Начало этой системы совместим с источником тока *A* (рис. 4.2 б), а ось *Z* ориентируем по нормали к плоскостям напластования. Обозначим через ρ_t и ρ_n удельные электрические сопротивления анизотропного пространства вдоль напластования и по нормали к нему соответственно.

Проекции j_x, j_y, j_z вектора плотности тока на оси координат *X*, *Y*, *Z* в любой точке изучаемого пространства связаны с соответствующими произ- водными потенциала следующими соотношениями:

$$j_x = \frac{E_x}{\rho_x} = -\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial U}{\partial x};$$

$$j_y = \frac{E_y}{\rho_y} = -\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial U}{\partial y};$$

$$j_z = \frac{E_z}{\rho_n} = -\frac{1}{\rho_n}\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Т.к. по условию задачи во всех точках изучаемого пространства (за исключением начала координат) источники тока отсутствуют, то в этих точках:

$$div\ j = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = \frac{1}{\rho_t}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) + \frac{1}{\rho_n}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (4.30)$$

Уравнение (4.30) можно легко преобразовать в уравнение Лапласа. С этой целью введём новые координаты ξ, η и ζ, связанные с *x*, *y* и *z* соотношениями $\xi = x$, $\eta = y$, $\zeta = \lambda z$, где λ — коэффициент анизотропии изучаемого пространства: $\lambda = \sqrt{\rho_П / \rho_t}$.

Такая замена эквивалентна деформации (растяжению) пространства в направлении оси *z* в λ раз. Заменив в уравнении (4.30) переменные *x*, *y* и *z* на переменные ξ, η и ζ, приведём его к уравнению Лапласа в системе координат ξ, η и ζ:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} = 0.$$

Интегрируя последнее уравнение, получаем:

$$U = \frac{c}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} = \frac{c}{\sqrt{x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2}}, \tag{4.31}$$

где C — постоянная интегрирования.

Для определения постоянной C предварительно вычислим полную величину вектора j плотности тока. Определив составляющие j_x, j_y, j_z вектора j по осям координат X, Y, Z:

$$\left\{ \begin{aligned} j_x &= -\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{Cx}{\rho_t\left(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2\right)^{3/2}}, \\ j_y &= -\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{Cy}{\rho_t\left(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2\right)^{3/2}}, \\ j_z &= -\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{Cz}{\rho_t\left(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2\right)^{3/2}}, \end{aligned} \right\}, \tag{4.32}$$

найдём:

$$i = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2} = \frac{C\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\rho_t\left(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2\right)^{3/2}}. \tag{4.33}$$

Введём сферическую систему координат R, Θ, Ψ. Начало системы расположим в центре источника тока A и полярную ось направим вдоль оси Z системы XYZ. Так как $x^2 + y^2 = R^2 \sin^2\theta$, $z^2 = R^2\cos^2\theta$, то в этой системе

$$j = \frac{C}{\rho_t R^2\left(\sin^2\theta + \lambda^2\cos\theta\right)^{3/2}} = \frac{C}{\rho_t R^2\left[1 + \left(\lambda^2 - 1\right)\cos^2\theta\right]^{3/2}}. \tag{4.34}$$

Опишем вокруг источника тока A сферу S произвольного радиуса R. Весь ток I, эмиссируемый электродом A, пересекает сферу, поэтому:

$$I = \int_S j\,ds = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} jR^2 \sin\theta\, d\theta\, d\psi, \tag{4.35}$$

Ψ и θ — азимутальный и полярный углы сферической системы координат.

Подставив в правую часть равенства (4.35) значение j из формулы (4.34) и введя вместо θ новую переменную

$$t = \frac{\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}}{\cos\theta},$$

получим:

$$I = \frac{C}{\rho_t}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin\theta\, d\theta\, d\psi}{\left[1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta\right]^{3/2}} = \frac{2\pi C}{\rho_t}\int_{\lambda}^{-\lambda}\frac{dt}{t^2} = \frac{4\pi C}{\rho_t \lambda},$$

откуда

$$C = \frac{I\lambda\rho_t}{4\pi} = \frac{I\rho_m}{4\pi}$$

(здесь ρ_m — среднее удельное электрическое сопротивление анизотропной среды, $\rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t}$) и, следовательно,

$$U = \frac{I\lambda\rho_t}{4\pi\sqrt{x^2+y^2+\lambda^2x^2}} = \frac{I\rho_t}{4\pi\sqrt{\left(\frac{r}{R}\right)^2+z^2}} = \frac{I\rho_m}{4\pi R\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}}. \quad (4.36)$$

Таким образом, в однородной анизотропной среде потенциал U электрического поля убывает обратно пропорционально расстоянию R от источника тока. Коэффициент пропорциональности

$$\frac{I\rho_m}{4\pi\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}}$$

для заданных значений ρ_m и λ зависит от направления, вдоль которого изучается характер изменения потенциала.

Из формулы (4.36) также следует, что в однородной анизотропной среде удельного сопротивления ρ_t (равного удельному сопротивлению ρ однородной изотропной среды) одинаковые значения потенциала в плоскостях напластования будут на расстояниях r, в λ раз большем, чем в изотропной среде.

Так как при взаимной перестановке электродов A и M $\cos\theta$ и R не изменяются, отношение U/I [см. формулу (4.36)] при этом сохраняется постоянным, что подтверждает справедливость принципа взаимности для рассматриваемого случая.

Эквипотенциальные поверхности $(U = const)$ удовлетворяют уравнению

$$x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2 = \left(\frac{4\pi U}{I\rho_m}\right)^2 = const, \qquad (4.37)$$

т.е. представляют собой сплюснутые эллипсоиды вращения вокруг оси Z (рис. 4.2 б).

Радиальная составляющая E_R напряжённости электрического поля и плотность j тока в однородном анизотропном безграничном пространстве определяются уравнениями:

$$E_R = -\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{I\rho_m}{4\pi R^2\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}}; \qquad (4.38)$$

$$j = \frac{I\lambda\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{4\pi\left(x^2+y^2+\lambda^2z^2\right)^{3/2}} = \frac{I\lambda}{4\pi R^2\left[1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta\right]^{3/2}}. \qquad (4.39)$$

Таким образом, радиальная составляющая E_R напряжённости электрического поля и плотность j тока убывают обратно пропорционально квадрату расстояния от источника тока с коэффициентами пропорциональности:

$$\frac{I\rho_m}{4\pi R^2\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}} \text{ (для } E_R\text{)}$$

и

$$\frac{I\lambda}{4\pi R^2\left[1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta\right]^{3/2}} \text{ (для } j\text{),}$$

зависящими от направления (угла θ), вдоль которого изучается характер изменения E_R и j.

Линии напряжённости E электрического поля ортогональны к эквипотенциальным поверхностям и образуют в анизотропном пространстве семейство кривых, исходящих из источника тока A (рис. 4.2 б). Линии тока, как это следует из равенств (4.32), удовлетворяют условию:

$$\frac{j_x}{x} = \frac{j_y}{y} = \frac{j_z}{z}.$$

Следовательно, линии тока прямолинейны (рис. 4.2 б) и не совпадают с направлением линий электрических сил, за исключением точек, расположенных в плоскости *XY* и по оси *Z*.

В любой точке *M*, находящейся на расстоянии $R = L$ от источника тока *A* по оси *Z'* фиктивной скважины (бесконечно малого диаметра), пересекающей слоистые (анизотропные) породы под углом встречи $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$, потенциал

$$U = \frac{I\rho_m}{4\pi R\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}} = \frac{I\rho_m}{4\pi L\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\theta}}, \quad (4.40)$$

где α — угол между плоскостью, перпендикулярной к оси скважины, и плоскостью напластования; при вертикальной скважине угол α равен углу падения пород.

Подставив найденное значение потенциала *U* в правую часть равенства (4.4), получим кажущееся сопротивление анизотропной среды для идеального потенциал-зонда:

$$\rho_к = 4\pi L\frac{U}{I} = \frac{\rho_m}{\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\alpha}}. \quad (4.41)$$

Вычислив напряжённость *E* электрического поля в точке *M*, расположенной на расстоянии $R = L$ от источника тока:

$$E = \left(-\frac{\partial U}{\partial R}\right)_{R=L} = \frac{I\rho_m}{4\pi L^2\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\alpha}},$$

и подставив полученное значение *E* в правую часть равенства (4.5), найдём $\rho_к$ для идеального градиент-зонда:

$$\rho_к = 4\pi L^2\frac{E}{I} = \frac{\rho_m}{\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\alpha}}. \quad (4.42)$$

При конечных расстояниях между электродами M и N формула для расчёта кажущегося сопротивления анизотропной среды будет иметь следующий вид:

$$\rho_к = \frac{4\pi R_{\overline{AM}} R_{\overline{AN}}}{R_{\overline{AN}} - R_{\overline{AM}}} \frac{\Delta U}{I} = \frac{4\pi \overline{AM}\,\overline{AN}}{\overline{AN} - \overline{AM}} \frac{\Delta U}{I}.$$

При расположении электродов A, M, N на одной прямой

$$\rho_к = \frac{4\pi R_{\overline{AM}} R_{\overline{AN}}}{R_{\overline{AN}} - R_{\overline{AM}}} \frac{U_M - U_N}{I} =$$

$$= \frac{4\pi \overline{AM}\,\overline{AN}}{\overline{AN} - \overline{AM}} \frac{I\rho_m}{4\pi\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\alpha}} \left(\frac{1}{\overline{AM}} - \frac{1}{\overline{AN}}\right) = . \qquad (4.43)$$

$$= \frac{\rho_m}{\sqrt{1+\left(\lambda^2-1\right)\cos^2\alpha}}$$

Из формул (4.41), (4.42) и (4.43) следует, что кажущееся сопротивление однородной анизотропной безграничной среды не зависит от типа и размера L зонда, с которым определялось кажущееся сопротивление, пропорционально среднему удельному сопротивлению ρ_m, этой среды и зависит от коэффициента анизотропии λ и направления (угла α), в котором измерялось $\rho_к$.

В частных случаях при измерении кажущегося сопротивления по перпендикуляру к напластованию пород ($\alpha = 0$):

$$\rho_{к(\alpha=0)} = \rho_{кп} = \frac{\rho_m}{\lambda} = \rho_t = \frac{\rho_n}{\lambda^2}; \qquad (4.44)$$

при измерении кажущегося сопротивления вдоль напластования пород $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$:

$$\rho_{к\left(\alpha=\frac{\pi}{2}\right)} = \rho_{кt} = \rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t} = \lambda\rho_{кп} = \lambda\rho_t. \qquad (4.45)$$

Так как $\lambda > 1$, то кажущееся сопротивление $\rho_{кп}$, измеренное по нормали к напластованию, меньше кажущегося сопротивления $\rho_{кt}$, измеренного по напластованию пород. Несоответствие между характером изменения кажущихся и истинных сопротивлений (для последних всегда $\rho_n > \rho_t$) при

переходе от измерений сопротивлений по напластованию к измерениям в перпендикулярном направлении называется *парадоксом анизотропии*.

Парадокс анизотропии физически объясняется повышением плотности тока по напластованию горных пород (в связи с повышенным значением электропроводности вдоль этого направления) и уменьшением плотности тока в направлении, перпендикулярном к напластованию.

При этом, как можно убедиться:

$$\frac{j_t}{j_n} = \frac{I\lambda/4\pi R^2}{I\lambda/4\pi R^2\lambda^3} = \lambda^3 > \frac{\rho_n}{\rho_t} = \lambda^2$$

и, следовательно:

$$\frac{j_t\rho_t}{j_0} = \rho_{кт} = \lambda\frac{j_n\rho_n}{j_0} = \lambda\rho_{кп},$$

что соответствует равенству (4.45). Так как $\lambda > 1$, то $\rho_{кт} > \rho_{кп}$.

На рис. 4.4 изображены кривые, иллюстрирующие зависимость ρ_k / ρ_m от λ при $\alpha = const$ и $\rho_к / \rho_m$ от α при $\lambda = const$.

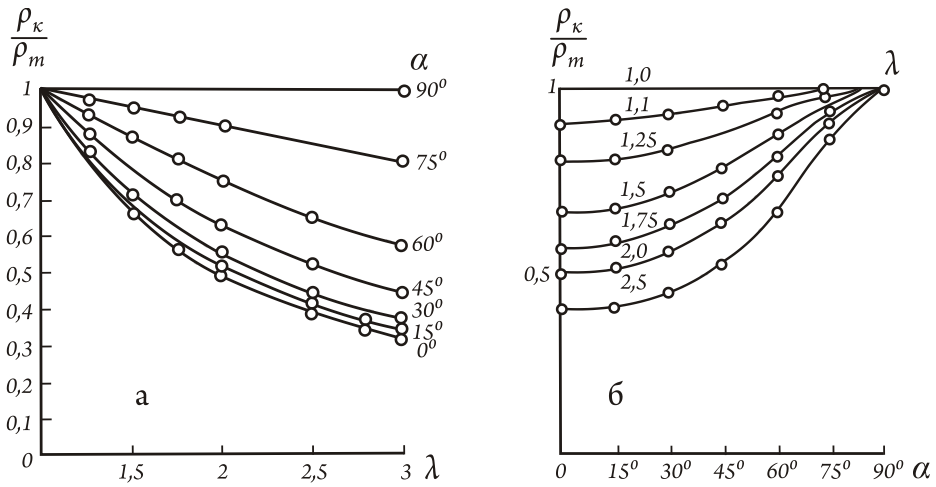


Рис. 4.4. *Зависимость отношения* $\rho_к / \rho_m$ *от* λ (**а**) *и* α (**б**). *При* $\lambda = const$. Шифр кривых: **а** — значения α в градусах, **б** — значения λ

Формулы (4.44) и (4.45) имеют существенное практическое значение. Во-первых, большинство осадочных горных пород анизотропно, и чаще всего (за исключением наклонных и горизонтальных скважин) пересекается скважи-

нами под углом β, близким к $\pi/2$ $(\alpha = 0)$, поэтому истинное сопротивление анизотропных пород, определённое по данным кажущихся сопротивлений, близко к кажущемуся сопротивлению, измеренному перпендикулярно к напластованию. Согласно формуле (4.44), оно численно равно удельному сопротивлению пород в направлении напластования. Как следствие этого, при изучении удельного сопротивления образцов пород и их зависимостей от коллекторских свойств и нефтенасыщения пород в лаборатории наибольшее практическое значение имеют измерения сопротивления образцов пород по напластованию.

Во-вторых, в достаточно однородных и анизотропных отложениях при переходе от свода структур, где скважины пересекают отложения под прямыми углами ($\beta = \pi / 2$), к крыльям структур, где скважины входят в пласт под углом $\beta < \pi / 2$, будет наблюдаться увеличение кажущегося сопротивления. Это даёт возможность в благоприятных условиях устанавливать положение скважины относительно свода структуры.

4.5. *Плоско-стратифицированная среда (решение задачи методом зеркальных изображений)*

Формулы, определяющие электрическое поле в средах с плоскопараллельными границами раздела, могут быть получены непосредственным интегрированием уравнения Лапласа, методом Фурье или методом зеркальных изображений Томсона.

Метод Фурье более универсален. Он позволяет определять электрическое поле во многих случаях даже при сравнительно сложной структуре изучаемого пространства. В простых случаях, как, например, при двух однородных и изотропных полупространствах, разделённых бесконечной плоскостью, а также при наличии двух плоскопараллельных границ, разделяющих три однородные и изотропные среды, возможно решение задачи методом зеркальных изображений. Так как этот метод позволяет наглядно представить физическую сущность некоторых явлений, продемонстрируем его на простейшем примере.

Одна плоская граница раздела

Рассмотрим два однородных и изотропных полупространства, заполненных средами с удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 (рис. 4.5).

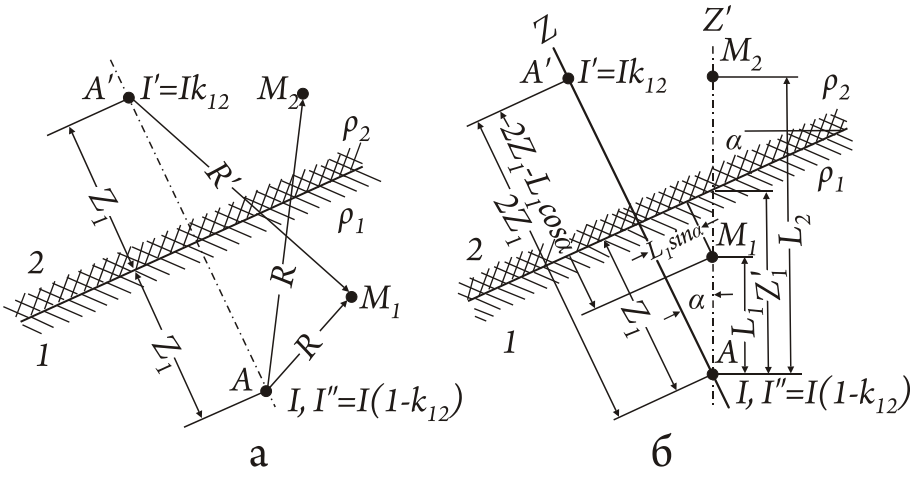


Рис. 4.5. *Схемы зеркальных изображений источника тока при наличии одной плоской поверхности раздела сред*

Потенциал электрического поля в каждой среде определяется из следующих положений.

Условия непрерывности потенциала и граничные условия (4.12)–(4.15) будут выполнены, если:

- в среде 1, в которой находится источник тока, потенциал электрического поля такой же, как в однородном безграничном пространстве, заполненном средой с сопротивлением, равным сопротивлению среды 1, но, кроме этого источника, в точке, являющейся зеркальным изображением точки A относительно плоскости P раздела сред, находится второй, фиктивный источник тока A' (рис. 4.5 а), отдающий некоторый ток I'.
- в среде 2, в которой источник тока A отсутствует, потенциал электрического поля такой, как будто всё исследуемое пространство безгранично и заполнено этой средой, но источник тока A отдаёт фиктивный электрический ток I''.

Обозначив через R и R' расстояния от источников тока A и A' до точек M_1 и M_2, в которых определяется потенциал, получим:

для среды 1 (точка M_1):

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1}{4\pi}\left(\frac{I}{R} + \frac{I'}{R'}\right)^1, \tag{4.46}$$

для среды 2 (точка M_2):

$$U_2^{(2)} = \frac{\rho_2 I''}{4\pi R}. \tag{4.47}$$

Для определения фиктивных токов I' и I'' воспользуемся граничными условиями (4.14) и (4.15). С этой целью примем в формулах (4.46) и (4.47) $R = R'$ и, приравняв их правые части, находим:

$$\rho_1\left(I + I'\right) = \rho_2 I''. \tag{4.48}$$

Возьмём производные по нормали от равенств (4.46) и (4.47) и, разделив соответственно первую на ρ_1 и вторую на ρ_2, будем иметь:

$$\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial n} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \frac{I}{R}}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial n} + \frac{\partial \frac{I'}{R'}}{\partial R'}\frac{\partial R'}{\partial n}\right) = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{I}{R^2}\frac{dR}{dn} + \frac{I'}{R'^2}\frac{dR'}{dn}\right) \tag{4.49}$$

и

$$\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial n} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \frac{I''}{R}}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial n} = -\frac{I''}{4\pi R^2}\frac{dR}{dn}. \tag{4.50}$$

Т.к. для точек, расположенных на границе раздела, $R = R'$ и $\frac{dR}{dn} = -\frac{dR'}{dn}$, то, приравняв правые части равенств (4.49) и (4.50), получим:

$$I - I' = I''. \tag{4.51}$$

Решая совместно уравнения (4.48) и (4.51) относительно I' и I'', находим:

$$I' = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} I = k_{12} I,$$

[1] Верхний индекс у символа U обозначает среду, в которой находится питающий заземлитель, а нижний — среду, где расположен измерительный электрод. Эта система обозначения сохраняется и далее.

$$I'' = \left(1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\right) I = \frac{2\rho_1}{\rho_2 + \rho_1} I = \left(1 - k_{12}\right) I = p_{12} I \,.$$

Коэффициент $k_{12} = \dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ определяет часть тока, «отражённого» поверхностью раздела в среду 1, а коэффициент $p_{12} = 1 - k_{12} = \dfrac{2\rho_2}{\rho_2 + \rho_1}$ — часть тока, «пропущенного» этой поверхностью ($p_{12} + k_{12} = 1$).

Поэтому в дальнейшем коэффициент k_{12} будем называть *коэффициентом отражения*, а коэффициент $p_{12} = 1 - k_{12}$ — *коэффициентом пропускания* тока границей раздела сред 1 и 2.

В частности, если $\rho_1 = \infty$, то $k_{12} = 1$ и $p_{12} = 1 - k_{12} = 0$. В этом случае весь ток отражается границей раздела (средой 2), в среде 2 токовое поле отсутствует, и в среде 1 в точках, достаточно удалённых от источника тока, плотность тока будет в два раза больше, чем в однородном изотропном пространстве.

При идеально проводящей среде 2 $\left(\rho_2 = 0\right)$, $k_{12} = -1$ и $p_{12} = 2$. В этом случае токовые линии не только не отражаются границей раздела, а, наоборот, полностью втягиваются средой 2. При этом весь ток вместо того, чтобы растекаться от источника тока в телесном углу, равном 4π, протекает в среду 2 и распространяется в ней в телесном углу, равном 2π, что эквивалентно отдаче источником A фиктивного тока I'' удвоенной силы I.

Подставив найденные значения I' и I'' в формулы (4.46) и (4.47), получим искомые значения потенциала:

в среде 1:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left(\frac{1}{R} + \frac{k_{12}}{R'}\right) = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left(\frac{1}{R} + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\frac{1}{R'}\right),$$

в среде 2:

$$U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 I}{4\pi}\left(1 - k_{12}\right)\frac{1}{R} = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4\pi\left(\rho_2 + \rho_1\right)R}\,.$$

Для дальнейших исследований введём прямоугольную систему координат *XYZ*. Начало этой системы совместим с токовым электродом *A* (рис. 4.5 б), ось *Z* ориентируем по нормали к плоскости раздела.

Потенциал электрического поля в точках, находящихся на расстоянии *L* от источника тока на оси *Z'* воображаемой скважины бесконечно малого диаметра, проведённый под углом α к оси *Z* (при вертикальной скважине угол α равен углу падения плоскости раздела сред), будет следующим[2]:

в среде 1:
$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\frac{1}{L} + \frac{k_{12}}{\sqrt{L^2\sin^2\alpha + \left(2z_1 \mp L\cos\alpha\right)^2}}\right] = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\frac{1}{L} + \frac{k_{12}}{\sqrt{L^2 + 4\left(z_1' \mp L\right)z_1'}}\right], \quad (4.52)$$

в среде 2:
$$U_2^{(1)} = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4\pi\left(\rho_2 + \rho_1\right)L}, \quad (4.53)$$

где z_1 и z_1' — соответственно расстояние от источника тока до поверхности раздела сред по осям координат *Z* и *Z'*.

При расположении источника тока *A* в среде 2 и точки *M*, в которой определяется потенциал, в средах 1 и 2 соответственно будем иметь:
$$U_1^{(2)} = \frac{\left(1-k_{21}\right)\rho_1 I}{4\pi L} = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4\pi\left(\rho_2+\rho_1\right)L} = U_2^{(1)}; \quad (4.54)$$

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_2 I}{4\pi}\left[\frac{1}{L} + \frac{k_{21}}{\sqrt{L^2 + 4\left(z_1' \mp L\right)z_1'}}\right], \quad (4.55)$$

где $k_{21} = \dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = -k_{12}$.

[2] В формуле (4.52) и в последующих два знака «$\mp$» или «±» даны для различных случаев расположения точки *M*, в которой определяется потенциал или напряжённость электрического поля, относительно источника тока *A*. Верхний знак [«–» в формуле (4.52)] относится к случаю, когда точка *M* находится выше точки *A*, а нижний знак [«+» в формуле (4.52)] — к случаю, когда точка *M* расположена ниже точки *A*. В формулах (4.52) и (4.53), как и в последующих, индексы у *L*, указанные на рис. 4.5 и 4.6, сняты для упрощения записи.

Взяв производные от равенств (4.52), (4.53), (4.54) и (4.55) по L, найдём значения напряжённости электрического поля в точках, расположенных на оси Z':

$$E_1^{(1)} = -\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial L} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left\{\frac{1}{L^2} + \frac{k_{21}}{\left[L^2 + 4\left(z_1' \mp L\right)z_1'\right]^{2/3}}\right\}; \qquad (4.56)$$

$$E_2^{(1)} = -\frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial L} = \frac{\left(1-k_{12}\right)\rho_2 I}{4\pi L^2} = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4\pi\left(\rho_2+\rho_1\right)L^2}; \qquad (4.57)$$

$$E_1^{(2)} = -\frac{\partial U_1^{(2)}}{\partial L} = \frac{\left(1-k_{21}\right)\rho_1 I}{4\pi L^2} = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4\pi\left(\rho_2+\rho_1\right)L^2}; \qquad (4.58)$$

$$E_2^{(2)} = -\frac{\partial U_2^{(2)}}{\partial L} = \frac{\rho_2 I}{4\pi}\left\{\frac{1}{L^2} + \frac{k_{21}\left(L \pm 2z_1'\cos\alpha\right)}{\left[L^2 + 4\left(z_1' \mp L\right)z_1'\right]^{2/3}}\right\}. \qquad (4.59)$$

На рис. 4.6 показаны потенциальные и токовые поля близ поверхности раздела двух сред при $\rho_2 > \rho_1$ (а) и при $\rho_2 < \rho_1$ (б).

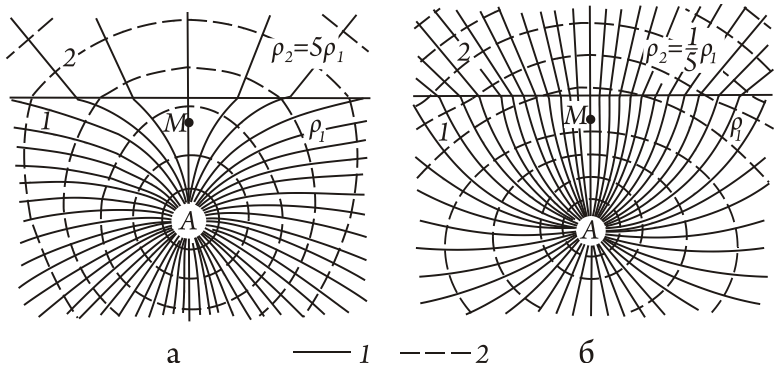


Рис. 4.6 а, б. *Схема электрического поля у поверхности раздела двух сред.*
1 — линии тока; 2 — линии равного потенциала

Близ границы раздела эквипотенциальные поверхности втягиваются покрывающей средой высокого сопротивления (рис. 4.6 а) и сжимаются средой низкого сопротивления (рис. 4.6 б). Токовые линии, наоборот, отклоняются средой высокого сопротивления и втягиваются средой низкого сопротивления.

В среде, в которой отсутствует источник тока, эквипотенциальные поверхности являются сферами с центром в точке A; линии тока и электрических сил радиальны, что находится в соответствии с формулой (4.47).

Для определения кажущегося сопротивления подставим значения $U_1^{(1)}$, $U_2^{(1)}$, $U_1^{(2)}$, $U_2^{(2)}$ и $E_1^{(1)}$, $E_2^{(1)}$, $E_1^{(2)}$, $E_2^{(2)}$ в формулы (4.1) и (4.2). Выразив расстояние z_1' в размерах L зонда и обозначив отношение $\frac{z_1'}{L}$ через ζ, получим следующие равенства, определяющие значения $\rho_к$, для потенциал-зондов и градиент-зондов в средах 1 и 2.

Для потенциал-зонда:

$$\rho_{к,1}^{(1)} = 4\pi L \frac{U_1^{(1)}}{I} = \left[1 + \frac{k_{12}}{\sqrt{1 + 4(\zeta \mp 1)\zeta}}\right]; \tag{4.60}$$

$$\rho_{к,2}^{(1)} = 4\pi L \frac{U_2^{(1)}}{I} = (1 - k_{12})\rho_2 = \frac{2\rho_1\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)}; \tag{4.61}$$

$$\rho_{к,1}^{(2)} = 4\pi L \frac{U_1^{(2)}}{I} = (1 - k_{21})\rho_1 = \frac{2\rho_1\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)}; \tag{4.62}$$

$$\rho_{к,2}^{(2)} = 4\pi L \frac{U_2^{(2)}}{I} = \left[1 + \frac{k_{21}}{\sqrt{1 + 4(\zeta \pm 1)\zeta}}\right]\rho_2. \tag{4.63}$$

Для градиент-зонда:

$$\rho_{к,1}^{(1)} = 4\pi L^2 \frac{E_1^{(1)}}{I} = \left\{1 + \frac{k_{12}(1 \mp 2\zeta\cos\alpha)}{\left[1 + 4(\zeta \mp \cos\alpha)\zeta\right]^{3/2}}\right\}\rho_1; \tag{4.64}$$

$$\rho_{к,2}^{(1)} = 4\pi L \frac{E_2^{(1)}}{I} = (1 - k_{12})\rho_2 = \frac{2\rho_1\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)}; \tag{4.65}$$

$$\rho_{к,1}^{(2)} = 4\pi L \frac{E_1^{(2)}}{I} = (1 - k_{21})\rho_1 = \frac{2\rho_1\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)}; \tag{4.66}$$

$$\rho_{к,2}^{(2)} = 4\pi L^2 \frac{E_2^{(2)}}{I} = \left\{1 + \frac{k_{21}(1 \pm 2\zeta\cos\alpha)}{\left[1 + 4(\zeta \pm \cos\alpha)\zeta\right]^{3/2}}\right\}\rho_2. \tag{4.67}$$

В частном случае, когда ось Z' перпендикулярна границе раздела ($\alpha = 0,\ \cos\alpha = 1$), кажущиеся сопротивления будут следующими:

1. Источник тока A и точка M находятся в среде 1:

а) для потенциал зонда: $$\rho_{к,1}^{(1)} = \left(1 + \frac{k_{12}}{2\zeta \mp 1}\right)\rho_1, \qquad (4.68)$$

б) для градиент-зонда: $$\rho_{к,1}^{(1)} = \left[1 + \frac{k_{12}}{(2\zeta \mp 1)^2}\right]\rho_1. \qquad (4.69)$$

2. Источник тока A и точка M находятся в среде 2:

а) для потенциал-зонда: $$\rho_{к,2}^{(2)} = \left(1 + \frac{k_{21}}{2\zeta \mp 1}\right)\rho_2, \qquad (4.70)$$

б) для градиент-зонда: $$\rho_{к,2}^{(2)} = \left[1 + \frac{k_{21}}{(2\zeta \mp 1)^2}\right]\rho_2. \qquad (4.71)$$

3. Если источник тока A находится в среде 1, а точка M или MN — в среде 2 или наоборот, то как для потенциал-зонда, так и для градиент-зонда:

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_1\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)} = \rho_{к,1}^{(2)}. \qquad (4.72)$$

Из формул (4.61), (4.62), (4.65), (4.66) и (4.72) следует, что в тех случаях, *когда питающий и измерительные электроды зонда находятся в разных средах, кажущееся сопротивление*

$$\rho_к = \frac{2\rho_1\rho_2}{(\rho_2 + \rho_1)} = \frac{\frac{\rho_2}{2\rho_1}}{1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}}\rho_1 = \frac{2\mu_{2,1}}{1 + \mu_{2,1}}\rho_1,$$

где $\mu_{2,1} = \rho_2/\rho_1$ *не зависит от размера и типа зонда и угла* $\beta = \pi/2 - \alpha$, *под которым зонд* пересекает границу раздела сред.

Когда ось Z' проходит параллельно границе раздела, при измерении кажущегося сопротивления потенциал-зондом, расположенным в среде 1,

$$\rho_к = \left[1 + \frac{k_{21}L}{\sqrt{L^2 + (2z_1)^2}}\right]\rho_1, \qquad (4.73)$$

и в тех же условиях при измерениях градиент-зондом:

$$\rho_к = \left[1 + \frac{k_{21} L^3}{\sqrt{\left(L^2 + 4z_1^2 \right)^{3/2}}} \right] \rho_1 . \qquad (4.74)$$

Из приведённых формул следует, что величина кажущегося сопротивления пропорциональна удельному сопротивлению среды, в которой находятся измерительные электроды зонда. Коэффициент пропорциональности, как это следует из сопоставления правых частей приведённых выше равенств с правыми частями формул (4.7) и (4.7'), равен отношению действительного значения плотности j тока к его величине j_0 в однородной среде. Это отношение не зависит от силы I тока источника.

Когда питающий и измерительный электроды зонда находятся в одной среде, величина кажущегося сопротивления [формулы (4.60), (4.62), (4.64), (4.67)–(4.71), а также формулы (4.73) и (4.74)] зависит не от абсолютного значения расстояния z_1' до поверхности раздела сред [z_1 в формулах (4.73) и (4.74)] и размера L зонда, а от их соотношения $\zeta = \frac{z_1'}{L}$.

На рис. 4.7–4.10 приведены кривые кажущихся сопротивлений, рассчитанные по приведённым выше формулам. Из этих кривых следует, что по мере приближения потенциал-зонда и последовательного градиент-зонда к среде высокого сопротивления (рис. 4.8 а и рис. 4.9 а), кажущееся сопротивление постепенно возрастает. В момент пересечения границы раздела заземлением A: $\rho_к = \frac{2\rho_1\rho_2}{\left(\rho_2 + \rho_1\right)}$ [формулы (4.62) и (4.66)].

Далее до пересечения поверхности раздела приёмными электродами M (потенциал-зонд) или электродами M и N (градиент-зонд), кажущееся сопротивление остаётся постоянным (равным $\frac{2\rho_1\rho_2}{\left(\rho_2 + \rho_1\right)}$).

После пересечения поверхности раздела электродом M и при дальнейшем продвижении потенциал-зонда кажущееся сопротивление плавно увеличивается (рис. 4.8 а) и асимптотически приближается к сопротивлению покрывающей среды.

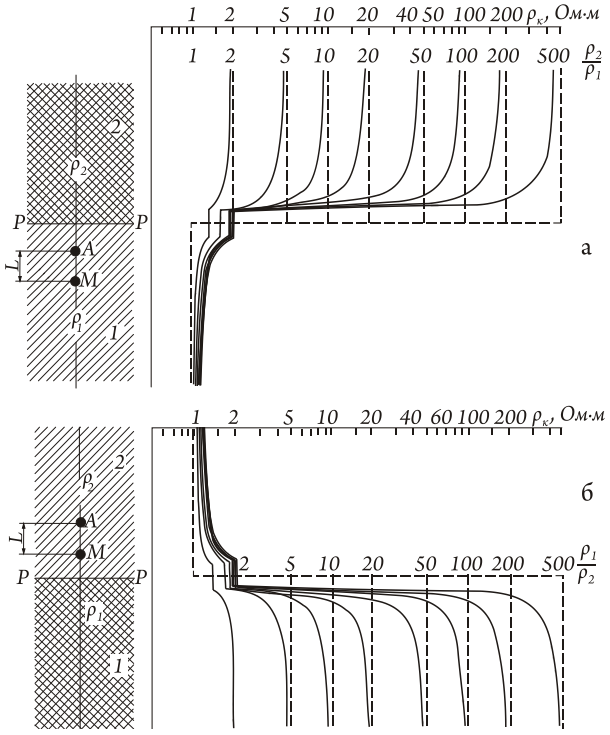


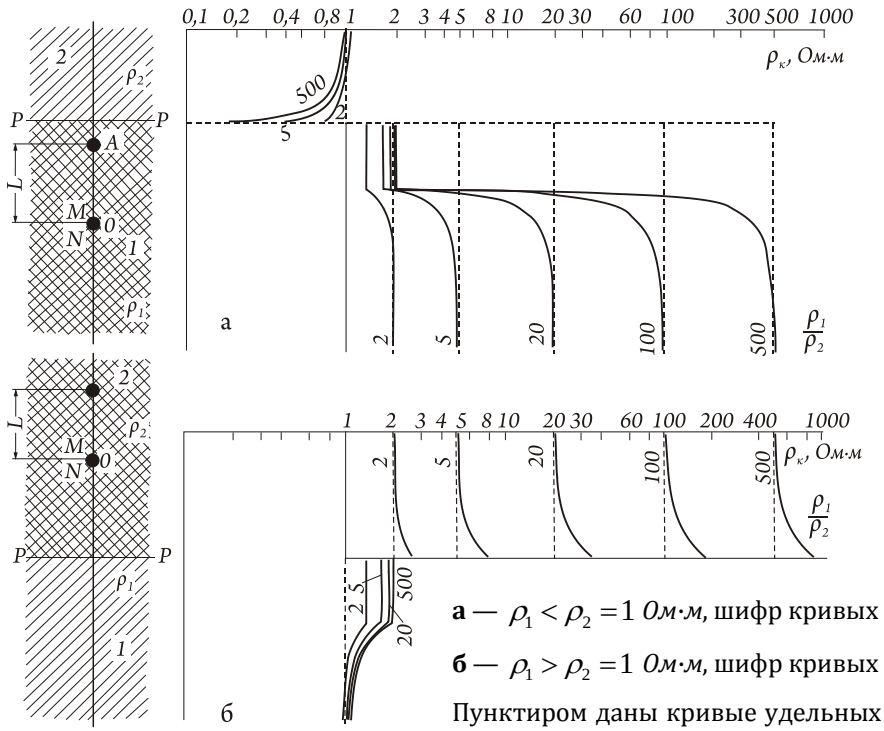
Рис. 4.7 а, б. *Теоретические кривые кажущегося сопротивления для случая пересечения идеальным потенциал-зондом* $\left(\overline{MN} \to \infty\right)$ *границы двух сред.*

а — $\rho_1 < \rho_2$ шифр кривых ρ_2 / ρ_1;

б — $\rho_2 < \rho_1$, шифр кривых ρ_1 / ρ_2.

Пунктиром даны кривые удельного сопротивления сред

Рис. 4.8 а, б. *Теоретические кривые кажущегося сопротивления для случая пересечения последовательным градиент-зондом (* $\overline{MN} \to 0$ *) границы двух сред*



а — $\rho_1 < \rho_2 = 1$ *Ом·м*, шифр кривых ρ_2 / ρ_1;

б — $\rho_1 > \rho_2 = 1$ *Ом·м*, шифр кривых ρ_1 / ρ_2.

Пунктиром даны кривые удельных сопротивлений сред

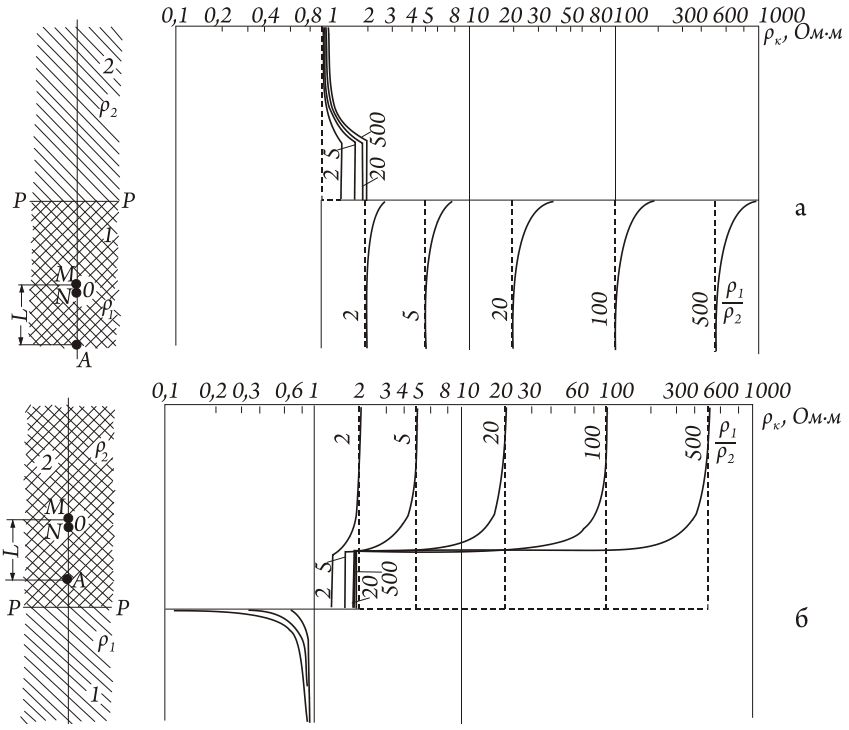


Рис. 4.9 а, б. *Теоретические кривые кажущихся сопротивлений для случая пересечения обращённым градиент-зондом* $\left(\overline{MN} \to 0\right)$ *границы двух сред.*

а — $\rho_1 < \rho_2$ ($\rho_1 = 1$ *Ом·м),* шифр кривых ρ_2 / ρ_1; ***б*** — $\rho_2 < \rho_1$ ($\rho_2 = 1$ *Ом·м),* шифр кривых ρ_1 / ρ_2. Пунктиром даны кривые удельных сопротивлений сред

При пересечении поверхности раздела электродами *M* и *N* последовательного градиент-зонда (рис. 4.9 а) на кривой $\rho_к$ отмечается скачок кажущегося сопротивления с последующим постепенным снижением его до величины, равной истинному удельному сопротивлению покрывающей среды.

Кривая $\rho_к$ для обращённого градиент-зонда имеет иную конфигурацию (рис. 4.10). По мере приближения зонда к поверхности раздела сред кажущееся сопротивление понижается. Затем, при пересечении границы раздела электродами *M* и *N*, кажущееся сопротивление увеличивается до его значения, определяемого формулой (4.72), и до пересечения границы раздела заземлением *A* остаётся постоянным; длина этого участка равна размеру зонда *L=AO*(*MO*). После перехода заземления *A* в покрывающую среду ка-

жущееся сопротивление плавно возрастает и асимптотически достигает истинного сопротивления ρ_2 этой среды. При переходе зонда из среды высокого сопротивления в среду низкого сопротивления кривые имеют вид, изображённый на рис. 4.8 (б), 4.9 (б), 4.10 (б). Характерные участки кривых $\rho_к$ (точки максимума, минимума и положения площадок равных сопротивлений) дают возможность определять местонахождение границ раздела сред. Подробно это излагается в курсе интерпретации результатов геофизических исследований скважин.

Уменьшение угла β встречи пласта с осью Z' приводит к сглаживанию кривых кажущегося сопротивления, причём их сглаживание тем больше, чем меньше β или больше угол $\alpha = \pi/2 - \beta$ (рис. 4.10).

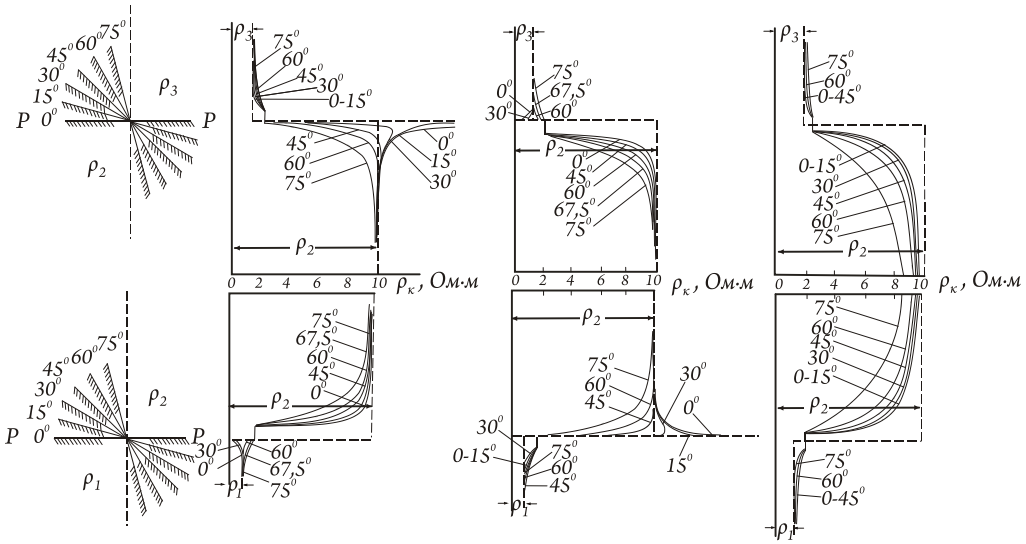


Рис. 4.10 а, б, в. *Кривые кажущегося сопротивления при пересечении градиент- и потенциал-зондами наклонной границы раздела сред* $\rho_2 = 10\rho_1 = 10\rho_3$. Шифр кривых — значения угла $\alpha = \pi/2 - \beta$.

4.6. *Плоско-стратифицированная среда (решение задачи интегрированием уравнения Лапласа)*

Для определения потенциала электрического поля, созданного точечным источником тока в среде с плоскопараллельными границами раздела методом интегрирования дифференциального уравнения Лапласа, воспользуемся цилиндрической системой координат $RZ\Psi$. Начало системы расположим в центре источника тока A и ось Z ориентируем перпендикулярно плоскостям раздела сред.

Потенциальные функции $U_1,\ldots,U_i,\ldots,U_n$ определяющие электрическое поле в средах $1,\ldots,i,\ldots,n$ должны удовлетворять дифференциальному уравнению Лапласа $\Delta U_i = 0$ и граничным условиям (4.12)–(4.15), указанным в 4.1:

$$\begin{aligned} &\Delta U_{i,R\to 0} \to U_0, \\ &\Delta U_{i,R\to\infty} \to 0, \\ &\left(U_i\right)_{z=z_i} = \left(U_{i+1}\right)_{z=z_i}; \end{aligned} \tag{4.75}$$

$$\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial U_i}{\partial z}\right)_{z=z_i} = \left(\frac{1}{\rho_{i+1}}\frac{\partial U_{i+1}}{\partial z}\right)_{z=z_i}, \tag{4.76}$$

где ρ_i и ρ_{i+1} — сопротивления i и $i+1$ сред; z_i — координата поверхности их раздела; R — расстояние от источника тока A до точки M, в которой определяется потенциал, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$.

При принятой ориентации координатной системы электрическое поле будет симметричным относительно оси Z и, следовательно, потенциал этого поля не должен зависеть от азимутального угла ψ. В этих случаях дифференциальное уравнение Лапласа будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \tag{4.77}$$

Для решения уравнения (4.77) воспользуемся методом Фурье и будем искать частный интеграл этого уравнения в виде произведения двух функций:

$$U = f(r)\varphi(z), \tag{4.78}$$

из которых функция $f(r)$ зависит только от переменной r и функция $\varphi(z)$ — только от переменной z.

Продифференцировав (4.78) дважды по r и z и подставив результаты дифференцирования в формулу (4.77), получим:

$$f''(r)\varphi(z)+\frac{1}{r}f'(r)\varphi(z)+f(r)\varphi''(z)=0.$$

Разделив последнее равенство на произведение $f(r)\varphi(z)$, будем иметь:

$$\frac{f''(r)}{f(r)}+\frac{1}{r}\frac{f'(r)}{f(r)}+\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)}=0. \qquad (4.79)$$

По условию выбора функций $f(r)$ и $\varphi(z)$ первые два слагаемых равенства (4.79) не содержат переменной z, следовательно, и третье слагаемое не должно зависеть от z. А так как, в свою очередь, $\varphi(z)$, а следовательно, и $\varphi''(r)$ не содержат r, то очевидно, что отношение $\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)}$ может быть только постоянной величиной. Обозначив эту величину через m^2, приведём дифференциальное уравнение (4.79) к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\frac{\varphi''(z)}{\varphi(z)}-m^2=0$$

и

$$\frac{f''(r)}{f(r)}+\frac{1}{r}\frac{f'(r)}{f(r)}+m^2=0,$$

или

$$\varphi''(z)-m^2\varphi(z)=0. \qquad (4.80)$$

и

$$f''(r)+\frac{1}{r}f'(r)+m^2f(r)=0. \qquad (4.81)$$

Частными интегралами уравнения (4.80) являются показательные функции e^{-mz} и e^{mz}, а уравнения (4.81) — цилиндрические функции (функции Бесселя) $J_0(mr)$ и $Y_0(mr)$ нулевого порядка первого и второго рода от действительного аргумента.

Функция $Y_0(mr)$ при $mr=0$, т.е. во всех точках, расположенных на оси Z, обращается в бесконечность, что противоречит условию конечных значе-

ний потенциала в этой области, за исключением точки с координатами $r = 0, z = 0$. Поэтому при составлении общего интеграла уравнения (4.77) коэффициенты при членах, содержащих функции $Y_0(mr)$, должны быть равными нулю. Таким образом, общее решение уравнения (4.77) будет содержать совокупности произведений $J_0(mr)e^{-mz}$ и $J_0(mr)e^{mz}$. В силу произвольности выбора постоянной m наиболее полное решение уравнения (4.77) может быть представлено суммой следующих интегралов:

$$U = \int_0^\infty A(m) J_0(mr) e^{-mz} dm + \int_0^\infty B(m) J_0(mr) e^{mz} dm, \qquad (4.82)$$

где $A(m)$ и $B(m)$ — функции параметра m. Аналитическое выражение этих функций будет различным для разных сред. В частных случаях функции $A(m)$ и $B(m)$ могут быть постоянными величинами.

На основании формулы (4.82) потенциал электрического поля в среде 1:

$$U_1 = \int_0^\infty A_1(m) J_0(mr) e^{-mz} dm + \int_0^\infty B_1(m) J_0(mr) e^{mz} dm. \qquad (4.83)$$

Если источник тока расположен в этой же среде, то согласно граничному условию 1 [формулы (4.12) и (4.19)] будем иметь:

$$U_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + U_1^* = U_0 + U_1^*, \qquad (4.84)$$

где U_1^* — потенциальная функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа (конечная и непрерывная во всём изучаемом пространстве) и обращающаяся в нуль в бесконечно удалённых точках.

При $z > 0$ равенства (4.83) и (4.84) будут тождественны, если принять $A_1(m) = \frac{\rho_1 I}{4\pi}$ и воспользоваться интегралом Вебера:

$$\int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm = \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}.$$

Тогда

$$U_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi} \int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm + \int_0^\infty B_1(m) J_0(mr) e^{mz} dm. \qquad (4.85)$$

Последний интеграл в виде

$$U_1 = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\int_0^\infty J_0(mr)e^{-m|z|}dm + \int_0^\infty B_1(m)J_0(mr)e^{mz}dm \qquad (4.85')$$

справедлив для точек среды 1 с любым значением z.

Во второй и следующих средах потенциал

$$U_i = \int_0^\infty A_i(m)J_0(mr)e^{-mz}dm + \int_0^\infty B_i(m)J_0(mr)e^{mz}dm. \qquad (4.86)$$

В последней среде, простирающейся в бесконечность, для соблюдения условия $U_n = 0$ при $z = \infty$ необходимо равенство нулю функции $B_n(m)$, в связи с чем:

$$U_n = \int_0^\infty A_n(m)J_0(mr)e^{-mz}dm. \qquad (4.87)$$

Умножив функции $B_1(m)$, $A_i(m)$, $B_i(m)$ и $A_n(m)$ на постоянные вели чины $\frac{4\pi}{\rho_1 I}$, $\frac{4\pi}{\rho_i I}$, $\frac{4\pi}{\rho_n I}$ и введя новые функции:

$$D_1(m) = \frac{4\pi}{\rho_1 I}B_1(m);\quad C_i(m) = \frac{4\pi}{\rho_i I}A_i(m);\quad D_i(m) = \frac{4\pi}{\rho_i I}B_i(m),$$

приведём уравнения (4.85), (4.86) и (4.87) к следующему виду:

$$\begin{aligned}
U_1 &= \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\int_0^\infty J_0(mr)e^{-mz}dm + \int_0^\infty D_1(m)J_0(mr)e^{mz}dm\right]\\
U_i &= \frac{\rho_i I}{4\pi}\left[\int_0^\infty C_i(m)J_0(mr)e^{-mz}dm + \int_0^\infty D_i(m)J_0(mr)e^{mz}dm\right]. \qquad (4.88)\\
U_n &= \frac{\rho_n I}{4\pi}\int_0^\infty C_n(m)J_0(mr)e^{-mz}dm
\end{aligned}$$

Для числового расчёта потенциала электрического поля необходимо установить явный вид функции $D_1(m)$, $C_i(m)$, $D_i(m)$ и $C_n(m)$. Для этого воспользуемся граничными условиями (4.75) и (4.76). Эти условия дают возможность получить две системы из $n-1$ уравнений каждая с $2(n-1)$ неизвестными функциями $D_1(m)\ldots C_i(m)$, $D_i(m)\ldots$ и $C_n(m)$.

Выполняя первое граничное условие

$$\left(U_i\right)_{z=z_i} = \left(U_{i+1}\right)_{z=z_i}$$

для каждой поверхности раздела, получим первую систему из $n-1$ уравнений:

$$\begin{gathered}
\rho_i\left[\int_0^\infty J_0\left(mr\right)e^{-mz_1}dm + \int_0^\infty D_1\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_1}dm\right] = \\
= \rho_2\left[\int_0^\infty C_2\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_1}dm + \int_0^\infty D_2\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_1}dm\right]; \\
\rho_i\left[\int_0^\infty C_1\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_i}dm + \int_0^\infty D_i\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_i}dm\right] = \\
= \rho_{i+1}\left[\int_0^\infty C_{i+1}\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_i}dm + \int_0^\infty D_{i+1}\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_i}dm\right]; \quad (4.89) \\
\rho_{n-1}\left[\int_0^\infty C_{n-1}\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_{n-1}}dm + \int_0^\infty D_{n-1}\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_{n-1}}dm\right] = \\
= \rho_n\int_0^\infty C_n\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_{n-1}}dm
\end{gathered}$$

Выполняя второе граничное условие $\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial U_i}{\partial z}\right)_{z=z_i} = \left(\frac{1}{\rho_{i+1}}\frac{\partial U_{i+1}}{\partial z}\right)_{z=z_i}$ для тех же поверхностей раздела, найдём вторую систему $n-1$ уравнений:

$$\begin{gathered}
-\int_0^\infty J_0\left(mr\right)e^{-mz_1}mdm + \int_0^\infty D_1\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_1}mdm = \\
= -\int_0^\infty C_2\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_1}mdm + \int_0^\infty D_2\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_1}mdm; \\
-\int_0^\infty C_i\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_i}mdm + \int_0^\infty D_i\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_i}mdm = \\
= -\int_0^\infty C_{i+1}\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{-mz_i}mdm + \int_0^\infty D_{i+1}\left(m\right)J_0\left(mr\right)e^{mz_i}mdm;
\end{gathered}$$

$$-\int_0^\infty C_{n-1}(m)J_0(mr)e^{-mz_{n-1}}mdm+\int_0^\infty D_{n-1}(m)J_0(mr)e^{mz_{n-1}}mdm=$$
$$=-\int_0^\infty C_n(m)J_0(mr)e^{-mz_{n-1}}mdm \quad . \quad (4.90)$$

Перенеся правые части уравнений (4.89) и (4.90) в их левую часть и, заменив сумму интегралов интегралом от суммы подынтегральных функций, приведём системы уравнений (4.89) и (4.90) к следующему виду:

$$\int_0^\infty\left\{\left[-e^{-mz_1}+D_1(m)e^{mz_1}\right]\rho_1-\left[C_2(m)e^{-mz_1}+D_2(m)e^{mz_1}\right]\rho_2\right\}J_0(mr)dm=0,$$
$$\int_0^\infty\left\{\left[C_i(m)e^{-mz_i}+D_i(m)e^{mz_i}\right]\rho_i-\left[C_{i+1}(m)e^{-mz_i}+D_{i+1}(m)e^{mz_i}\right]\rho_{i+1}\right\}J_0(mr)dm=0;$$
$$\int_0^\infty\left\{\left[C_{n-1}(m)e^{-mz_{n-1}}+D_{n-1}(m)e^{mz_{n-1}}\right]\rho_{n-1}-C_n(m)e^{-mz_{n-1}}\rho_n\right\}J_0(mr)dm=0; \quad (4.91)$$

и

$$\int_0^\infty\left[-e^{-mz_1}+D_1(m)e^{mz_1}+C_2(m)e^{-mz_1}-D_2(m)e^{mz_1}\right]J_0(mr)mdm=0,$$
$$\int_0^\infty\left[-C_i(m)e^{-mz_i}+D_i(m)e^{mz_i}+C_{i+1}(m)e^{-mz_i}-D_{i+1}(m)e^{mz_i}\right]J_0(mr)mdm=0; \quad (4.92)$$
$$\int_0^\infty\left[-C_{n-1}(m)e^{-mz_{n-1}}+D_{n-1}(m)e^{mz_{n-1}}+C_n(m)e^{-mz_{n-1}}\right]J_0(mr)mdm=0.$$

Уравнения (4.91) и (4.92) удовлетворяются в любых точках поверхностей раздела, т.е. при любых значениях r, при условии равенства нулю выражений, стоящих под знаком интеграла в фигурных (4.91) и квадратных (4.92) скобках, т.е. при условии:

$$\rho_1e^{-mz_1}+\rho_1D_1(m)e^{mz_1}-\rho_2C_2(m)e^{-mz_1}-\rho_2D_2(m)e^{mz_1}=0,$$
$$\rho_iC_i(m)e^{-mz_i}+\rho_iD_i(m)e^{mz_i}-\rho_{i+1}C_{i+1}(m)e^{-mz_i}-\rho_{i+1}D_{i+1}(m)e^{mz_i}=0,$$
$$\rho_{n-1}C_{n-1}(m)e^{-mz_{n-1}}+\rho_{n-1}D_{n-1}(m)e^{mz_{n-1}}-\rho C_n(m)e^{-mz_{n-1}}=0$$

и

$$
\begin{aligned}
&e^{-mz_1} + D_1(m)e^{mz_1} - C_2(m)e^{-mz_1} - D_2(m)e^{mz_1} = 0,\\
&C_i(m)e^{-mz_i} + D_i(m)e^{mz_i} + C_{i+1}(m)e^{-mz_i} - D_{i+1}(m)e^{mz_i} = 0,\\
&C_{n-1}(m)e^{-mz_{n-1}} + D_{n-1}(m)e^{mz_{n-1}} - C_n(m)e^{-mz_{n-1}} = 0.
\end{aligned}
\qquad (4.93)
$$

Решение системы уравнений (4.93) даёт возможность определить функции $D_1(m)$, $C_i(m)$, $D_i(m)$ и $C_n(m)$ и после подстановки их значения в формулу (4.88) и интегрирования получить окончательное выражение для потенциала электрического поля в средах с плоскопараллельными границами раздела. Дальнейшее решение задачи приведём для данного числа границ раздела и исследуемых сред.

Одна граница раздела

В частном случае двух безграничных полупространств, разделённых плоской границей раздела, при расположении источника тока *A* в среде 1 получим:

$$
U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\int_0^\infty J_0(mr)e^{-mz}dm + \int_0^\infty D_1(m)J_0(mr)e^{mz}dm\right] \qquad (4.94)
$$

и

$$
U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 I}{4\pi}\int_0^\infty C_2(m)J_0(mr)e^{-mz}dm. \qquad (4.95)
$$

На границе при $z = z_1$:

$$
\left(U_1^{(1)}\right)_{z=z_1} = \left(U_2^{(1)}\right)_{z=z_1};
$$

$$
\left(\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial Z}\right)_{z=z_1} = \left(\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial Z}\right)_{z=z_1},
$$

и следовательно,

$$
\rho_1\int_0^\infty\left[e^{-mz_1} + D_1(m)e^{mz_1}\right]J_0(mr)dm = \rho_2\int_0^\infty C_2(m)J_0(mr)e^{-mz_1}dm
$$

и

$$
\int_0^\infty\left[-e^{-mz_1} + D_1(m)e^{mz_1}\right]J_0(mr)mdm = -\int_0^\infty C_2(m)J_0(mr)e^{-mz_1}mdm.
$$

Последние два равенства удовлетворяют при любых r при условии:

$$\begin{aligned}&\rho_1 e^{-mz_1} + \rho_1 D_1(m) e^{mz_1} - \rho_2 C_2(m) e^{-mz_1} = 0,\\ &-e^{-mz_1} + D_1(m) e^{mz_1} - C_2(m) e^{-mz_1} = 0.\end{aligned} \tag{4.96}$$

Решая систему уравнений (4.96) относительно $D_1(m)$ и $C_2(m)$, найдём неизвестные функции:

$$D_1(m) = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} e^{-2mz_1} = k_{12} e^{-2mz_1};$$

$$C_2(m) = \frac{2\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} = 1 - k_{12} = p_{12}.$$

Подставив значения функций $D_1(m)$ и $C_2(m)$ в формулы (4.94) и (4.95) и воспользовавшись интегралом Вебера, получим:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm + k_{12}\int_0^\infty J_0(mr) e^{-m(2z_1 - z)} dm\right] =$$

$$= \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{k_{12}}{\sqrt{r^2 + (2z_1 - z)^2}}\right]; \tag{4.97}$$

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I (1 - k_{12})}{4\pi}\left[\int_0^\infty J_0(mr) e^{-mz} dm\right] = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4(\rho_1 + \rho_2)}\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \tag{4.98}$$

Обозначив, как и ранее, через L расстояние от точки A до точки M вдоль оси Z' воображаемой скважины, через z_1' расстояние от точки $\overline{A}$ до поверхности раздела сред вдоль той же оси и через α угол между осью Z и осью Z', после простейших преобразований придём к следующим формулам, полученным в 4.5 [формулы (4.52) и (4.53)]:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\frac{1}{L} + \frac{k_{12}}{\sqrt{L^2 + 4(z_1' - L) z_1' \cos\alpha}}\right] \tag{4.52}$$

и

$$U_2^{(1)} = \frac{2\rho_1\rho_2 I}{4(\rho_1 + \rho_2)L} = \frac{\rho_2(1 - k_{12})I}{4\pi L}, \tag{4.53}$$

ранее выведенным методом зеркальных изображений. Аналогичным способом выводятся формулы, определяющие потенциалы электрического поля, и для случая, когда источник тока *A* находится во второй среде.

Две границы раздела

В случае двух плоских поверхностей, отделяющих пласт мощностью h удельного электрического сопротивления ρ_2 от подстилающего и покрывающего безграничных полупространств 1 и 3, заполненных средами с удельными электрическими сопротивлениями ρ_1 и ρ_3, при расположении источника тока А в среде 1, потенциальные функции в каждой среде будут определяться следующими уравнениями:

$$U_1^{(1)} = \frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\int_0^\infty J_0(mr)e^{-mz}dm + \int_0^\infty D_1(m)J_0(mr)e^{mz}dm\right]; \quad (4.99)$$

$$U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 I}{4\pi}\left[\int_0^\infty C_2(m)J_0(mr)e^{-mz}dm + \int_0^\infty D_2(m)J_0(mr)e^{mz}dm\right]; \quad (4.100)$$

$$U_3^{(1)} = \frac{\rho_3 I}{4\pi}\int_0^\infty C_3(m)J_0(mr)e^{-mz}dm. \quad (4.101)$$

Для отыскания неизвестных функций $D_1(m)$, $C_2(m)$, $D_2(m)$ и $C_3(m)$ воспользуемся граничными условиями (4.75) и (4.76). Причём вначале $z = z_1$ в формулах (4.99) и (4.100) и приравняем их правые части одна другой. Затем примем $z = z_1 + h$ в формулах (4.100) и (4.101) и, также приравняв их правые части, поступим аналогичным образом с производными по z от равенств (4.99) и (4.100), (4.100) и (4.101), предварительно разделив равенство (4.99) на ρ_1, равенство (4.100) на ρ_2 и равенство (4.101) на ρ_3.

После ряда преобразований (о которых говорилось выше) придём к системе уравнений, определяющих искомые функции:

$$\rho_1 D_1(m) - \rho_2 D_2(m) - \rho_2 e^{-2mz_1}C_2(m) + \rho_1 e^{-2mz_1} = 0;$$
$$\rho_2 e^{-2m(z_1+h)}D_2(m) + \rho_2 C_2(m) - \rho_3 C_3(m) = 0;$$
$$D_1(m) + e^{-2mz_1}C_2(m) - D_2(m) - e^{-2mz_1} = 0;$$

$$-C_2(m)+D_2(m)e^{-2m(z_1+h)}+C_3(m)=0. \qquad (4.102)$$

Решив систему уравнений (4.102), получим:

$$D_1(m)=k_{12}e^{-2mz_1}+\left(1-k_{12}^2\right)k_{23}\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(k_{21}k_{23}\right)^{n-1}e^{-2m\left(nh+z_1\right)};$$

$$C_2(m)=\left(1-k_{12}\right)\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(k_{21}k_{23}\right)^{n}e^{-2mnh};$$

$$D_2(m)=\left(1-k_{12}\right)k_{23}\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(k_{21}k_{23}\right)^{n-1}e^{-2m\left(nh+z_1\right)};$$

$$C_3(m)=\left(1-k_{12}\right)\left(1-k_{23}\right)\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(k_{21}k_{23}\right)^{n}e^{-2mnh}\ .$$

Подставив значения функции $D_1(m)$, $C_2(m)$, $D_2(m)$ и $C_3(m)$ в формулы (4.99), (4.100) и (4.101) и изменив затем порядок интегрирования и суммирования, придём к суммам интегралов следующего вида:

$$\int_0^\infty J_0(mr)e^{-m(2nh+2z_1\pm z)}dm \qquad \text{и} \qquad \int_0^\infty J_0(mr)e^{-m(2nh\pm z)}dm,$$

которые вычисляются по формуле Вебера. При этом любой

$$\int_0^\infty J_0(mr)e^{-m(2nh+2z_1\pm z)}dm=\frac{1}{\sqrt{r^2+(2nh+2z_1\pm z)^2}} \qquad (4.103)$$

и

$$\int_0^\infty J_0(mr)e^{-m(2nh\pm z)}dm=\frac{1}{\sqrt{r^2+(2nh\pm z)^2}}.$$

Проинтегрировав почленно суммы приведённых интегралов и подставив результаты интегрирования в формулы (4.99), (4.100) и (4.101), получим:

$$U_1^{(1)}=\frac{\rho_1 I}{4\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}+\frac{k_{12}}{\sqrt{r^2+\left(2nh\mp z\right)^2}}+\right.$$
$$\left.+\left(1-k_{12}^2\right)k_{23}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{\left(k_{21}k_{23}\right)^{n-1}}{\sqrt{r^2+\left(2nh+2z_1\mp z\right)^2}}\right]; \qquad (4.104)$$

$$U_2^{(1)} = \frac{\rho_2 I}{4\pi}(1-k_{12})\left[\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(k_{21}k_{23})^n}{\sqrt{r^2+(2nh+z)^2}} + k_{23}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{(k_{21}k_{23})^{n-1}}{\sqrt{r^2+(2nh+2z_1-z)^2}}\right]; \quad (4.105)$$

$$U_3^{(1)} = \frac{\rho_3 I}{4\pi}(1-k_{12})(1-k_{23})\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(k_{21}k_{23})^n}{\sqrt{r^2+(2nh+z)^2}}. \quad (4.106)$$

4.7. *Анизотропные среды с плоско-параллельными границами раздела*

Для решения задачи о распределении электрического поля точечного источника тока в пространстве, сложенном однородными и анизотропными (слоистыми) средами с плоско-параллельными границами раздела, воспользуемся некоторыми положениями, приведёнными в п. 4.4. При этом рассмотрим наиболее простой случай, когда плоскости раздела сред параллельны их слоистости.

Выше было показано, что электрическое поле в однородной анизотропной среде тождественно полю в однородной изотропной среде, если анизотропную среду рассматривать как изотропную медианного удельного сопротивления $\rho_m = \sqrt{\rho_n \rho_t}$, где ρ_n и ρ_t — соответственно удельное сопротивление анизотропной среды перпендикулярно и параллельно слоям напластования, и при решении задачи заменить прямоугольную (XYZ) или цилиндрическую $RZ\Psi$ систему координат системами XYZ или $RZ\Psi$, где координата $\zeta = \lambda z$. В этом случае потенциал электрического поля

$$U = \frac{I\rho_m}{4\pi\sqrt{r^2+\zeta^2}} = \frac{I\rho_m}{4\pi\sqrt{r^2+\lambda^2 z^2}}.$$

Для дальнейшего решения задачи воспользуемся цилиндрической системой координат, начало которой расположим в точке *A*, где находится источник тока, и ось *Z* направим перпендикулярно слоистости анизотропных сред и плоским границам их раздела. При таком расположении оси *Z* электрическое поле будет симметричным относительно этой оси, и его потенциал должен удовлетворять уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2}=0 \qquad (4.107)$$

во всех точках изучаемого пространства, за исключением точки А, в которой находится источник тока. При приближении к этой точке потенциальная функция U должна стремиться к выражению потенциала в однородной анизотропной безграничной среде:

$$U_{\sqrt{r^2+\zeta^2}\to 0}\to U_0=\frac{I\rho_m}{4\pi\sqrt{r^2+\zeta^2}}\to\infty \quad \text{вида} \quad \left[\frac{1}{\sqrt{r^2+\zeta^2}}\right]_{\sqrt{r^2+\zeta^2}\to 0}.$$

В точках, расположенных в непосредственной близости от границ раздела, функция U должна удовлетворять условиям непрерывности потенциала

$$\left(U_i\right)_{z=z_i}=\left(U_{i+1}\right)_{z=z_i} \qquad (4.108)$$

и непрерывности нормальной составляющей плотности тока

$$\left(\frac{1}{\rho_{n,1}}\frac{\partial U_i}{\partial n}\right)_{z=z_i}=\left(\frac{1}{\rho_{n,i+1}}\frac{\partial U_{i+1}}{\partial n}\right)_{z=z_i}, \qquad (4.109)$$

где z_1 — расстояние по оси Z от источника тока до границы, разделяющей среды i и $i+1$; i — порядковый номер среды.

Используя методику решения задачи, изложенную в предыдущем параграфе, получим следующие выражения, определяющие потенциал электрического поля:

1) в среде 1, в которой находится источник тока:

$$U_1^{(1)}=\frac{\rho_{m,1}I}{4\pi}\int_0^\infty\left[e^{-m\zeta}+D_1(m)e^{m\zeta}\right]J_0(mr)\,dm\ ; \qquad (4.110)$$

2) в промежуточных средах при отсутствии источников тока:

$$U_i=\frac{\rho_{m,i}I}{4\pi}\int_0^\infty\left[C_i(m)e^{-m\zeta}+D_i(m)e^{m\zeta}\right]J_0(mr)\,dm\ ; \qquad (4.111)$$

3) в последней среде (при отсутствии источников тока):

$$U_n=\frac{\rho_{m,n}I}{4\pi}\int_0^\infty C_n(m)e^{-m\zeta}J_0(mr)\,dm\ . \qquad (4.112)$$

В системе координат с унифицированным ζ, соответствующим ζ в среде 1, уравнение (4.110) останется без изменений, а уравнения (4.111) и (4.112) будут иметь вид:

$$U_i = \frac{\rho_{m,i} I}{4\pi} \int_0^\infty \left[C_i(m) e^{-m\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\zeta} + D_i(m) e^{m\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\zeta} \right] J_0(mr)\, dm;$$

$$U_n = \frac{\rho_{m,n} I}{4\pi} \int_0^\infty C_n(m) e^{-m\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\zeta} J_0(mr)\, dm.$$

Преобразование выражений, определяющих потенциальные функции к явному виду, дадим для простого случая — одной границы, разделяющей две порознь однородных и анизотропных среды. Эти среды характеризуются продольными удельными сопротивлениями $\rho_{t,1}$, $\rho_{t,2}$, поперечными — $\rho_{n,1}$, $\rho_{n,2}$, средними — $\rho_{m,1}$, $\rho_{m,2}$ и коэффициентами анизотропии λ_1 и λ_2. Допустим, что питающее заземление находится в среде 1 в точке A на расстоянии z_1 от границы раздела.

В этом случае потенциальное поле в средах 1 и 2 будет определено уравнениями (4.110) и (4.112):

$$U_i = \frac{\rho_{m,i} I}{4\pi} \int_0^\infty \left[C_i(m) e^{-m\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\zeta} + D_i(m) e^{m\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\zeta} \right] J_0(mr)\, dm; \qquad (4.110')$$

и

$$U_n = \frac{\rho_{m,n} I}{4\pi} \int_0^\infty C_n(m) e^{-m\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\zeta} J_0(mr)\, dm. \qquad (4.112')$$

Воспользовавшись граничными условиями для $\zeta = \zeta_1 = \lambda_1 z_1$, получим следующую систему уравнений:

$$\rho_{m,1}\left[e^{-m\zeta_1} + D_1(m) e^{m\zeta_1} \right] = \rho_{m,2} C_2(m) e^{-m\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\zeta_1};$$

$$\frac{\lambda_1 \rho_{m,1}}{\rho_{n,1}}\left[-e^{-m\zeta_1} + D_1(m) e^{m\zeta_1} \right] = -\frac{\lambda_2 \rho_{m,2}}{\rho_{n,2}} C_2(m) e^{-m\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\zeta_1}.$$

или

$$\rho_{m,1} + \rho_{m,1} D_1(m) e^{2m\zeta_1} - \rho_{m,2} C_2(m) e^{-m\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}-1\right)\zeta_1} = 0$$

$$-1 + D_1(m) e^{2m\zeta_1} + C_2(m) e^{-m\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}-1\right)\zeta_1} = 0,$$

определяющих неизвестные функции:

$$D_1(m)=\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}e^{-2m\zeta_1}$$

и

$$C_2(m)=\frac{2\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}e^{m\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}-1\right)\zeta_1}.$$

Подставив значения функций $D_1(m)$ и $C_2(m)$ в формулы (4.110′) и (4.112′), заменив ζ на $\lambda_1 z$ и ζ_1 на $\lambda_1 z_1$ и воспользовавшись интегралом Вебера, получим:

$$U_1^{(1)}=\frac{\rho_{m,1}I}{4\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+\lambda_1^2z^2}}+\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{\sqrt{r^2+\lambda_1^2\left(2z_1\mp z\right)^2}}\right]= \tag{4.113}$$

$$=\frac{\rho_{m,1}I}{4\pi L}\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\left(\lambda_1^2-1\right)\cos^2\alpha}}+\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{\sqrt{1+\left[\lambda_1^2\left(2\zeta'\mp1\right)^2-1\right]\cos^2\alpha}}\right\},$$

где L — расстояние между точками A и M, $L=\sqrt{r^2+z^2}$; ζ_1' — расстояние от точки A до поверхности раздела сред по оси Z', проходящей через точки A и M (рис. 4.5 б), выраженное в единицах L, $\zeta_1'=\frac{z_1}{L}$ (здесь $z_1'=\frac{z_1}{\cos\alpha}$); α — угол между осью Z и осью Z'.

В среде 2 потенциал электрического поля:

$$U_2^{(1)}=\frac{2I\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{4\pi\left(\rho_{m,1}+\rho_{m,2}\right)}\frac{1}{\sqrt{r^2+\left[\lambda_1z_1+\lambda_2\left(z-z_1\right)\right]^2}}=$$

$$=\frac{2I\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{4\pi\left(\rho_{m,1}+\rho_{m,2}\right)L}\frac{1}{\sqrt{1+\left\{\left[\lambda_2+\left(\lambda_1-\lambda_2\right)^2-1\right]\right\}\cos^2\alpha}}. \tag{4.114}$$

При расположении точки M на оси Z на расстоянии L от источника тока A соответственно получим:

$$U_1^{(1)}=\frac{\rho_{t,1}I}{4\pi}\left(\frac{1}{L}+\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{2z_1\mp L}\right)=\frac{\rho_{t,1}I}{4\pi L}\left(1+\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{2\zeta_1\mp1}\right) \tag{4.115}$$

и $U_2^{(1)} = \dfrac{2I\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{4\pi\left(\rho_{m,1}+\rho_{m,2}\right)}\dfrac{1}{\lambda_1 z_1 + \lambda_2\left(L-z_1\right)} = \dfrac{2I\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{4\pi\left(\rho_{m,1}+\rho_{m,2}\right)L}\dfrac{1}{\lambda_2+\zeta_1\left(\lambda_1-\lambda_2\right)}$, (4.116)

где $\zeta_1 = \dfrac{z_1}{L}$.

При $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ последняя формула будет иметь следующий вид:

$$U_2^{(1)} = \frac{2I\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{4\pi\left(\rho_{m,1}+\rho_{m,2}\right)L\lambda} = \frac{2I\rho_{m,1}\rho_{t,2}}{4\pi\left(\rho_{m,1}+\rho_{m,2}\right)L}. \qquad (4.117)$$

Подставив значения потенциальных функций (4.113)–(4.117) и их производных по L, взятых с обратным знаком, в формулы (4.4) и (4.5), получим следующие выражения, определяющие кажущиеся сопротивления:

1. При измерении $\rho_к$ потенциал-зондом:

а) в общем случае:

$$\rho_{к,1}^{(1)} = \rho_{m,1}\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\left(\lambda_1^2-1\right)\cos^2\alpha}} + \frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{\sqrt{1+\left[\lambda_1^2\left(2\zeta_1'\mp1\right)^2-1\right]\cos^2\alpha}}\right\}, \qquad (4.118)$$

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{\sqrt{1+\left\{\left[\lambda_2+\zeta_1'\left(\lambda_1-\lambda_2\right)\right]^2-1\right\}\cos^2\alpha}}; \qquad (4.119)$$

б) при $r = 0$ (точка M расположена на оси Z):

$$\rho_{к,1}^{(1)} = \rho_{t,1}\left(1+\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{2\zeta_1\mp1}\right), \qquad (4.120)$$

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{\lambda_2+\zeta_1\left(\lambda_1-\lambda_2\right)}. \qquad (4.121)$$

Последняя формула при $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ даёт:

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\rho_{t,2} = \frac{2\rho_{t,1}\rho_{t,2}}{\rho_{t,1}+\rho_{t,2}}. \qquad (4.122)$$

2. При измерении $\rho_к$ градиент-зондом:

а) в общем случае:

$$\rho_{к,1}^{(1)} = \rho_{m,1}\left\{\frac{1}{\sqrt{1+\left(\lambda_1^2-1\right)\cos^2\alpha}} + \frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1\mp\left[\lambda_1^2\left(2\zeta_1'\mp1\right)-1\right]\cos^2\alpha}{\left\{1+\left[\lambda_1^2\left(2\zeta_1'\mp1\right)^2-1\right]\cos^2\alpha\right\}^{3/2}}\right\}, \tag{4.123}$$

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1+\left\{\left[\lambda_2+\zeta_1'\left(\lambda_1-\lambda_2\right)\right]\lambda_2-1\right\}\cos^2\alpha}{\left(1+\left\{\left[\lambda_2+\zeta_1'\left(\lambda_1-\lambda_2\right)\right]^2-1\right\}\cos^2\alpha\right)^{3/2}}; \tag{4.124}$$

б) при $r=0$:

$$\rho_{к,1}^{(1)} = \rho_{t,1}\left(1\mp\frac{\rho_{m,2}-\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{1}{\left(2\zeta_1\mp1\right)^2}\right), \tag{4.125}$$

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\frac{\lambda_2}{\left[\lambda_2+\zeta_1\left(\lambda_1-\lambda_2\right)\right]^2}. \tag{4.126}$$

и при $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$:

$$\rho_{к,2}^{(1)} = \frac{2\rho_{m,1}}{\rho_{m,1}+\rho_{m,2}}\rho_{t,2} = \frac{2\rho_{t,1}\rho_{t,2}}{\rho_{t,1}+\rho_{t,2}}. \tag{4.122′}$$

Анализ материалов, приведённых в настоящем параграфе, приводит к следующим выводам:

В однородных анизотропных средах, разделённых плоской границей раздела, параллельной плоскостям напластования, потенциал электрического поля в полупространстве, в котором находится источник тока, определяется формулой, аналогичной формуле однородных изотропных сред.

Различие заключается лишь в том, что вместо удельного сопротивления ρ_i соответствующей изотропной среды следует поставить среднее удельное сопротивление ρ_{mi} анизотропной среды, координату z и расстояние z_1, умножить коэффициент анизотропии этой среды.

Коэффициенты отражения k_{12} и пропускания p_{12} тока поверхностью раздела анизотропных сред определяются формулами, аналогичными формулам для изотропных сред с заменой ρ_i на ρ_{mi}, а именно:

$$k_{12} = \frac{\rho_{m,2} - \rho_{m,1}}{\rho_{m,1} + \rho_{m,2}} = -k_{21}.$$

$$p_{12} = \frac{2\rho_{m,1}}{\rho_{m,1} + \rho_{m,2}} = 1 - k_{12}.$$

$$p_{21} = \frac{2\rho_{m,2}}{\rho_{m,1} + \rho_{m,2}} = 1 - k_{21} = 1 + k_{12};$$

$$p_{12} + k_{12} = 1.$$

2. Потенциал электрического поля в анизотропном полупространстве, в котором отсутствует питающее заземление, и кажущееся сопротивление его при $\lambda_1 \neq \lambda_2$ зависят от положения заземления относительно границы раздела сред и от типа зонда.

В случае $\lambda_1 = \lambda_2$ при любом положении электрода *A* относительно границы раздела сред как для потенциал-зонда, так и для градиент-зонда:

$$\rho_{к,2}^{1} = \rho_{к,1}^{2} = \frac{2\rho_{m,1}\rho_{m,2}}{\rho_{m,1} + \rho_{m,2}} \frac{1}{\sqrt{1 + (\lambda^2 - 1)\cos^2 \alpha}}.$$

В этих же условиях при $\lambda_1 = \lambda_2$:

$$k_{12} = \frac{\rho_{m,2} - \rho_{m,1}}{\rho_{m,1} + \rho_{m,2}} = \frac{\rho_{n,2} - \rho_{n,1}}{\rho_{n,1} + \rho_{n,2}} = \frac{\rho_{t,2} - \rho_{t,1}}{\rho_{t,1} + \rho_{t,2}}$$

и

$$p_{12} = \frac{2\rho_{m,1}}{\rho_{m,1} + \rho_{m,2}} = \frac{2\rho_{n,1}}{\rho_{n,1} + \rho_{n,2}} = \frac{2\rho_{t,1}}{\rho_{t,1} + \rho_{t,2}}.$$

3. При расположении электрода *M* на оси *Z* кажущееся сопротивление среды, в которой находится питающее заземление, пропорционально продольному сопротивлению этой среды. При $\zeta_1 \to 0$, т.е. при $L \gg z_1$, это положение распространяется и на среду, в которой питающее заземление отсутствует. При $\lambda_1 = \lambda_2$

$$\rho_{к,2}^{1} = \rho_{к,1}^{2} = \frac{2\rho_{t,1}\rho_{t,2}}{\rho_{t,1} + \rho_{t,2}}$$

определяется соотношением удельных продольных сопротивлений анизотропных сред.

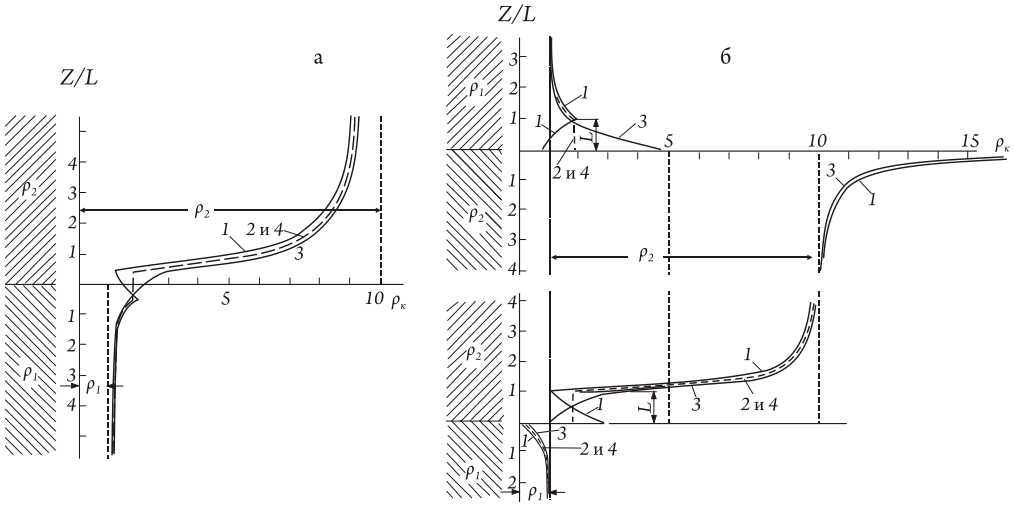


Рис. 4.11 а, б. *Кривые кажущегося сопротивления на участке пересечения контакта анизотропных сред*; **1** — $\lambda_1 = 1,2,\ \lambda_2 = 2$; **2** — $\lambda_1 = \lambda_2 = 1,41$; **3** — $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = 1,2$; **4** — изотропная среда, $\rho_2 = 10\rho_1$.
Масштаб глубин выражен в размерах зонда L

Анализ формул, определяющих кажущееся сопротивление, показывает полную справедливость принципа взаимности и — в данном конкретном случае — анизотропных сред.

Кривые 1, 2 и 3, приведённые на рис. 4.11 для анизотропных сред, в сопоставлении с кривой $\rho_к$ для изотропных сред, иллюстрируют характер влияния анизотропии и, в частности, равенства или неравенства λ_1 и λ_2 на конфигурацию этих кривых.

4.8. *Основы теории метода бокового электрического зондирования*

При изучении разрезов скважин теоретической задаче распределения потенциала электрического поля в среде с бесконечными цилиндрическими коаксиальными поверхностями раздела соответствует распределение потенциала электрического поля, созданного питающим заземлением *A*, установленным на оси скважины.

Скважина диаметром d_c заполнена глинистым раствором удельного электрического сопротивления ρ_p и пересекает пласт с очень большой мощностью удельного электрического сопротивления $\rho_{\text{п}}$.

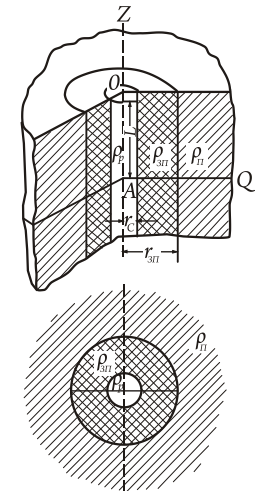


Рис. 4.12. *Схема неоднородной среды с коаксиально-цилиндрическими поверхностями раздела*

При этом между скважиной и пластом может находиться зона проникновения фильтрата глинистого раствора в пласт с внешним диаметром D и средним удельным электрическим сопротивлением $\rho_{\text{зп}}$ (рис. 4.12).

Для решения задачи воспользуемся цилиндрической системой координат (RZ), ось Z которой совместим с осью цилиндров (осью скважины), а начало — с источником тока — точкой A.

Для удобства последующих расчётов введём новые переменные $\bar{r} = r/r_c$ и $\bar{z} = z/r_c$, т.е. координаты r и z будем измерять в единицах радиуса r_c скважины.

Функции $U_p(\bar{r},\bar{z})$, $U_{\text{зп}}(\bar{r},\bar{z})$, $U_{\text{п}}(\bar{r},\bar{z})$, определяющие потенциал в скважине и в окружающих её средах, удовлетворяют уравнению Лапласа

$$\Delta U = 0$$

в любой точке исследуемого пространства, за исключением начала координат (точки, в которой находится питающее заземление A). В связи с аксиальной симметрией поля функции U_p, $U_{\text{зп}}$, U_n не должны зависеть от азимутального угла ψ. Поэтому в цилиндрической системе координат дифференциальное уравнение Лапласа будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial U}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{z}^2} = 0. \qquad (4.127)$$

Эти функции удовлетворяют следующим условиям:

1. В бесконечно удалённых точках, т.е. при $R = \sqrt{r^2 + z^2} \to \infty$, они обращаются в нуль.

2. При приближении к источнику тока A, функция U_p должна стремиться к значению потенциала U_0 точечного источника в однородной изотропной среде с сопротивлением ρ_p:

$$U_{p,\sqrt{r^2+z^2}\to 0} \to \frac{\rho_p I}{4\pi}\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}} = \frac{\rho_p I}{4\pi r_c}\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}} = U_0 . \qquad (4.128)$$

и при $R=\sqrt{r^2+z^2}\to 0$ обращается в бесконечность вида $1/R$.

Поэтому функция U_p может быть представлена и в следующем виде:

$$U_p = U_0 + U_p^*, \qquad (4.129)$$

где U_p^* — конечная и непрерывная функция (удовлетворяющая уравнению Лапласа) в любых точках среды p (скважины) и обращающаяся в нуль в бесконечно удалённых точках.

3. В точках, расположенных в непосредственной близости от поверхности раздела сред и разделённых этой поверхностью, искомые функции должны удовлетворять условию непрерывности потенциала:

$$\left(U_p\right)_{\bar r=1} = \left(U_{\text{зп}}\right)_{\bar r=1}; \qquad (4.130)$$

$$\left(U_{\text{зп}}\right)_{\bar r=\frac{r_{\text{зп}}}{r_c}=\bar r_{\text{зп}}} = \left(U_n\right)_{\bar r=\frac{r_{\text{зп}}}{r_c}=\bar r_{\text{зп}}}, \qquad (4.131)$$

4. В этих же точках должны соблюдаться условия постоянства нормальной (радиальной) составляющей плотности тока:

$$\left(\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial U_p}{\partial r}\right)_{\bar r=1} = \left(\frac{1}{\rho_{\text{зп}}}\frac{\partial U_{\text{зп}}}{\partial r}\right)_{\bar r=1}; \qquad (4.132)$$

$$\left(\frac{1}{\rho_{\text{зп}}}\frac{\partial U_{\text{зп}}}{\partial r}\right)_{\bar r=\bar r_{зп}} = \left(\frac{1}{\rho_{\text{п}}}\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial r}\right)_{\bar r=\bar r_{зп}}. \qquad (4.133)$$

5. Потенциальные функции не зависят от знака z вследствие симметрии поля относительно плоскости Q, проходящей через источник тока и перпендикулярной к оси скважины.

Для решения дифференциального уравнения (4.127) воспользуемся, как и ранее, методом Фурье. Будем искать частный интеграл уравнения (4.127) в виде произведения функций

$$U = f\left(\bar{r}\right)\varphi\left(\bar{z}\right),$$

в котором функция $f\left(\bar{r}\right)$ зависит только от $\bar{r}$, а функция $\varphi\left(\bar{z}\right)$ только от $\bar{z}$.

Продифференцируем это произведение дважды — по $\bar{r}$ и по $\bar{z}$. Подставим полученные производные в правую часть равенства (4.127) и разделим результат на $U = f\left(\bar{r}\right)\varphi\left(\bar{z}\right)$; тогда

$$\frac{f''(\bar{r})}{f(\bar{r})} + \frac{1}{\bar{r}}\frac{f'(\bar{r})}{f(\bar{r})} + \frac{\varphi''(\bar{z})}{\varphi(\bar{z})} = 0. \qquad (4.134)$$

В связи с независимостью функций $f\left(\bar{r}\right)$ от $\bar{z}$ и $\varphi\left(\bar{z}\right)$ от $\bar{r}$ отношение $\frac{\varphi''(\bar{z})}{\varphi(\bar{z})}$ постоянно. Полагая $\frac{\varphi''(\bar{z})}{\varphi(\bar{z})} = -m^2 = const$, приводим дифференциальное уравнение (4.134) в частных производных к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\varphi''(\bar{z}) + m^2\varphi(\bar{z}) = 0;$$

$$f''(\bar{r}) + \frac{1}{\bar{r}}f'(\bar{r}) - m^2 f(\bar{r}) = 0.$$

Частными интегралами первого уравнения будут функции $\sin m\bar{z}$ и $\cos m\bar{z}$, второго — функции Бесселя первого и второго родов $I_0(m\bar{r})$ и $K_0(m\bar{r})$ нулевого порядка от мнимого аргумента.

Следовательно, частными интегралами уравнения (4.127) должны быть произведения

$$I_0\left(m\bar{r}\right)\sin m\bar{z}, \quad I_0\left(m\bar{r}\right)\cos m\bar{z}, \quad K_0\left(m\bar{r}\right)\sin m\bar{z}, \quad K_0\left(m\bar{r}\right)\cos m\bar{z}.$$

Так как потенциал *U* не зависит от знака *z*, то при составлении общего интеграла уравнения (4.127) следует принять равными нулю коэффициенты в линейных комбинациях, содержащих произведения

$$I_0\left(m\bar{r}\right)\sin m\bar{z} \qquad \text{и} \qquad K_0\left(m\bar{r}\right)\sin m\bar{z}.$$

Таким образом, общее формальное решение представляется суммой двух интегралов:

$$U = \int_0^\infty A(m)\, I_0(m\bar{r})\cos m\bar{z}\, dm + \int_0^\infty B(m)\, K_0(m\bar{r})\cos m\bar{z}\, dm, \qquad (4.135)$$

где $A(m)$ и $B(m)$ — функции параметра m, в частном случае они могут постоянными величинами.

В скважине (в среде P) потенциальная функция должна удовлетворять также условию (4.129). Воспользовавшись интегралом Вебера, функцию U_0 можно представить в следующем виде:

$$U_0 = \frac{\rho_p I}{4\pi r_c} \frac{1}{\sqrt{\bar{r}^2 + \bar{z}^2}} = \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c} \int_0^\infty K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm. \qquad (4.136)$$

Так как функция U_p^* конечна во всех точках среды P, то она не может содержать функции $K_0(m\bar{r})$. В этом случае функция $\bar{U}(p)$ была бы идентичной U_0.

Поэтому условие (4.129) и соотношения (4.135) и (4.136) будут соблюдены, если предположить

$$B_p(m) = \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c}$$

и принять $$U_p^* = \int_0^\infty A_0(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm.$$

Правильность отождествления второго интеграла в правой части уравнения (4.135) с потенциалом электрического поля в однородном изотропном пространстве будет также подтверждена в дальнейшем [см. сноску к формуле (4.155)], где показано, что в однородной среде функция $A_p(m) = 0$ и, следовательно, $U_p^* = \int_0^\infty A_p(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm$ также равно нулю. Поэтому первый интеграл в правой части равенства (4.135) характеризует изменение потенциала электрического поля источника тока A в связи с неоднородностью среды, окружающей скважину. Таким образом, в скважине — в среде P — потенциал электрического поля:

$$U_p = \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c} \int_0^\infty K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm + \int_0^\infty A_p(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm. \quad (4.137)$$

В среде «зп» потенциальная функция

$$U_{зп} = \int_0^\infty A_{зп}(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm + \int_0^\infty B_{зп}(m) K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z} dm. \quad (4.138)$$

Во внешней среде «п», в которой решения уравнения (4.127) не могут иметь членов, содержащих функцию $I_0(m\bar{r})$ (в связи с беспредельным возрастанием этой функции при $\bar{r} \to 0$):

$$U_{\text{п}} = \int_0^\infty B_{\text{п}}(m) K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm. \qquad (4.139)$$

Для упрощения дальнейших вычислений умножим функции $A_p(m)$, $A_{\text{зп}}(m)$, $B_{\text{зп}}(m)$ и $B_{\text{п}}(m)$ соответственно на $\frac{2\pi^2 r_c}{\rho_0 I}$, $\frac{2\pi^2 r_c}{\rho_{\text{зп}} I}$, $\frac{2\pi^2 r_c}{\rho_{\text{п}} I}$ и введём новые функции:

$$C_p(m) = \frac{2\pi^2 r_c}{\rho_p I} A_p(m); \qquad C_{\text{зп}}(m) = \frac{2\pi^2 r_c}{\rho_{\text{зп}} I} A_{\text{зп}}(m);$$

$$D_{\text{зп}}(m) = \frac{2\pi^2 r_c}{\rho_{\text{зп}} I} B_{\text{зп}}(m); \qquad D_{\text{п}}(m) = \frac{2\pi^2 r_c}{\rho_{\text{п}} I} B_{\text{п}}(m). \qquad (4.140)$$

После этого равенства (4.137), (4.138) и (4.139) примут следующий вид:

$$U_p = \frac{\rho_{\text{п}} I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm + \int_0^\infty C_p(m)\, I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm\right]; \qquad (4.141)$$

$$U_{\text{зп}} = \frac{\rho_{\text{зп}} I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty C_{\text{зп}}(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm + \int_0^\infty D_{\text{зп}}(m) K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm\right]; \qquad (4.142)$$

$$U_{\text{п}} = \frac{\rho_{\text{п}} I}{2\pi^{2\cdot} r_c}\left[\int_0^\infty D_{\text{п}}(m) K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm\right]. \qquad (4.143)$$

Для определения неизвестных функций $C_p(m)$, $C_{\text{зп}}(m)$, $D_{\text{зп}}(m)$ и $D_{\text{п}}(m)$ воспользуемся граничными условиями (4.130)–(4.133). Положим в (4.141) и (4.142) $\bar{r} = 1$ и в (4.142) и (4.143) $\bar{r} = \bar{r}_{\text{зп}}$. Приравняв правые части каждой пары перечисленных уравнений, получим:

$$\frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty C_p(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm + \int_0^\infty K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm\right] =$$

$$= \frac{\rho_{\text{зп}} I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty C_{\text{зп}}(m) I_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm + \int_0^\infty D_{\text{зп}}(m) K_0(m\bar{r}) \cos m\bar{z}\, dm\right]$$

или
$$\int_0^\infty \left\{\rho_p\left[C_p(m)I_0(m)+K_0(m)\right]- \right.$$
$$\left.-\rho_{\text{зп}}\left[C_{\text{зп}}(m)I_0(m)+D_{\text{зп}}(m)K_0(m)\right]\right\}\cos m\bar{z}dm=0 \quad ; \qquad (4.144)$$

$$\frac{\rho_{\text{зп}}I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty C_{\text{зп}}(m)I_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)\cos m\bar{z}dm+\int_0^\infty D_{\text{зп}}(m)K_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)\cos m\bar{z}dm\right]= \quad ;$$
$$=\frac{\rho_{\text{п}}I}{2\pi^2 r_c}\int_0^\infty D_{\text{п}}(m)K_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)\cos m\bar{z}dm$$

$$\int_0^\infty\left\{\rho_{\text{зп}}\left[C_{\text{зп}}(m)I_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)+D_{\text{зп}}(m)K_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)\right]- \right.$$
$$\left.-\rho_{\text{п}}D_{\text{п}}(m)K_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)\right\}\cos m\bar{z}dm=0 \quad . \qquad (4.145)$$

Равенства (4.133) и (4.145) соблюдаются при любых значениях $\bar{z}$, если равны нулю выражения, стоящие в фигурных скобках:

$$\rho_p C_p(m)I_0(m)+\rho_p K_0(m)-\rho_{\text{зп}}C(m)I_0(m)-\rho_{\text{зп}}D_{\text{зп}}(m)K_0(m)=0 \quad (4.146)$$

и

$$\rho_{\text{зп}}C_{\text{зп}}(m)I_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)+\rho_{\text{зп}}D_{\text{зп}}(m)K_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)-\rho_{\text{п}}D_{\text{п}}(m)K_0\left(m\bar{r}_{\text{зп}}\right)=0. \quad (4.147)$$

Для использования граничных условий (4.130) и (4.131) предварительно вычислим производные по r от потенциальных функций (4.141)–(4.143).

Воспользовавшись известными из теории бесселевых функций соотношениями $I_0'(x)=I_1(x)$, $K_0'(x)=-K_1(x)$, в которых $I_0'(x)$ и $K_0'(x)$ — производные функции Бесселя первого и второго родов нулевого порядка аргумента x; $I_1(x)$ и $K_1(x)$ — функции Бесселя первого и второго родов первого порядка от того же аргумента, будем иметь:

$$\frac{\partial U_p}{\partial r}=\frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c^2}\left[\int_0^\infty mC_p(m)I_0'\left(m\bar{r}\right)\cos m\bar{z}dm+\int_0^\infty mK_0'(m)\cos m\bar{z}dm\right]= \quad ; (4.148)$$
$$=\frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c^2}\left[\int_0^\infty mC_p(m)I_1\left(m\bar{r}\right)\cos m\bar{z}dm-\int_0^\infty mK_1(m)\cos m\bar{z}dm\right]$$

$$\frac{\partial U_{\text{зп}}}{\partial r}=\frac{\rho_{\text{зп}}I}{2\pi^2 r_c^2}\left[\int_0^\infty mC_{\text{зп}}(m)I_0'(m\bar{r})\cos m\bar{z}dm+\int_0^\infty mD_{\text{зп}}(m)K_0'\cos m\bar{z}dm\right]=$$
$$=\frac{\rho_{\text{зп}}I}{2\pi^2 r_c^2}\left[\int_0^\infty mC_{\text{зп}}(m)I_1(m)\cos m\bar{z}dm-\int_0^\infty mD_{\text{зп}}(m)K_1(m\bar{r})\cos m\bar{z}dm\right] \quad ;(4.149)$$

$$\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial r}=\frac{\rho_{\text{п}}I}{2\pi^2 r_c^2}\int_0^\infty mD_{\text{п}}(m)K_0'(m\bar{r})\cos m\bar{z}dm=$$
$$=-\frac{\rho_{\text{п}}I}{2\pi^2 r_c^2}\int_0^\infty mD_{\text{п}}(m)K_1(m\bar{r})\cos m\bar{z}dm. \quad (4.150)$$

Разделим равенство (4.148) на ρ_p, а равенство (4.149) — на $\rho_{\text{зп}}$. Приняв в этих равенствах $\bar{r}=1$, согласно условию (4.130), получим:

$$\int_0^\infty mC_p(m)I_1(m)\cos m\bar{z}dm-\int_0^\infty mK_1(m)\cos m\bar{z}dm=$$
$$=\int_0^\infty mC_{\text{зп}}(m)I_1(m)\cos m\bar{z}dm-\int_0^\infty mD_{\text{зп}}(m)K_1(m)\cos m\bar{z}dm$$

или
$$\int_0^\infty m\left[C_p(m)I_1(m)-K_1(m)-C_{\text{зп}}(m)I_1(m)+\right.$$
$$\left.+D_{\text{зп}}(m)K_1(m)\right]\cos m\bar{z}dm=0 \quad (4.151)$$

Далее разделим равенство (4.149) на $\rho_{\text{зп}}$, а равенство (4.150) — на $\rho_{\text{п}}$. Взяв $\bar{r}=\bar{r}_{\text{зп}}$ и приравняв полученные выражения согласно условию (4.131), придём к уравнению:

$$\int_0^\infty mC_{\text{зп}}(m)I_1(m\bar{r}_{\text{зп}})\cos m\bar{z}dm-\int_0^\infty mD_{\text{зп}}(m)K_1(m\bar{r}_{\text{зп}})\cos m\bar{z}dm=$$
$$=-\int_0^\infty mD_{\text{п}}(m)K_1(m\bar{r}_{\text{зп}})\cos m\bar{z}dm$$

или

$$\int_0^\infty m\left[C_{\text{зп}}(m)I_1(m\bar{r}_{\text{зп}})-D_{\text{зп}}(m)K_1(m\bar{r}_{\text{зп}})+D_{\text{п}}(m)K_1(m\bar{r}_{\text{зп}})\right]\cos m\bar{z}dm=0 \quad (4.152)$$

Равенства (4.151) и (4.152) удовлетворяются при любом значении $\bar{z}$ в том случае, если выражения, стоящие в квадратных скобках, равны нулю, т.е. при

$$C_p(m)I_1(m) - K_1(m) - C_{зп}(m)I_1(m) + D_{зп}(m)K_1(m) = 0; \quad (4.153)$$

$$C_{зп}(m)I_1\left(m\bar{r}_{зп}\right) - D_{зп}(m)K_1\left(m\bar{r}_{зп}\right) + D_{п}(m)K_1\left(m\bar{r}_{зп}\right) = 0. \quad (4.154)$$

Решение системы четырёх уравнений [(4.146), (4.147), (4.153) и (4.154)] относительно четырёх неизвестных функций [$C_p(m)$, $C_{зп}(m)$, $D_{зп}(m)$ и $D_{п}(m)$] даёт возможность определить эти функции.

Измерительные электроды зонда находятся в глинистом растворе (среда «*p*»). Поэтому из всех перечисленных функций практический интерес представляет отыскание функции $C_p(m)$, входящей в уравнение (4.141).

Решив эту задачу, получим:

$$\begin{aligned} C_p(m) = {} & \frac{[I_1(m\bar{r}_{зп})K_1(m) - I_1(m)K_1(m\bar{r}_{зп})]\times}{[I_0(m)K_1(m\bar{r}_{зп}) + I_1(m\bar{r}_{зп})K_0(m)]\times} \rightarrow \\ \rightarrow & \frac{\times K_0(m)K_0(m\bar{r}_{зп})(\mu_{зп,p}-1)(\mu_{п,зп}-1)m^2\bar{r}_{зп} +}{\times I_1(m)K_0(m\bar{r}_{зп})(\mu_{зп,p}-1)(\mu_{п,зп}-1)m^2\bar{r}_{зп} +} \rightarrow \\ \rightarrow & \frac{+K_0(m\bar{r}_{зп})K_1(m\bar{r}_{зп})(\mu_{зп,p}-1)\mu_{зп,p}m\bar{r}_{зп} +}{+I_1(m\bar{r}_{зп})K_0(m\bar{r}_{зп})(\mu_{п,зп}-1)(\mu_{п,зп}-1)m\bar{r}_{зп} +} \rightarrow \\ \rightarrow & \frac{+K_0(m)K_1(m)(\mu_{зп,p}-1)m}{+I_1(m)K_0(m)(\mu_{зп,p}-1)m+1} \equiv \frac{M(m)}{K(m)} \end{aligned}, \quad (4.155)$$

где $\mu_{зп,p} = \dfrac{\rho_{зп}}{\rho_p}$ и $\mu_{п,зп} = \dfrac{\rho_{п}}{\rho_{зп}}$

В точках, расположенных на оси *Z*, для которых $\bar{r} = 0$ и следовательно, $I_0(m\bar{r}) = I_0(0) = 1$:

$$\begin{aligned} U_{p=r=0} = U &= \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty K_0(m\bar{r})\cos m\bar{z}\,dm + \int_0^\infty C_p(m)\cos m\bar{z}\,dm\right] = \\ &= \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c}\left[\frac{\pi}{2\bar{z}} + \int_0^\infty C_p(m)\cos m\bar{z}\,dm\right] \end{aligned}. \quad (4.156)$$

Приняв в правой части равенства (4.156) $\bar{z} = \bar{L} = \dfrac{L}{r_c}$ и подставив полученное выражение в формулу (4.4), определим кажущееся сопротивление для потенциал-зонда:

$$\rho_к = \rho_p \left[1 + \frac{2\bar{L}}{\pi} \int_0^\infty C_p(m) \cos m\bar{z}\, dm \right]. \qquad (4.157)$$

Производная, взятая по $\bar{z}$ с обратным знаком от равенства (4.156) при $\bar{z} = \bar{L}$, даёт напряжённость E электрического поля в точках M, расположенных на оси Z на расстоянии $\bar{L}$ от источника тока:

$$E = -\left(\frac{U_p}{\partial z} \right)_{z=L} = \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c^2} \left[\frac{\pi}{2\bar{L}^2} + \int_0^\infty m C_p(m) \sin m\bar{L}\, dm \right]. \quad (4.158)$$

Подставив значение E в формулу (4.5), найдём $\rho_к$ для градиент-зонда:

$$\rho_к = \rho_0 \left[1 + \frac{2\bar{L}^2}{\pi} \int_0^\infty m C_p(m) \sin m\bar{L}\, dm \right]. \qquad (4.159)$$

Для получения числовых значений $\rho_к$ или отношений $\rho_к / \rho_п$, которые широко используются при интерпретации результатов электрометрии скважин, необходимо вычислять интегралы, стоящие в правых частях равенств (4.157) и (4.159). Эти интегралы непосредственно не берут; их интегрирование сопряжено со значительными трудностями. Для выбора метода числового расчёта изучим характер подынтегральных функций $C_p(m)\cos m\bar{L}$ и $mC_p(m)\sin m\bar{L}$ в интервале интегрирования от нуля до бесконечности.

При конечных значениях аргумента m функция $C_p(m)$ конечна, так как ни числитель, ни знаменатель дроби (4.155), определяющей функцию $C_p(m)$, не обращаются в нуль или бесконечность; функции $I_0(m)$, $I_1(m)$, $K_0(m)$, $K_1(m)$, $I_1(m\bar{r}_{зп})$, $K_0(m\bar{r}_{зп})$, и $K_1(m\bar{r}_{зп})$ конечны.

При $m \to 0$ функции стремятся к предельным значениям:

$$I_0(x) \to 1; \quad I_1(x) \to \frac{x}{2}; \quad K_0(x) \to -\left(\ln\frac{x}{2} + C \right); \quad K_1(x) \to \frac{1}{x},$$

где $C = 0{,}577215\ldots$ и, следовательно,

$$C_p(m)_{m\to 0} = M(m)/K(m)\big|_{m\to 0} \to$$

$$\to -\left[\left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p}-1\right)\ln m - \frac{\rho_{\text{п}}-\rho_{\text{зп}}}{\rho_p}\ln \bar{r}_{\text{зп}} - \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p}-1\right)(\ln 2 - C)\right] = , \quad (4.160)$$

$$= -\left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p}-1\right)\ln m + D$$

где D — величина, не зависящая от переменной m:

$$D = 0{,}116\left(\frac{\rho_n}{\rho_p}-1\right) - \frac{\rho_n-\rho_{зп}}{\rho_p}\ln \bar{r}_{зп}\,.$$

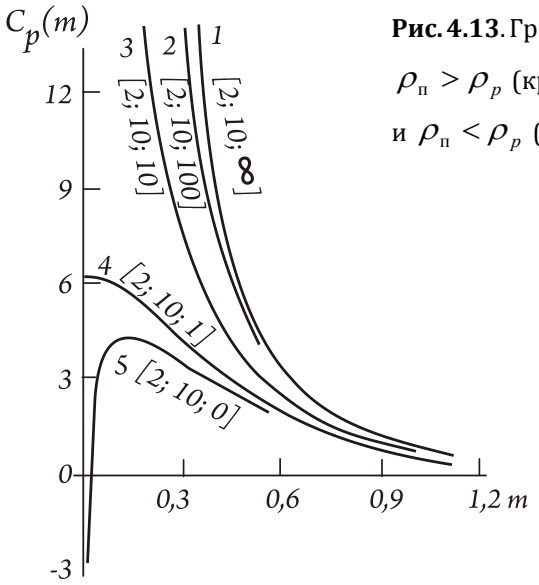


Рис. 4.13. Графики функции $C_p(m)$ для $\rho_{\text{п}} > \rho_p$ (кривые 1, 2, 3), $\rho_{\text{п}} = \rho_p$ (кривая 4) и $\rho_{\text{п}} < \rho_p$ (кривая 5).

1 — $C_p = f(m)$; $C_p \cos m\bar{L} = f(m)$;
2 — для $\tau = 0{,}16$,
3 — для $\tau = 0{,}32$,
4 — для $\tau = 0{,}64$,
5 — для $\tau = 1{,}28$.

Из равенства (4.160) следует, что при $m \to 0$ и $\rho_{\text{п}} \neq \rho_p$ функция $C_p(m)$ обращается в бесконечность вида $\ln m$, причём при $\rho_n > \rho_p$ с уменьшением m функция $C_p(m)$ стремится к $+\infty$ и при $\rho_{\text{п}} < \rho_p$ стремится к $-\infty$.

Функция $mC_p(m)$, находящаяся под знаком интеграла в выражениях (4.158) и (4.159), при $m \to 0$ стремится к нулю.

При бесконечном увеличении аргумента x:

$$I_{0,1}(x) \to \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}[1+0(1/x)], \quad K_{0,1}(x) \to \sqrt{\frac{\pi}{2x}}\,e^{-x}[1+0(1/x)] \to 0\,.$$

Учитывая, что при этом:

$$I_1(m\bar{r}_{зп})K_1(m) - I_1(m)K_1(m\bar{r}_{зп}) = \frac{1}{2m\sqrt{\bar{r}_{зп}}}\left[e^{m(\bar{r}_{зп}-1)} - e^{m(1-\bar{r}_{зп})}\right],$$

$$K_0(m)K_1(m) = \frac{\pi}{2m}e^{-2m},$$

$$K_0(m)K_0(m\bar{r}_{зп}) = \frac{\pi}{2m\sqrt{\bar{r}_{зп}}}e^{-m(1+\bar{r}_{зп})}$$

и

$$K_0(m\bar{r}_{зп})K_1(m\bar{r}_{зп}) = \frac{\pi}{2m\bar{r}_{зп}}e^{-2m\bar{r}_{зп}},$$

получим асимптотику числителя $M(m)$ в формуле (4.155) при $m \to \infty$:

$$\begin{aligned} M(m) &= \frac{1}{2m\sqrt{\bar{r}_{зп}}}\frac{\pi}{2m\sqrt{\bar{r}_{зп}}}\left[e^{m(\bar{r}_{зп}-1)}e^{-m(1+\bar{r}_{зп})} - e^{-2m\bar{r}_{зп})}\right]\times \\ &\times\left(\mu_{п,зп}-1\right)\left(\mu_{зп,p}-1\right)m^2\bar{r}_{зп} + \mu_{зп,p}\left(\mu_{п,зп}-1\right)\frac{\pi}{2m\bar{r}_{зп}}e^{-2m\bar{r}_{зп}}m\bar{r}_{зп} + \\ &+\frac{\pi}{2m}e^{-2m}\left(\mu_{зп,p}-1\right)m = \frac{\pi}{4}\left(\mu_{зп,p}-1\right)\left(\mu_{п,зп}-1\right)\times \\ &\times\left[e^{-2m} - e^{-2m\bar{r}_{зп}}\right] + \frac{\pi}{2}\mu_{зп,p}\left(\mu_{п,зп}-1\right)e^{-2m\bar{r}_{зп}} + \frac{\pi}{2}\left(\mu_{зп,p}-1\right)e^{-2m} \to 0 \end{aligned} \quad . \quad (4.161)$$

Знаменатель $K(m)$ в формуле (4.155) при $m \to 0$ не обращается в нуль. Поэтому обе функции $C_p(m)$ и $mC_p(m)$ при $m \to \infty$ стремятся к нулю [так как произведения вида ($me^{-am}_{m\to\infty} \to 0$, где a — постоянная, также стремятся к нулю].

Подынтегральные функции в правых частях равенств (4.136)–(4.138) осциллируют с амплитудой, изменяющейся по закону изменения функций $C_p(m)$ и $mC_p(m)$ и периодом $2\pi/\bar{L}$, зависящим от относительного размера $\bar{L}$ зонда.

Обращение функции $C_p(m)$ в бесконечность при $m \to 0$, осцилляция подынтегральных функций (рис. 4.13 (кривые 3 и 4) и рис. 4.14) и бесконечность предела интегрирования определяют практическую невозможность вычисления интегралов, стоящих в правых частях равенств (4.157)–(4.159), без специальных преобразований, которые сводятся к следующему:

1. При $\rho_n \neq \rho_p$ и малых значениях аргумента введём вспомогательную функцию $\Phi(m)$, удовлетворяющую двум условиям:

а) сумма функций $C_p^*(m) = C_p(m) + \Phi(m)$ представляет собой конечную и непрерывную функцию для любых значений m от нуля до m_0, где m_0 — произвольное наперёд заданное положительное число, для которого функция $C_p(m)$ конечна; при $m > m_0$ полагают $\Phi(m) = 0$, что даёт возможность привести интеграл в правой части равенства (4.157) к сумме интегралов:

$$\int_0^\infty C_p(m)\cos m\overline{L}\,dm = \int_0^\infty \left[C_p(m) + \Phi(m)\right]\cos m\overline{L}\,dm - \int_0^{m_0} \Phi(m)\cos m\overline{L}\,dm;$$

б) вычисление интеграла $\int_0^\infty \Phi(m)\cos m\overline{L}\,dm$ не представляет затруднений.

Функцию $\Phi(m)$ определим, воспользовавшись асимптотическим выражением функции $C_p(m)$ при $m \to 0$:

$$C_p(m) = -\left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln m + D.$$

Примем $$\Phi(m) = \left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln m + C_1.$$

Постоянную C_1 найдём из граничного условия при $m = m_0$:

$$\Phi(m_0) = \left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln m_0 + C_1 = 0,$$

следовательно, $$C_1 = -\left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln m_0;$$

$$\Phi(m) = \left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln\frac{m}{m_0}. \qquad (4.162)$$

При таком выборе $\Phi(m)$ при $m \to 0$ функция

$$C_p^* = -\left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln m + D + \left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln\frac{m}{m_0} = D - \left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\ln m_0 =$$

$$= \left(\frac{\rho_\text{п}}{\rho_p} - 1\right)\left(\ln 2 - \ln m_0 - C\right) - \frac{\rho_\text{п} - \rho_\text{зп}}{\rho_p}\ln \bar{r}_\text{зп} = const$$ является конечной.

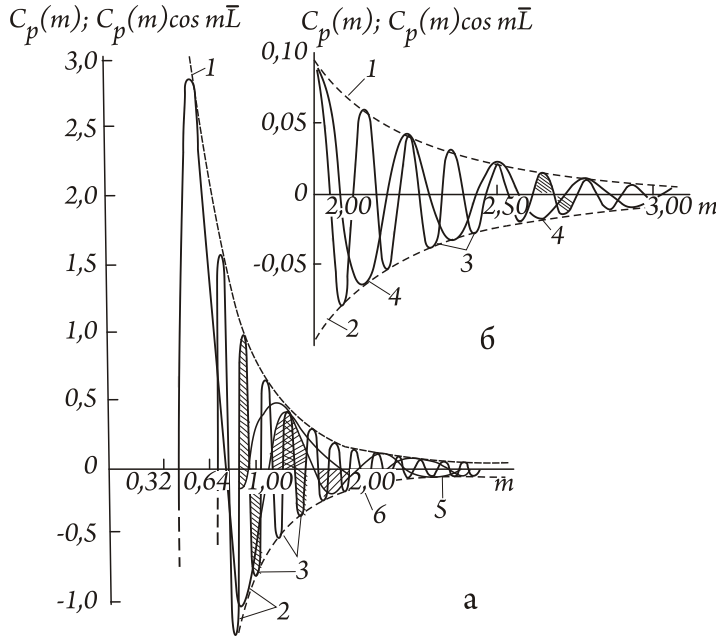


Рис. 4.14 а, б. *Графики функции* $C_p = f(m)$ *и* $C_p \cos m\bar{L} = \overline{f}(m)$;
а — в области $0 < m < 3$; **б** — в области $1{,}8 < m < 3{,}5$ (масштаб в 10 раз крупнее);
1 — $C_p = f(m)$; $C_p \cos m\bar{L} = f(m)$; 2 — для $\tau = 0{,}16$, 3 — для $\tau = 0{,}32$,
4 — для $\tau = 0{,}64$, 5 — для $\tau = 1{,}28$. Штриховкой для наглядности отмечены полупериоды, соответствующие различным значениям τ.

Функция $\Phi(m)$ полностью удовлетворяет и второму условию её выбора. Интеграл, содержащий эту функцию, легко вычисляется интегрированием по частям:

$$\int_0^{m_0} \Phi(m)\cos m\bar{L}\,dm = \left(\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p} - 1\right)\int_0^{m_0} \ln\frac{m}{m_0}\cos m\bar{L}\,dm = \\ = \frac{\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p} - 1}{\bar{L}}\int_0^{m_0} \ln\frac{m}{m_0}\frac{\sin m\bar{L}}{m\bar{L}}\,dm\bar{L} = -\frac{\frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p} - 1}{\bar{L}}\sin(m_0\bar{L}) \qquad (4.163)$$

так как значения интегрального синуса $\sin(m_0\bar{L})$ табулированы.

Следовательно,

$$\int_0^{m_0} C_p(m)\cos m\bar{L}\,dm = \int_0^{m_0} C_p^*(m)\cos m\bar{L}\,dm\,. \qquad (4.164)$$

2. Для исключения бесконечного предела интегрирования и осциллирования подынтегральной функции заменим интеграл в правой части равенства (4.164) суммой интегралов с конечными пределами $\frac{2k\pi}{\bar{L}} - \frac{2(k+1)}{\bar{L}}$, где k — 0, 1, 2, ..., т.е. приведём интеграл к виду:

$$\int_0^{m_0} C_p^*(m)\cos m\bar{L}\,dm = \sum_{k=0}^{k=\infty} \int_{\frac{2\pi k}{\bar{L}}}^{\frac{2(k+1)\pi}{\bar{L}}} C_p^*(m)\cos m\bar{L}\,dm =$$

$$= \int_0^{\frac{2\pi}{\bar{L}}} \sum_{k=0}^{k=\infty} C_p^*\left(n+\frac{2\pi k}{\bar{L}}\right)\cos n\bar{L}\,dn = \int_0^{\frac{\pi}{2\bar{L}}} \sum_{k=0}^{k=\infty} C_p^*\left(n+\frac{2\pi k}{\bar{L}}\right)\cos n\bar{L}\,dn +$$

$$+ \int_{\frac{\pi}{2\bar{L}}}^{\frac{\pi}{\bar{L}}} \sum_{k=0}^{k=\infty} C_p^*\left(n+\frac{2\pi k}{\bar{L}}\right)\cos n\bar{L}\,dn + \int_{\frac{\pi}{\bar{L}}}^{\frac{3\pi}{2\bar{L}}} \sum_{k=0}^{k=\infty} C_p^*\left(n+\frac{2\pi k}{\bar{L}}\right)\cos n\bar{L}\,dn = \quad (4.165)$$

$$= \int_{\frac{3\pi}{2\bar{L}}}^{\frac{2\pi}{\bar{L}}} \sum_{k=0}^{k=\infty} C_p^*\left(n+\frac{2\pi k}{\bar{L}}\right)\cos n\bar{L}\,dn, \quad \text{где } n = m - \frac{2k\pi}{\bar{L}}$$

Далее заменим переменные во втором интеграле n на $\frac{\pi}{\bar{L}} - n$, в третьем интеграле n на $\frac{\pi}{\bar{L}} + n$ и в четвёртом интеграле n на $\frac{2\pi}{\bar{L}} - n''$. Опустив штрихи у n и заменив букву n буквой m, получим:

$$\int_0^{\infty} C_p^*(m)\cos m\bar{L}\,dm = \int_0^{\frac{\pi}{2\bar{L}}} \sum_{k=0}^{k=\infty} \left[C_p^*\left(\frac{2\pi k}{\bar{L}}+m\right) - C_p^*\left(\frac{2k+1}{\bar{L}}\pi - m\right) - \right. \quad (4.166)$$

$$\left. - C_p^*\left(\frac{2k+1}{\bar{L}}\pi + m\right) + C_p\left(\frac{2k+2}{\bar{L}}\pi - m\right)\right]\cos m\bar{L}\,dm$$

Таким образом, интегрирование периодической функции в пределах изменения аргумента от нуля до бесконечности приводит к интегрированию в пределах четверти периода от нуля до $\pi/2\bar{L}$. Вычисление соответствующих интегралов с помощью ЭВМ не представляет сложности.

Вычисление интегралов, стоящих в правой части равенств (4.158) и (4.159), не требует введения функции $\Phi(m)$ и сводится лишь к преобразованию интеграла с бесконечными пределами интегрирования к интегралу с пределами от нуля до $n/2\bar{L}$:

$$\int_0^\infty mC_p(m)\sin m\bar{L}\,dm = \int_0^{\frac{\pi}{2\bar{L}k=\infty}} \sum_{k=0}\left[\left(\frac{2\pi k}{\bar{L}}+m\right)C_p\left(\frac{2\pi k}{\bar{L}}+m\right)+\right.$$
$$+\left(\frac{2k+1}{\bar{L}}\pi-m\right)C_p\left(\frac{2k+1}{\bar{L}}\pi-m\right)-\left(\frac{2k+1}{\bar{L}}\pi+m\right)C_p\left(\frac{2k+1}{\bar{L}}\pi+m\right)-$$
$$\left.-\left(\frac{2k+2}{\bar{L}}\pi-m\right)C_p\left(\frac{2k+2}{\bar{L}}\pi-m\right)\right]\sin m\bar{L}\,dm \qquad (4.167)$$

При отсутствии зоны проникновения фильтрата глинистого раствора, решение задачи значительно упрощается. В этом случае потенциальные функции для скважины и окружающей среды определяются равенствами:

$$U_p = \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c}\left[\int_0^\infty K_0(m\bar{r})\cos m\bar{z}\,dm + \int_0^\infty C_p(m)\,I_0(m\bar{r})\cos m\bar{z}\,dm\right];$$

$$U_{\text{п}} = \frac{\rho_{\text{п}} I}{2\pi^2 r_c}\int_0^\infty D_{\text{п}}(m)\,K_0(m\bar{r})\cos m\bar{z}\,dm.$$

Граничные условия дают возможность составить систему двух уравнений:

$$\begin{aligned}&\rho_p K_0(m)+\rho_p C_p I_0(m)-\rho_{\text{п}} D_{\text{п}}(m)\,K_0(m)=0\\&-K_1(m)+C_p(m)\,I_1(m)+D_{\text{п}}(m)\,K_1(m)=0\end{aligned},$$

решение которых определяет искомую функцию $C_p(m)$:

$$C_p(m)=\frac{(\rho_{\text{п}}-\rho_p)K_0(m)K_1(m)}{(\rho_{\text{п}}-\rho_p)I_1(m)K_0(m)+\dfrac{\rho_p}{m}}=\frac{(\mu_{\text{п},p}-1)K_0(m)K_1(m)}{(\mu_{\text{п},p}-1)I_1(m)K_0(m)+1}.$$

При $\rho_{\text{п}}=\rho_p$ $C_p(m)=0$ и, следовательно, в однородной среде $U_p^*=0$. Исследуя формулы (4.157) и (4.159), легко прийти к заключению, что отношение кажущегося сопротивления $\rho_к$, к удельному электрическому сопротивлению ρ_p, глинистого раствора, равное j/j_0 [например, см. (4.7)], является функцией отношений размера зонда L к радиусу r_c $\left(\bar{L}=\dfrac{L}{r_c}\right)$ или

диаметру d_c ($L_d = \dfrac{L}{d_c} = \dfrac{\bar{L}}{2}$ скважины и отношений $\dfrac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p} = \mu_{\text{п},p}$ и $\dfrac{\rho_{\text{зп}}}{\rho_p} = \mu_{\text{зп},p}$ удельных электрических сопротивлений $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{зп}}$ исследуемых пород и зоны проникновения в них фильтрата глинистого раствора к удельному электрическому сопротивлению последнего. От этих отношений зависит функция $C_p(m)$).

При беспредельном уменьшении размера L зонда, а, следовательно, и отношения

$$\bar{L} = \frac{L}{r_c} \quad \text{или} \quad L_d = \frac{L}{d_c},$$

$$\frac{2\bar{L}}{\pi}\int_0^{\infty} mC_p(m)\cos m\bar{L}dm \to 0, \quad \frac{2\bar{L}^2}{\pi}\int_0^{\infty} mC_p(m)\sin m\bar{L}dm \to 0.$$

Поэтому при $\bar{L} \to 0$ $\left(\dfrac{\rho_к}{\rho_p}\right)_{\bar{L}\to 0} \to 1$ или $(\rho_к)_{\bar{L}\to 0} \to \rho_p$, т.е. при уменьшении размера зонда кажущееся сопротивление, замеренное по оси скважины, стремится к удельному электрическому сопротивлению глинистого раствора. Таким образом, зависимости $\rho_к/\rho_p = f(L_d)$ для потенциал-зонда и градиент-зонда имеют *левую асимптоту*, уравнение которой $\rho_к/\rho_p = 1$ или $\rho_к = \rho_p$. При беспредельном возрастании размера потенциал-зонда

$$\left|\frac{2\bar{L}}{\pi}\int_0^{\infty} C_p^*(m)\cos m\bar{L}\,dm\right|_{\bar{L}\to\infty} = \left|\frac{2\bar{L}}{\pi}\sum_{k=0}^{k=\infty}\int_{\frac{2k\pi}{\bar{L}}}^{\frac{2(k+1)\pi}{\bar{L}}} C_p^*(m)\cos m\bar{L}\,dm\right|_{\bar{L}\to\infty} \to 0. \quad (4.168)$$

Таким образом, при безграничном увеличении размера потенциал-зонда кажущееся сопротивление стремится к удельному электрическому сопротивлению исследуемых пород, т.е. кривая зависимости $\rho_к/\rho_p = f\left(\rho_{\text{п}}/\rho_p\right)$ имеет *правую асимптоту*, удовлетворяющую уравнению $\dfrac{\rho_к}{\rho_p} = \dfrac{\rho_{\text{п}}}{\rho_p}$ или $\rho_к = \rho_{\text{п}}$. Аналогично доказывается существование асимптоты $\rho_к = \rho_{\text{п}}$ к правой ветви кривой $\rho_к/\rho_p = f\left(\bar{L}\right)$ для градиент-зонда.

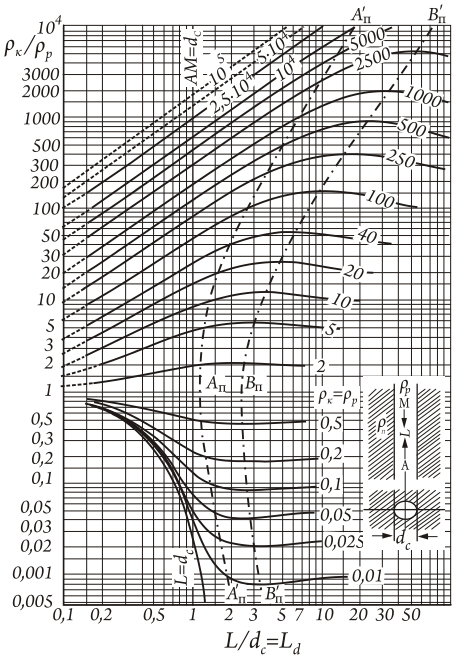


Рис. 4.15. Зависимости $\rho_к/\rho_p = f(L/d_c)$ для потенциал-зонда при $\rho_п/\rho_p = const$. Палетка БЭЗ-1-ПЗ. Шифр кривых — $\mu_{п,p} = \rho_п/\rho_p$;

$A_П - A'_П$ — линии геометрических мест точек $\rho_к = \rho_p$; $B_П - B'_П$ — линии геометрических мест экстремальных значений $\rho_к/\rho_p$ (максимальных для $\rho_п > \rho_p$ и минимальных для $\rho_п < \rho_p$)

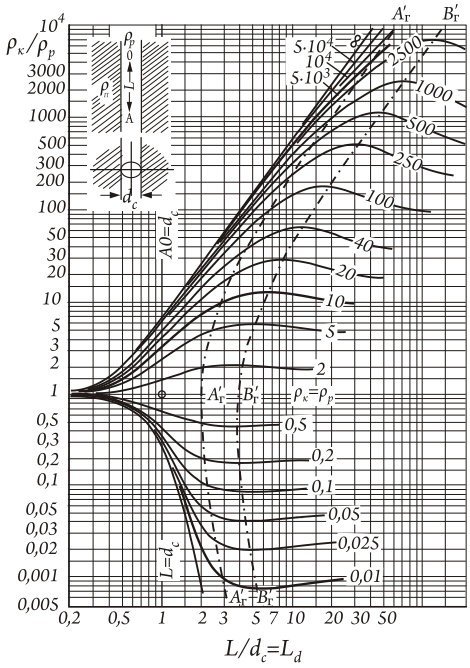


Рис. 4.16. Зависимости $\rho_к/\rho_p = f(L/d_c)$ для градиент-зонда при $\rho_п/\rho_p = const$. Палетка БЭЗ-1-ГЗ. Шифр кривых — $\mu_{п,p} = \rho_п/\rho_p$;

$A_Г - A'_Г$ — линии геометриических мест точек $\rho_к = \rho_п$; $B_Г - B'_Г$ — линии геометрических мест экстремальных значений $\rho_к/\rho_p$ (максимальных для $\rho_п > \rho_p$ и минимальных для $\rho_п < \rho_p$)

На рис. 4.15, 4.16 и 4.17 приведены примеры теоретических кривых зависимостей $\rho_к/\rho_p = f(L_d)$ для потенциал-зонда и градиент-зонда при отсутствии и наличии зоны проникновения фильтрата глинистого раствора. Эти кривые подтверждают сказанное выше.

В случае отсутствия зоны проникновения фильтрата глинистого раствора при увеличении размера зонда, кажущееся сопротивление постепенно переходит от значения $\rho_к = \rho_p$ к $\rho_к = \rho_п$. При этом, если величина L_d доста-

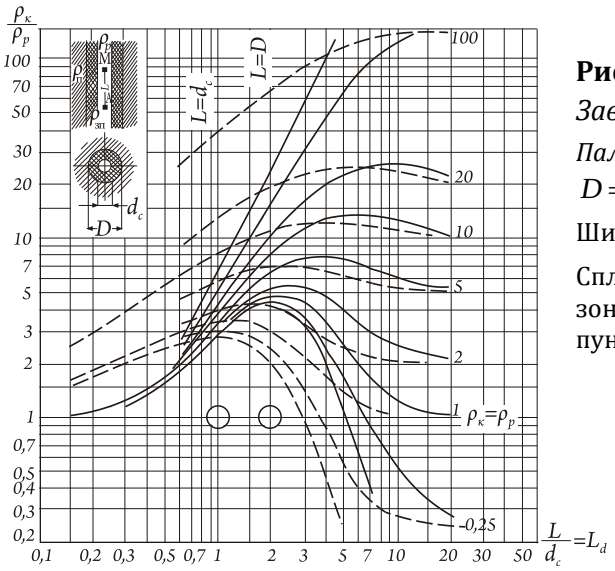


Рис. 4.17.
Зависимости $\rho_к/\rho_п = f(L/d_c)$.
Палетка БЭЗ-2-10-ПЗ.
$D = 2d_c$; $\rho_{зп} = 10\rho_p = const$.
Шифр кривых — $\rho_п/\rho_p$.
Сплошные кривые — для градиент-зонда,
пунктирные — для потенциал-зонда

точно большая, кривые $\rho_к/\rho_p = f(L_d)$ имеют чётко выраженные максимум, на участке которого $\rho_к$ превышает $\rho_п$ (при $\rho_п > \rho_p$), и минимум, на участке которого $\rho_к$ становится меньше $\rho_п$ (при $\rho_п < \rho_p$), что объясняется характером распределения плотности тока. При наличии зоны проникновения фильтрата глинистого раствора кажущееся сопротивление с увеличением размера зонда L_d сначала стремится к $\rho_{зп}$, а с дальнейшим увеличением L_d — к $\rho_п$.

Рассматривая теоретические кривые БЭЗ при $\rho_p = \rho_п$ и $\rho_{зп} > \rho_p$ и различных значениях D/d_c, легко убедиться в том, что ординаты кривой бокового электрического зондирования возрастают как с увеличением отношения D/d_c, так и с увеличением отношения $\rho_{зп}/\rho_p$. При этом важно подобрать такие различные значения отношений D/d_c и $\rho_{зп}/\rho_p$, при которых конфигурация кривой, практически не изменится. Эти значения D/d_c и $\rho_{зп}/\rho_p$ можно установить, исходя из следующих соображений.

Кажущееся сопротивление пропорционально плотности тока в скважине, определяемой соотношением полного сопротивления среды, окружающей скважину, и сопротивления скважины. Очевидно, что при заданных постоянных ρ_p, $\rho_п$, и d_c и изменяющихся значениях $\rho_{зп}$ и D это соотноше-

ние, в основном, должно определяться величиной, пропорциональной полному дополнительному радиальному сопротивлению $R_{\text{п}}$ промежуточного слоя, отнесённому, допустим, к единице его длины, к углу α при вершине в один радиан и к удельному сопротивлению ρ_p глинистого раствора, т.е. величиной:

$$U = \frac{R_{\text{п}}}{\rho_p} = \left| \frac{1}{\rho} \int_{r_c}^{\frac{D}{2}} \frac{\rho_{\text{зп}} - \rho_{\text{п}}}{arh} dr \right|_{\substack{\alpha=1d \\ h=1}} = \frac{\rho_{\text{зп}} - \rho_{\text{п}}}{\rho_p} \ln \frac{D}{2r_c} = \frac{\rho_{\text{зп}} - \rho_{\text{п}}}{\rho_p} \ln \frac{D}{d_c}. \quad (4.169)$$

С другой стороны, величины $\rho_к / \rho_p$, как это следует из формул (4.157) и (4.159), определяются значением функции $C_p(m)$, причём числовые значения этой функции при $\rho_p = \rho_{\text{п}}$ и $\rho_p < \rho_{\text{зп}} > \rho_{\text{п}}$ находятся в прямой зависимости от её начальной величины:

$$C_p(m)_{m \to 0} = \frac{\rho_{\text{зп}} - \rho_{\text{п}}}{\rho_p} \ln \frac{D}{d_c}.$$

Убедившись в идентичности правых частей последних двух формул, приходим к выводу, что числовые значения $\rho_к / \rho_p$ и конфигурация кривой БЭЗ при $\rho_p < \rho_{\text{зп}} > \rho_{\text{п}}$ должны определяться безразмерной величиной (инвариантом)

$$U = \frac{\rho_{\text{зп}} - \rho_{\text{п}}}{\rho_p} \ln \frac{D}{d_c}$$

Это подтверждается сопоставлением рассчитанных кривых БЭЗ, из которого следует, что при неглубоком проникновении фильтрата глинистого раствора, когда отношение D/d_c, для различных значений $\rho_{\text{зп}} > \rho_p$ не превышает наибольших значений D/d_c, конфигурация кривой $\frac{\rho_к}{\rho_{\text{п}}} = f(L_d)$ в основном определяется произведением:

$$U = \frac{\rho_{\text{зп}} - \rho_{\text{п}}}{\rho_p} \ln \frac{D}{d_c} = idem, \quad (4.170)$$

называемым *параметром U-эквивалентности* кривых БЭЗ или, что то же самое, величиной дополнительного радиального сопротивления области

проникновения фильтрата глинистого раствора в пределах клина, имеющего единичную мощность и угол при вершине в один радиан и отнесённого к удельному электрическому сопротивлению ρ_p среды, заполняющей скважину.

Максимальные диаметры зоны проникновения, до которых выполняется *U*-эквивалентность кривых БЭЗ, приведены ниже (для случая $\rho_{зп}/\rho_{п}=0$):

$\rho_{зп}/\rho_{п}$	8	20	35	60	100	150	200
D/d_c	2	3	4	5	6	7	8

На рис. 4.18 приведены кривые $\frac{\rho_к}{\rho_p}=f(L_d)$, рассчитанные для постоянных значений параметра *U* при $\frac{\rho_п}{\rho_p}=1$ и $\frac{\rho_п}{\rho_p}=10$.

Сопоставив кривые бокового электрического зондирования для потенциал-зондов и градиент-зондов, приходим к заключению, что для потенциал-зондов кривые зависимостей $\rho_к/\rho_п=f(L_d)$ и $\rho_к=f(L)$ при различных отношениях $\rho_п/\rho_p$ достаточно резко различаются.

У градиент-зонда значительная дифференциация кривых $\rho_к=f(L)$, $\rho_к/\rho_p=f(L_d)$, для различных отношений $\rho_п/\rho_p$ наблюдается лишь при малых значениях $\rho_к/\rho_п$ или при больших размерах зондов $L>(10-100)d_c$.

При малых и средних размерах градиент-зондов по мере возрастания удельного электрического сопротивления пород, окружающих скважину, кривые зависимостей $\rho_к/\rho_p=f(L_d)$ стремятся сблизиться с предельной кривой зависимости $\rho_к/\rho_p=f(L_d)$, рассчитанной для пород бесконечно большого сопротивления. Последняя имеет своей асимптотой прямую, наклонённую к оси абсцисс под углом $\nu=63^\circ 26'$ $(tg\,\nu=2)$, пересекающую эту ось в точке с координатой $\overline{L}_{d,\nu}=0{,}354$, что подтверждается следующей *расчётной моделью*.

При бесконечном сопротивлении пород, окружающих скважину, ток, отдаваемый заземлением *A*, протекает только по стволу скважины, причём половина его направляется вверх, а половина — вниз от заземления *A*.

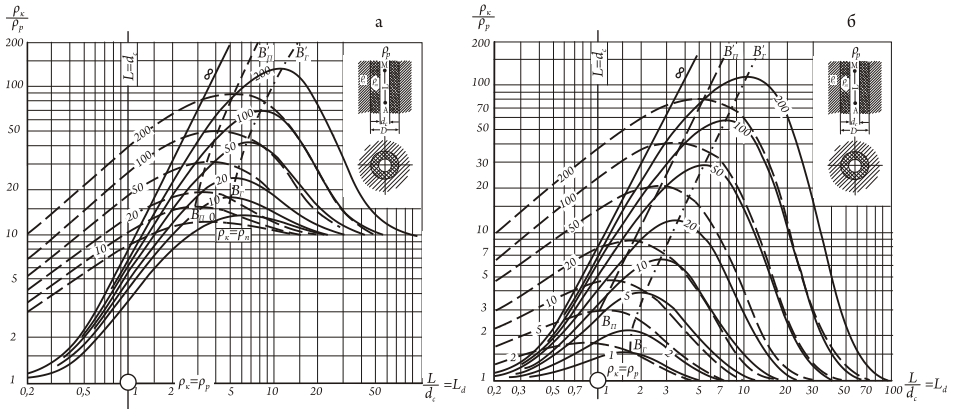


Рис. 4.18 а, **б**. *Палетки эквивалентных кривых (БЭЗ-U).*

а — БЭЗ-U-1-ПЗ, ГЗ, $\frac{\rho_п}{\rho_p}=1$, **б** — БЭЗ-U-10-ПЗ, ГЗ, $\frac{\rho_п}{\rho_p}=10$

Шифр кривых — значения U: сплошные кривые — для градиент-зонда, пунктирные — для потенциал-зонда; $B_П - B'_П$ — линии геометрических мест точек максимальных значений $\rho_к / \rho_p$ для потенциал-зондов; $B_Г - B'_Г$ — то же, для градиент-зондов (по данным МНИ и ВНИИ-Геофизики)

При достаточно больших размерах зондов (практически при $L > 0{,}5d_c$) эти токи протекают по сечению скважины с постоянной плотностью:

$$j = \frac{I}{2\frac{\pi d_c^2}{4}} = \frac{2I}{\pi d_c^2}$$

и создают напряжённость электрического поля:

$$E = j\rho_p = \frac{2I\rho_p}{\pi d_c^2}.$$

Подставив значение E в формулу (4.5), получим:

$$\rho_к = 4\pi L^2 \frac{E}{I} = 8\left(\frac{L}{d_c}\right)^2 \rho_p \quad \text{или} \quad \frac{\rho_к}{\rho_p} = 8\left(\frac{L}{d_c}\right)^2 = 8L_d^2. \qquad (4.171)$$

Следовательно, при достаточно больших значениях L_d зависимость кажущегося сопротивления от размера зонда в билогарифмической системе координат определяется уравнением:

$$\lg\frac{\rho_к}{\rho_p} = 2\lg L_d + \lg 8,$$

которому соответствует прямая с угловым коэффициентом, равным двум, пересекающая ось абсцисс в точке с координатой $L_d = -\frac{\lg 8}{2} = -0{,}451$ или $L_d = -0{,}354$, что и требовалось доказать.

На особенности зависимости $\rho_k = f(L)$ стремиться к $\rho_п$ при беспредельном увеличении размера зонда и к ρ_p при беспредельном уменьшении размера зонда основан способ определения удельных электрических сопротивлений пород, а иногда и глинистого раствора, получивший название бокового электрического (или бокового каротажного) зондирования (сокращённо БЭЗ или БКЗ).

Задача о распределении электрического поля в скважине в том случае, когда питающее заземление не находится на оси скважины, решается значительно сложнее.

4.9. *Анизотропные среды с бесконечными цилиндрическими границами раздела*

Задача распределения потенциала электрического поля в простейшей однородной анизотропной среде (слоистой породе), пересечённой скважиной, заполненной однородной изотропной средой (глинистым раствором) удельного сопротивления ρ_p, наиболее легко решается при условии, если ось скважины перпендикулярна к слоистости среды (угол β встречи скважиной пластов и пропластков составляет $\pi/2$). В этом случае замена цилиндрических координат (R, Z) новой системой $\left(\frac{R}{\lambda}, Z\right)$ даёт возможность привести уравнение $div\, j = 0$ к дифференциальному уравнению Лапласа, которое при аксиальной симметрии будет иметь в системе координат $\left(\frac{R}{\lambda}, Z\right)$ следующий вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial\left(\frac{\bar{r}}{\lambda}\right)^2} + \frac{1}{\frac{\bar{r}}{\lambda}} \frac{\partial U}{\partial\left(\frac{\bar{r}}{\lambda}\right)} + \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{z}^2} = 0, \qquad (4.172)$$

где λ — коэффициент анизотропии изучаемой среды (породы), $\lambda = \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_t}}$ (здесь ρ_n и ρ_t — удельное сопротивление среды перпендикулярно к напластованию и вдоль напластования); $\bar{r} = \frac{r}{r_c}$; $\bar{z} = \frac{z}{r_c}$. Решением дифференциального уравнения (4.172) являются две функции:

1) в породе:

$$U_{\text{п}} = \frac{\rho_t I}{2\pi^2 r_c} \int_0^\infty D_{\text{п}}(m,\lambda) K_0\left(m\frac{\bar{r}}{\lambda}\right)\cos m\bar{z}\, dm; \qquad (4.173)$$

2) в глинистом растворе ($\lambda_p = 1$) в точках, расположенных на оси скважины:

$$U_p = \frac{\rho_p I}{2\pi^2 r_c} \int_0^\infty \left[K_0\left(m\bar{r}\right) + C_p(m,\lambda) I_0\left(m\bar{r}\right)\right]\cos m\bar{z}\, dm. \qquad (4.174)$$

Функцию $C_p(m,\lambda)$ определим, исходя из граничных условий, согласно которым:

$$\left(U_p\right)_{\bar{r}=1} = \left(U_n\right)_{\bar{r}=1}; \quad \left(\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial U_p}{\partial r}\right)_{\bar{r}=1} = \left(\frac{1}{\rho_t}\frac{\partial U_n}{\partial r}\right)_{\bar{r}=1} \qquad (4.175)$$

Подставив в систему уравнений (4.175) значения U_p, $U_{\text{п}}$, $\frac{\partial U_p}{\partial r}$ и $\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial r}$ и решив её относительно $C_p(m,\lambda)$, получим:

$$C_p(m,\lambda) = \frac{\rho_t K_0\left(\frac{m}{\lambda}\right) K_1(m) - \rho_p K_0(m) K_1\left(\frac{m}{\lambda}\right)\frac{1}{\lambda}}{\rho_p I_0(m) K_1\left(\frac{m}{\lambda}\right)\frac{1}{\lambda} + \rho_t I_1(m) K_0\left(\frac{m}{\lambda}\right)} =$$

$$= \frac{\mu_{\text{п},p}\lambda K_0\left(\frac{m}{\lambda}\right) K_1(m) - K_0(m) K_1\left(\frac{m}{\lambda}\right)}{\mu_{\text{п},p}\lambda I_1(m) K_0\left(\frac{m}{\lambda}\right) + I_0(m) K_1\left(\frac{m}{\lambda}\right)}, \quad \text{где } \mu_{\text{п},p} = \rho_t/\rho_p \qquad (4.176)$$

Нетрудно показать, что в однородной анизотропной среде при увеличении размера зонда кажущееся сопротивление стремится не к её среднему удельному сопротивлению ρ_m, а к удельному сопротивлению ρ_t вдоль напла-

стования. Таким образом, удельное сопротивление анизотропных пород, определённое способом бокового электрического зондирования, является удельным сопротивлением ρ_t по напластованию, что необходимо иметь в виду при интерпретации данных зондирования. Кроме того, кривые $\rho_к$ бокового электрического зондирования при $\rho_t > \rho_p$ в интервале средних размеров зондов имеют более резкий максимум, чем кривые ρ_t изотропной среды удельного сопротивления $\rho_п$ равного ρ_t, анизотропной среды. Фактически, это объясняется некоторым повышением плотности тока в скважине в связи с меньшим его рассеянием в анизотропную среду, чем в изотропную.

Контрольные вопросы

1. *Определите физические условия, которые влияют на удельное электрическое сопротивление осадочных горных пород.*
2. *Определите физическую сущность коэффициентов пористости и насыщения пор пластовыми флюидами.*
3. *Каков физический смысл «кажущегося» сопротивления?*
4. *Каков алгоритм его определения?*
5. *Какими свойствами должно обладать решение уравнения Лапласа?*
6. *При каких условиях в горных породах возникает электрическая анизотропия?*
7. *Что такое «парадокс анизотропии»?*
8. *Чем отличаются метод зеркальных изображений В.Томсона от метода Фурье решения уравнения Лапласа при плоских границах раздела сред?*
9. *В чём состоит принцип бокового электрического зондирования?*
10. *Что такое «коэффициент зонда»?*
11. *Что означает условие U-эквивалентности кривых БЭЗ? Каков физический смысл параметра U-эквивалентности?*
12. *Каковы асимптотические свойства интерпретационных зависимостей БЭЗ? Каким предельным переходам соответствуют уравнения горизонтальных и наклонной асимптот?*

ГЛАВА 5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МЕТОДОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЗАЗЕМЛЕНИЙ

5.1. *Общие сведения. Эффективное сопротивление*

При исследовании разрезов скважин методами сопротивления заземления, регистрации тока, скользящих контактов и экранированного заземления (рис. 5.1) горные породы изучают по данным измерения полного сопротивления R_A заземления A, передвигаемого вдоль исследуемой скважины, или тока, проходящего через это заземление. Сила I этого тока находится в обратной зависимости от сопротивления заземления R_A.

Использование методов сопротивления заземления и регистрации тока для бескерновой геологической документации разрезов скважин требует знания зависимости сопротивления R_A заземления от удельных электрических сопротивлений и геометрии исследуемых пород, сопротивления глинистого раствора и диаметра скважины, а также формы и размеров заземления.

Сопротивление любого заземления (электрода) в общем случае определяется по формуле:

$$R_A = \frac{U_з}{I}, \qquad (5.1)$$

где $U_з$ — потенциал заземления при отсутствии сторонних ЭДС, определяемый электрическими свойствами среды (окружающей заземление), размерами и формой заземления; I — сила тока, отдаваемого заземлением в это пространство.

Потенциал заземления $U_з = -\int_0^\infty E d\mathbf{n}$ определяется полным падением напряжённости E электрического поля от поверхности заземления «*з*» до бесконечно удалённых точек. В последней формуле $\mathbf{n}$ — направление нормали к поверхности равного потенциала.

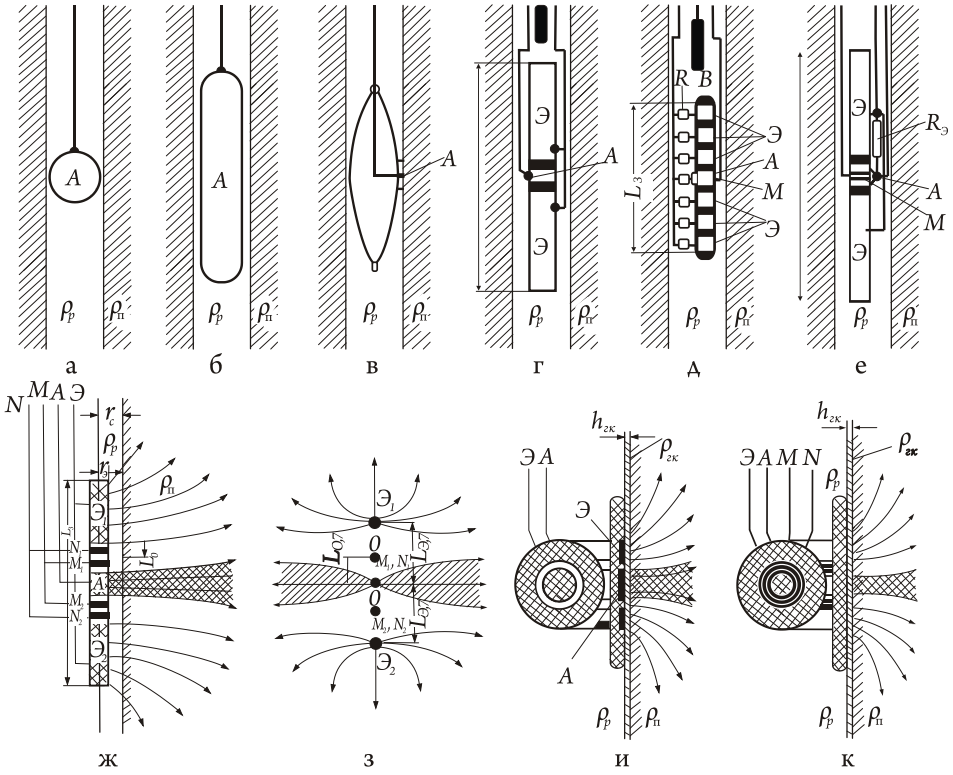


Рис. 5.1 а–к. *Схемы зондов, используемых в методах сопротивления заземлений:*

а — одноэлектродные, сферическое заземление;
б — одноэлектродные, цилиндрическое заземление;
в — для метода скользящих контактов;
г — для метода экранирования;
д — то же с выравненной плотностью тока экранных электродов;
е — то же с непрерывной фокусировкой тока по схеме с тремя электродами;
ж — то же по семиэлектродной схеме с цилиндрическими заземлениями;
з — то же с точечными заземлениями;
и — микроэкранированный двухэлектродный зонд;
к — микроэкранированный четырёхэлектродный зонд.
А, Э, С — заземления питающее, экранное, сравнения; *M* и *N* — измерительные электроды; $R_Э$ — эталонное сопротивление для регистрации тока, питающее заземление А; *R* — добавочные сопротивления, выравнивающие плотность тока экранных заземлений; $\rho_п$, $\rho_р$, $\rho_{гк}$ — удельные сопротивления пород, бурового раствора и глинистой корки; $h_{гк}$ — толщина глинистой корки; $L_{Э,7}$ — общий размер (длина) семиэлектродного экранированного зонда; $L_{0,7}$ — основной размер семиэлектродного зонда; $L_з$ — длина цилиндрического заземления

В практике применения методов сопротивления заземления и регистрации тока используют заземлители, форма которых может изменяться от сферической до цилиндрической. В методике скользящих контактов используют плоские заземлители с одной изолированной поверхностью. Поэтому основным вопросом в теории методов сопротивления заземлений и регистрации тока (в частности, метода скользящих контактов) является изучение зависимости сопротивления R_A заземлений различной формы от сопротивлений и размеров включений, заполняющих пространство, в котором находится заземление. При этом главное внимание должно быть уделено рассмотрению влияния на сопротивление заземления неоднородных включений, идентичных встречающимся при исследовании разрезов скважин.

В однородном безграничном пространстве (при отсутствии контактного сопротивления) сопротивление заземления пропорционально удельному электрическому сопротивлению ρ среды, в которой находится заземление, и зависит от его размеров и формы.

В неоднородном пространстве сопротивление заземления зависит не только от его размеров, формы, удельного электрического сопротивления среды, непосредственно прилегающей к заземлению, но и от удельного сопротивления и размеров включений, заполняющих остальную часть изучаемого неоднородного пространства (главным образом в области, расположенной вблизи от заземления). В неоднородных средах сопротивление заземления пропорционально некоторому осреднённому удельному сопротивлению изучаемой среды, которому целесообразно присвоить наименование эффективного удельного электрического сопротивления $\rho_{эф}$ этой среды. Под термином «эффективное удельное сопротивление неоднородной среды» будем понимать удельное электрическое сопротивление такой фиктивной однородной среды, в которой сопротивление R_A заземления имеет ту же величину, что и в данной неоднородной среде.

Как видно, понятия эффективного и кажущегося сопротивлений настолько близки, что их можно считать равнозначными. Эффективное сопро-

тивление отличается от кажущегося лишь тем, что оно всегда находится в прямой зависимости от удельных электрических сопротивлении сред, слагающих пространство вблизи заземления. Для кажущегося сопротивления такая зависимость может не наблюдаться. Так, например, в пласте малой мощности h высокого сопротивления эффективное сопротивление будет выше эффективного сопротивления $\rho_{вм}$ вмещающих пород, в то время как кажущееся сопротивление, измеренное в тех же условиях потенциал-зондом размером $AM > h$, будет ниже удельного сопротивления $\rho_{вм}$.

В реальных условиях, когда заземление находится в глинистом растворе или в породах, сопротивление заземления превышает значение, определяемое формулой (5.1), на величину $R_к$ контактного сопротивления поверхности заземления; это сопротивление создано выделяющимися газообразными и твёрдыми продуктами электролиза. Величина $R_к$ обратно пропорциональна внешней поверхности $S_з$ заземления, отдающей ток в окружающую заземление среду:

$$R_к = \frac{r_к}{S_з}, \qquad (5.2)$$

где контактное сопротивление единицы поверхности заземления (величина $r_к$) варьирует от нескольких сотен до нескольких тысяч $Ом \cdot см^2$.

Значение $r_к$ зависит от материала заземления, состояния его поверхности, от плотности частоты и направления (для постоянного) тока, проходящего через заземление, температуры и сопротивления окружающей среды (рис. 5.2). Экспериментальные кривые, определяющие зависимость активной составляющей переходного сопротивления переменному току при различной частоте f, температуре t и плотности тока j, влияние которых доминирует, показывают, что контактное сопротивление уменьшается с увеличением плотности и частоты тока, температуры среды, в которой находится заземление, и зависит от металла, из которого изготовлено заземление.

Электролитические процессы, протекающие на поверхности заземлителя при прохождении электрического тока, создают двойной электрический слой и связанную с ним контактную ёмкость $C_к$ поверхности заземления:

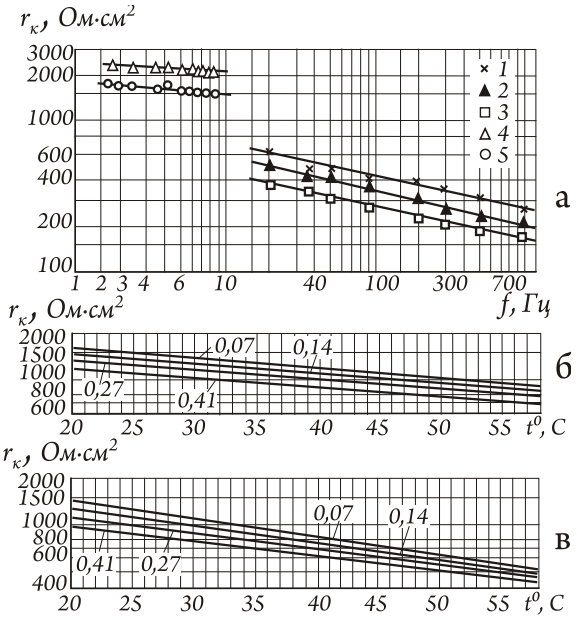


Рис. 5.2 а, б, в. *Контактное сопротивление* $\tau_к$ *единицы поверхности заземления как функция частоты тока* f (***а***) *и температуры* t (**б, *в***) *среды.*

а — зависимость $r_к = f(t)$

медные заземления:

1 — $j = 0,07\ мА/см^2$;

2 — $j = 0,27\ мА/см^2$;

3 — $j = 0,54\ мА/см^2$;

свинцовые заземления:

4 — $j = 0,09\ мА/см^2$;

5 — $j = 0,35\ мА/см^2$,

$\rho_р = 1,78\ Ом \cdot м$ (во всех случаях)

б — зависимость $\tau_к = f(t)$, $f(t) = 7,2\ Гц$, $\rho_р = 2,5\ Ом \cdot м$;

шифр кривых — j в $мА/см^2$; **в** — то же, но при $\rho_р = 1\ Ом \cdot м$.

$$C_к = S_з c_к, \tag{5.3}$$

где $c_к$ — контактная ёмкость единицы поверхности $S_з$ заземления, варьирующая от долей единицы до 10 $мкФ/см^2$.

Исследования показали, что ёмкость $c_к$ уменьшается с увеличением плотности тока и так же, как и $r_к$, зависит от металла, из которого изготовлено заземление. Следует отметить, что зависимости $r_к$ и $c_к$ от металла, из которого изготовлено заземление, качественно различны при разных значениях частоты и плотности тока.

Ёмкость $C_к$ и сопротивление $R_к$ заземления включены параллельно. Поэтому полное переходное сопротивление заземления переменному току:

$$Z_к = \frac{R_к}{\sqrt{1 + R_к \omega C_к}} = \frac{\frac{r_к}{S_з}}{\sqrt{1 + \omega r_к c_к}}. \tag{5.4}$$

В реальных условиях исследования скважин полное сопротивление $Z_{А.полн}$ заземления слагается из контактного сопротивления $Z_к$ и теорети-

ческого (расчётного) сопротивления $Z_A(R_A)$ среды, прилегающей к заземлению. Для постоянного низкочастотного переменного тока:

$$R_{A.\text{полн}} \approx R_A + R_к .$$

Это не следует забывать при интерпретации материалов методов сопротивления заземления, регистрации тока и сопротивления экранированного заземления.

Как будет видно из дальнейшего, теоретическое сопротивление заземления обратно пропорционально первой степени его размера. Контактное сопротивление заземления [активная составляющая (5.1) и полное значение (5.4)] обратно пропорционально поверхности заземления, определяемой второй степенью его размера. Как следствие этого, относительное влияние контактных сопротивлений убывает с увеличением размера заземления.

5.2. *Сопротивление сферического заземления*

Для однородной среды из формулы (4.19) получим:

$$U_{R=r_з} = \frac{\rho I}{4\pi r_з},$$

следовательно:
$$R_A = \frac{U_A}{I} = \frac{\rho}{4\pi r_з} = \frac{\rho}{2\pi d_з}, \qquad (5.5)$$

где $r_з$ и $d_з$ — радиус и диаметр заземления.

Для неоднородной среды: $R_A = \frac{\rho_{эф}}{4\pi r_з} = \frac{\rho_{эф}}{2\pi d_з}$.

Отсюда:
$$\rho_{эф} = 4\pi r_з R_A = 2\pi d_з R_A . \qquad (5.6)$$

Коэффициент пропорциональности эффективного удельного электрического сопротивления $\rho_{эф}$ среды полному сопротивлению R_A заземления A называется коэффициентом $K_з$ заземления.

Для сферического заземления:
$$K_з = 4\pi r_з = 2\pi d_з \qquad (5.7)$$
коэффициент заземления измеряется в метрах.

Как было сказано выше, $\rho_{эф}$ является функцией удельных электрических сопротивлений и размеров включений, составляющих окружающую заземление среду. Чем дальше от заземления расположена среда иного сопротивления, тем меньше её влияние на эффективное сопротивление. Это может быть подтверждено расчётом эффективного сопротивления для следующего элементарного случая.

Допустим, что сферическое заземление радиусом $r_з$ находится в среде удельного электрического сопротивления ρ_p, которая ограничена сферической поверхностью S_0 радиусом r_0 концентрической поверхности заземления. За пределами поверхности S_0 расположена безграничная среда удельного электрического сопротивления $\rho_п$. В этих условиях полное сопротивление заземления:

$$R_A = \frac{\rho_0}{4\pi}\left(\frac{1}{r_з} - \frac{1}{r_0}\right) + \frac{\rho_П}{4\pi r_0} = \frac{\rho_0}{4\pi r_з}\left[1 + \left(\frac{\rho_п}{\rho_0} - 1\right)\frac{r_з}{r_0}\right]$$

и, следовательно, эффективное сопротивление:

$$\rho_{эф} = 4\pi r_з R_A = \rho_p\left[1 + \frac{r_з}{r_0}\left(\frac{\rho_п}{\rho_0} - 1\right)\right]. \qquad (5.8)$$

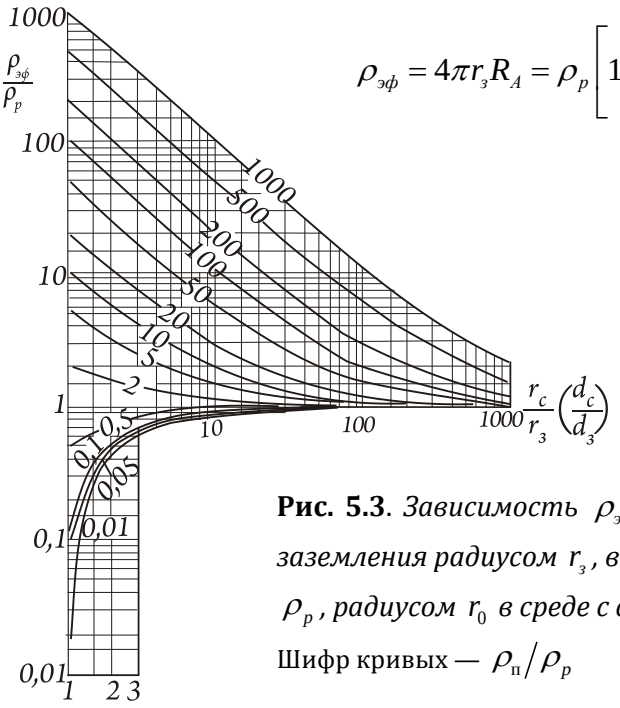


Рис. 5.3. *Зависимость* $\rho_{эф}/\rho_p = f(r_0/r_з)$ *для сферического заземления радиусом* $r_з$, *в центре сферы с сопротивлением* ρ_p, *радиусом* r_0 *в среде с сопротивлением* $\rho_п$.

Шифр кривых — $\rho_п/\rho_p$

На рис. 5.3 приведены зависимости отношения эффективного сопротивления $\rho_{эф}$ к удельному электрическому сопротивлению ρ_p среды, прилегающей к заземлителю, от отношения $r_0 / r_з$ для различных значений $\rho_п / \rho_p$. Из кривых следует, что на расстояниях r_0, превышающих $10 r_з$, влияние внешней среды удельного сопротивления $\rho_п$ может быть значительным лишь при условии, когда её сопротивление более чем в 10 раз превышает удельное электрическое сопротивление ρ_0 среды, соприкасающейся с заземлением. Чем выше сопротивление внешней среды, тем больше эффективное сопротивление и тем больше расстояние r_0 от заземления, на котором она может быть установлена. При $\rho_п < \rho_p$ уменьшение сопротивления $\rho_{эф}$ в зависимости от внешней среды низкого сопротивления будет наблюдаться лишь при $r_0 < 10 r_з$, причём это влияние проявляется достаточно резко, когда r_0 становится меньше $2 r_з$.

Сферически симметричные среды в практике электрометрии скважин не встречаются. Такая модель была рассмотрена, чтобы показать, как влияют на $\rho_{эф}$ среды, удалённые от заземления, в условиях, поддающихся точному расчёту.

5.3. *Сопротивление цилиндрического и эллипсоидального заземлений*

Для расчёта сопротивления цилиндрического заземления введём цилиндрическую систему координат $R Z \Psi$, начало которой расположим в середине заземления (рис. 5.4 а). Допустим, что заземление имеет длину $L_з$ и диаметр $d_з$ и находится в однородной среде удельного электрического сопротивления ρ_p.

В соответствии с законами электростатики заряженное тело с поверхностью *S* создаёт в окружающем пространстве электрическое поле, потенциал которого

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a} \int_S \frac{q\, ds}{R},$$

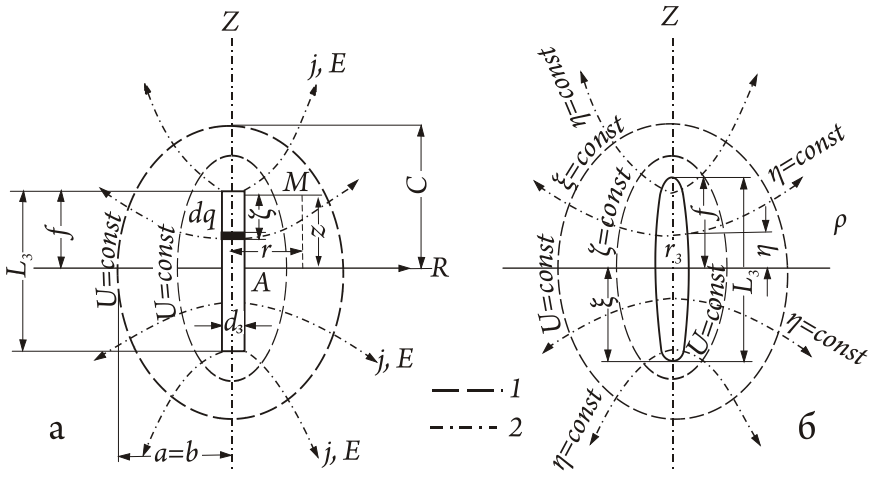


Рис. 5.4 а, б. *Поле цилиндрического (**а**) и эллипсоидального (**б**) заземлений.*
1 — линии равного потенциала; 2 — линии тока

где R — расстояние от точки, в которой определяется U, до элемента ds поверхности заземления, несущей заряд $dq = qds$ (q — заряд единицы поверхности); ε_a — абсолютная диэлектрическая проницаемость.

При удалении от заземления на расстояние R, значительно превышающее размеры заземлителя, электрическое поле должно стремиться к полю точечного заряда. Используя также известную аналогию между электростатикой и распространением постоянного тока, в случае $R \to \infty$ получаем:

$$U \to \frac{\rho_p I}{4\pi R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_a R}.$$

Таким образом, полный заряд заземлителя равен $Q = \rho I \varepsilon_a$.

При дальнейшем выводе будем считать заряд q единицы поверхности S цилиндрического заземления постоянным. Тогда элемент ds этой поверхности будет иметь заряд: $$dq = q\,ds = \frac{Q}{S}ds = \frac{\rho_p I \varepsilon_a\, ds}{\pi d_з L_з}.$$

Подставив qds *в* формулу, определяющую потенциал, получим:

$$U = \frac{I}{4\pi\varepsilon_a}\int_S \frac{qds}{R} = \frac{\rho_p I}{8\pi^2 d_з L_з}\int_{-\frac{L_з}{2}}^{\frac{L_з}{2}}\int_0^{2\pi} \frac{d_з d\zeta d\alpha}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{d_з}{2}\right)^2 - r d_з \cos\alpha + \left(z+\zeta\right)^2}},$$

где α — угол между r и проекцией на плоскость $z=0$ радиуса, проведённого из начала координат к элементу ds поверхности заземления.

При $r >> \frac{d_з}{2}$ слагаемыми под корнем, содержащими $d_з$ можно пренебречь. При этих условиях:

$$U = \frac{\rho_p I}{8\pi^2 L_з}\int\limits_{-\frac{L_з}{2}}^{\frac{L_з}{2}}\int\limits_{0}^{2\pi}\frac{d\zeta\, d\alpha}{\sqrt{r^2+(z-\zeta)^2}} = \frac{\rho_p I}{4\pi L_з}\int\limits_{-\frac{L_з}{2}}^{\frac{L_з}{2}}\frac{d\zeta}{\sqrt{r^2+(z-\zeta)^2}} =$$

$$= \frac{\rho_p I}{4\pi L_з}\ln\frac{z+\frac{L_з}{2}+\sqrt{r^2+\left(z+\frac{L_з}{2}\right)^2}}{z-\frac{L_з}{2}+\sqrt{r^2+\left(z-\frac{L_з}{2}\right)^2}} \quad . \quad (5.9)$$

Уравнение эквипотенциальной поверхности $U=const$ удовлетворяется при:

$$\frac{z+\frac{L_з}{2}+\sqrt{r^2+\left(z+\frac{L_з}{2}\right)^2}}{z-\frac{L_з}{2}+\sqrt{r^2+\left(z-\frac{L_з}{2}\right)^2}} = const\,.$$

Обозначив эту величину через D, получим:

$$z+\frac{L_з}{2}+\sqrt{r^2+\left(z+\frac{L_з}{2}\right)^2} = D\left[z-\frac{L_з}{2}+\sqrt{r^2+\left(z-\frac{L_з}{2}\right)^2}\right].$$

После освобождения от радикалов будем иметь:

$$r^2\left(D^2-1\right)^2 + z^2\,4D\left(D-1\right)^2 = L_з^2 D\left(D+1\right)^2$$

или

$$\frac{r^2}{L_з^2\frac{D}{(D-1)^2}} + \frac{z^2}{\frac{L_з^2}{4}\left(\frac{D+1}{D-1}\right)^2} = 1. \quad (5.10)$$

Таким образом, эквипотенциальные поверхности представляют собой эллипсоиды вращения вокруг оси Z, малые и большая полуоси которых соответственно равны:

$$a = b = \frac{L_э\sqrt{D}}{D-1}; \qquad c = \frac{L_э}{2}\frac{D+1}{D-1}. \tag{5.11}$$

Расстояние от центра эллипсоида до его фокусов:

$$f = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{L_э}{D-1}\sqrt{\frac{(D+1)^2}{4} - D} = \frac{L_э}{2};$$

и, следовательно, фокусы эллипсоидов находятся в точках пересечения осью Z торцевых поверхностей заземления.

Эквипотенциальную поверхность, прилегающую непосредственно к заземлению, при достаточно большом значении $L_э$ по сравнению с $d_э$, что обычно бывает на практике, можно рассматривать как поверхность эллипсоида вращения с большой полуосью, равной $L_э/2$, и малой полуосью, равной $d_э/2$. Поверхность такого эллипсоида будет удовлетворять уравнению:

$$\frac{4r^2}{d_э^2} + \frac{4z^2}{L_э^2} = 1. \tag{5.12}$$

Для этого эллипсоида: $$\frac{L_э^2}{d_э^2} = \frac{c^2}{a^2} = \frac{(D+1)^2}{4D}. \tag{5.13}$$

Из соотношения (5.13) определяем постоянную:

$$D = 2\left(\frac{L_э}{d_э}\right)^2 - 1 \pm \sqrt{\left[2\left(\frac{L_э}{d_э}\right)^2 - 1\right]^2 - 1}. \tag{5.14}$$

Аналогичное решение задачи можно получить для эллипсоидального заземления с расстоянием от центра заземления до фокусов эллипсоида $f = L_э/2$ и малой полуосью $a = d_э/2 = r_э$ следующим путём.

Исходя из конфигурации заземления и ортогональности линий тока к поверхности равного потенциала, воспользуемся системой эллиптических координат $\Xi H \Psi$, сетка которой будет представлять семейство софокусных эллипсоидов вращения (рис. 5.4 б):

$$\frac{r^2}{\xi^2 - f^2} + \frac{z^2}{\xi^2} = 1; \tag{5.15}$$

двухполостных гиперболоидов $(\eta = const)$:

$$\frac{z^2}{\eta^2} - \frac{r^2}{f^2 - \eta^2} = \frac{z^2}{\eta^2} - \frac{r^2}{\chi^2} = 1 \qquad (5.16)$$

и радиальных плоскостей $\psi = const$, где f — расстояние от центра эллипсоидального заземления до общих фокусов эллипсоидов и гиперболоидов, определяемых уравнениями (5.15) и (5.16); χ — величина мнимой полуоси гиперболоида.

Для определения числовых значений полуосей гиперболоидов η и χ воспользуемся следующими условиями:

1) гиперболоид пересекает эллипсоид, эквивалентный поверхности заземления, в точках $z = l/2$, где l — расстояние между сопряжёнными поверхностями гиперболоида вдоль образующей поверхности заземления;

2) эллипсоид и гиперболоид, удовлетворяющие уравнениям (5.15) и (5.16), имеют общие фокусы.

Приняв в формулах (5.15) и (5.16) согласно первому условию:

$$z = \frac{l}{2};\ \xi = \frac{L_з}{2};\ \xi^2 - f^2 = \left(\frac{d_з}{2}\right)^2,$$

и исключив r, получим:

$$\frac{l^2}{4\eta^2} - \frac{d_з^2}{4\chi^2}\left(1 - \frac{l}{L_з^2}\right) = 1;$$

согласно второму условию:

$$f^2 = \eta^2 + \chi^2 = c^2 - a^2 = \left(\frac{L_з}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_з}{2}\right)^2,$$

в связи с чем:

$$f^2 - \eta^2 = \chi^2 = \left(\frac{L_з}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_з}{2}\right)^2 - \eta^2, \qquad (5.17)$$

следовательно, η^2 является корнем уравнения:

$$\frac{l^2}{4\eta^2} - \frac{d_з^2}{L_з^2 - d_з^2 - 4\eta^2}\left(1 - \frac{l^2}{L_з^2}\right) = 1, \qquad (5.18)$$

решение которого для частного случая будет рассмотрено ниже.

У цилиндрического и эллипсоидального заземлений при $c >> a$ значительно бóльшая доля поверхности, по сравнению со сферическим заземлением, обращена к исследуемым породам. Поэтому эти заземления позволяют получать более близкие к $\rho_{\text{п}}$ значения и, следовательно, более эффективны для изучения разрезов скважин, чем сферические заземления. Однако, эффективность цилиндрического и эллипсоидального заземлений также может быть значительно повышена путём их экранировки и фокусировки экранируемого тока (см. ниже).

5.4. *Сопротивление фокусированного цилиндрического заземления в однородной среде*

В методе экранированного заземления определяют сопротивление R_A цилиндрического (рис. 5.1 г, д, е, ж) или плоского заземления A (микрометод сопротивления экранированного заземления), экранированного одним (рис. 5.1 и, к) или двумя (рис. 5.1 г, ж) однополярными с ним заземлениями $Э$. При этом сопротивление экранированного заземления и эффективное сопротивление могут быть измерены тремя способами:

1) без непрерывной фокусировки тока экранированного заземления (рис. 5.1 г, д);
2) с непрерывной фокусировкой этого тока (рис. 5.1 ж, з, к);
3) с введением поправки за влияние скважины и ограниченные размеры изучаемых объектов (рис. 5.1 с).

Последние два способа позволяют определять удельное сопротивление пород со значительно бóльшей точностью; в настоящее время преимущественно применяются именно они. В этих способах эффективное сопротивление измеряют трёхэлектродным (рис. 5.1 е), семиэлектродным (рис. 5.1 ж, а) или четырёхэлектродным (рис. 5.1 к) зондами.

Теория трёхэлектродного цилиндрического зонда основана на теории экранированного цилиндрического заземления без непрерывной фокусировки тока для однородной среды. Поэтому изложение теории экранированного цилиндрического заземления начнём с рассмотрения этого случая.

При одинаковых потенциалах измерительного и экранирующих заземлений цилиндрическое экранированное заземление (исходя из положений, изложенных в п. 5.3) можно заменить эллипсоидом вращения с большой осью (рис. 5.4 б), равной сумме $L_з$ длин измерительного и экранирующего заземлений, и малой осью, равной их диаметру $d_з$.

Поверхность эллипсоида в цилиндрической системе координат с началом, расположенным в его центре, и осью *Z*, направленной вдоль его большой оси, удовлетворяет уравнению (5.12).

Ток, отдаваемый измерительным заземлением, распространяется в пространстве, ограниченном двумя сопряжёнными поверхностями S' и S'' двухполостного гиперболоида, уравнение которого:

$$\frac{z^2}{\eta^2} - \frac{r^2}{\chi^2} = 1.$$

Так как у экранированного зонда ось 2η гиперболоида меньше длины l измерительного заземления и, следовательно, значительно меньше общей длины $L_з$ экранированного и экранирующих заземлений, а также меньше диаметра $d_з$ зонда, то [см. формулу (5.17)]:

$$\chi^2 \approx \left(\frac{L_з}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_з}{2}\right)^2. \qquad (5.19)$$

Решая уравнение (5.18) относительно η^2, и учитывая при этом, что в экранированных зондах $l << L_з$, получим:

$$\eta^2 \approx \frac{l^2}{L_з^2}\left[\left(\frac{L_з}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_з}{2}\right)^2\right]. \qquad (5.20)$$

Подставив найденные η^2 и χ^2 в (5.16), приведём его к явному виду:

$$\frac{4z^2 L_з^2}{l^2\left(L_з^2 - d_з^2\right)} - \frac{4r^2}{L_з^2 - d_з^2} = 1.$$

Экранированное заземление обычно устанавливают посредине между двумя экранирующими заземлениями одинаковой длины. На этом участке при $L_з >> l$ эквипотенциальные поверхности, ограниченные поверхностями тока S' и S'', с достаточным приближением можно считать цилиндрическими.

Таким образом, задача определения сопротивления экранированного заземления сводится к отысканию радиального сопротивления цилиндрической области, ограниченной сверху и снизу поверхностями S' и S'' двухполостного гиперболоида. При пересечении двумя бесконечно близкими цилиндрическими поверхностями с общей осью, совпадающей с осью заземления, и радиусами, соответственно равными $r = \frac{dr}{2}$ и $r = -\frac{dr}{2}$, поверхностей гиперболоида S' и S'' выделится цилиндрический объём высотой $2z$ средним радиусом dr и толщиной dr. Радиальное электрическое сопротивление этого объёма:

$$dR = \frac{\rho\, dr}{2\pi r 2z} = \frac{\rho\, dr}{4\pi r z},$$

где ρ — сопротивление среды, заключённой между цилиндрическими поверхностями; z — расстояние от плоскости 00 симметрии до поверхности гиперболоида.

Так как [см. уравнение (5.16)]:

$$z = \eta\sqrt{\frac{r^2}{\chi^2} + 1} = \frac{\eta}{\chi}\sqrt{r^2 + \chi^2},$$

то

$$dR = \frac{\rho\, dr}{4\pi \frac{\eta}{\chi} r\sqrt{r^2 + \chi^2}}$$

и

$$R_A = \int_{\frac{d_з}{2}}^{\infty} \frac{\rho dr}{4\pi \frac{\eta}{\chi} r\sqrt{r^2 + \chi^2}} = \frac{\rho\chi}{4\pi\eta}\int_{\frac{d_з}{2}}^{\infty} \frac{dr}{r\sqrt{r^2 + \chi^2}} = \frac{\rho\chi}{4\pi\eta}\left|\frac{1}{\chi}\ln\frac{r}{\sqrt{r^2 + \chi^2} + \chi}\right|_{\frac{d_з}{2}}^{\infty} =$$

$$= \frac{\rho}{4\pi\eta}\ln\frac{\sqrt{d_з^2 + 4\chi^2} + 2\chi}{d_з}.$$

Подставив значения η и χ из равенства (5.19) в (5.20), получим:

$$R_A = \frac{\rho L_з}{2\pi l\sqrt{L_з^2 - d_з^2}}\ln\frac{L_з + \sqrt{L_з^2 - d_з^2}}{d_з} = \frac{\rho\bar{L}_з}{2\pi l\sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}}\ln\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right), \quad (5.21)$$

или

$$R_A = \frac{\rho}{2\pi\eta}\ln\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right), \qquad \text{где } \bar{L}_з = \frac{L_з}{d_з}.$$

Формула (5.21) справедлива и для эллипсоидального заземления, для которого она может быть получена следующим образом.

В неоднородной среде:

$$R_A = \frac{\rho_{эф} L_з}{2\pi l \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}} \ln\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right). \qquad (5.22)$$

Эффективное сопротивление, измеренное экранированным зондом:

$$\rho_{эф} = \frac{4\pi\eta}{\ln\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right)},\ R_A = \frac{2\pi l \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}}{\bar{L}_з \ln\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right)},\ R_A = K_Э R_A; \qquad (5.23)$$

здесь $K_Э$ — коэффициент экранированного заземления:

$$K_Э = \frac{2{,}72\, l \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}}{\bar{L}_з \lg\left(\bar{L} + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right)};$$

Отношение

$$\frac{K_Э}{l} = \frac{2{,}72\sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}}{\bar{L}_з \lg\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right)} = f(\bar{L}_з) \quad — \qquad (5.24)$$

безразмерная величина. При значениях $l >> L_з$ и $\bar{L}_з > 2{,}5$ коэффициент $K_Э$ зависит только от отношения $L_з / d_з$ (рис. 5.5).

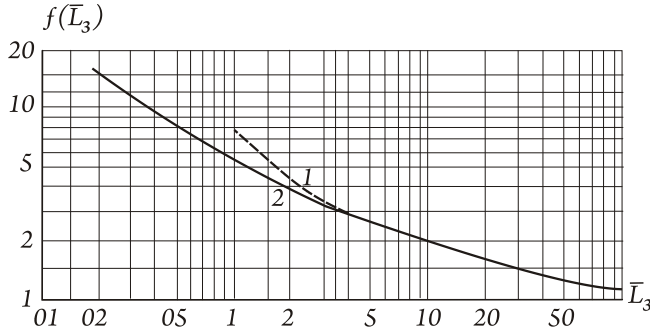


Рис. 5.5. *Графики функции* $K_Э / l(L_з)$ *для экранированного зонда.*
Кривые: 1 — теоретическая, 2 — экспериментальная

При малых значениях $L_з / d_з$ теоретическая кривая $K_Э / l = f(L_з)$ располагается выше экспериментальной, что объясняется изолированностью торцевых поверхностей зонда. Вследствие этого токовые линии сжимаются

вблизи измерительного заземления в бóльшей степени, чем при эллипсоидальной поверхности зонда, для которой выведена формула (5.24), что приводит к возрастанию R_A и, следовательно, к уменьшению $K_Э$. Различие в сопротивлениях действительного и эллипсоидального зондов тем меньше, чем больше отношение $L_з / d_з$.

Коэффициент зонда, определённый по экспериментальному графику $K_Э / r = f(L_з / d_з)$ является более точным по сравнению с найденным по формуле (5.24), особенно для малых размеров зонда $\frac{L_з}{d_з} < 2{,}5$.

При измерении сопротивления экранированного заземления по потенциальной схеме:

$$U = I_A R_A = I \frac{\frac{l}{2}}{\xi} R_A = I \frac{l}{L_з} R_A = I \frac{l}{L_з} \frac{\rho_{эф}}{K_Э},$$

где I и I_A — сила полного тока, питающего экранированный зонд, и части его, проходящей через экранированный электрод A. В этих условиях:

$$\frac{U}{I} = \frac{l}{L_з} R_A = \frac{l}{L_з} \frac{\rho_{эф}}{K_Э} = \frac{\rho_{эф}}{K_{Э,П}}, \qquad (5.25)$$

где $K_{Э,П}$ — коэффициент экранированного заземления при измерении его сопротивления по потенциальной схеме:

$$K_{Э,П} = \frac{l}{L_з} K_Э = \frac{2{,}72 L_з \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}}{\lg\left(\bar{L}_з + \sqrt{\bar{L}_з^2 - 1}\right)}. \qquad (5.26)$$

5.5. *Сопротивление экранированного цилиндрического (эллипсоидального) заземления в скважине и пласте бесконечно большой мощности*

Если среда, окружающая экранный зонд, в радиальном направлении неоднородна и незначительно отличается по удельному сопротивлению от глинистого раствора, то при достаточно большой длине зонда $\frac{L_з}{d_з} > 1$ (тем бóль-

шей, чем выше различие в указанных сопротивлениях) и большой мощности пласта линии тока от экранированного заземления имеют конфигурацию, близкую к их конфигурации в однородной среде. В этом случае, проинтегрировав элементарные приращения сопротивления от поверхности заземления до бесконечности, получим:

$$R_A = \frac{\rho_p}{4\pi\eta}\left[\ln\frac{\left(\sqrt{L_з^2+d_з^2}+L_з\right)d_c}{\left(\sqrt{L_з^2+d_c^2}+L_з\right)d_з}+\frac{\rho_п}{\rho_p}\ln\frac{\sqrt{L_з^2+d_c^2}+L_з}{d_c}\right],$$

d_c — диаметр скважины; $\rho_п$ и ρ_p — удельное сопротивление пород (пласта) и глинистого раствора; величина η определяется формулой (5.20).

Следовательно [см. формулу (5.23)]:

$$\rho_{эф} = \frac{\rho_p}{\ln\left(\bar{L}_з+\sqrt{\bar{L}_з^2-1}\right)}\left[\ln\frac{\left(\sqrt{L_з^2+d_з^2}+L_з\right)d_c}{\left(\sqrt{L_з^2+d_з^2}+L_з\right)d_з}+\mu_{п,p}\ln\frac{\sqrt{L_c^2+d_c^2}+L_з}{d_c}\right] =$$
$$= \frac{\rho_p}{\ln\left(\bar{L}_з+\sqrt{\bar{L}_з^2}\right)}\left[\ln\frac{\sqrt{\bar{L}_з^2+1}+\bar{L}_з}{\sqrt{\bar{L}_з^2+\bar{d}_c^2}+\bar{L}_з}d_c+\mu_{п,p}\ln\frac{\sqrt{\bar{L}_з^2+\bar{d}_c^2}+\bar{L}_з}{\bar{d}_c}\right], \quad (5.27)$$

где $\mu_{п,p}=\frac{\rho_п}{\rho_p}$; $\bar{d}_c=\frac{d_c}{d_з}$.

При наличии зоны фильтрации глинистого раствора с удельным сопротивлением $\rho_{зп}=\rho(r)$, в общем случае изменяющимся в радиальном направлении:

$$\rho_{эф} = \frac{\rho_p}{\ln\left(\bar{L}_з+\sqrt{\bar{L}_з^2-1}\right)}\times$$
$$\times\left[\ln\frac{\left(\sqrt{L_з^2+d_з^2}+L_з\right)d_c}{\left(\sqrt{L_з^2+d_c^2}+L_з\right)d_з}+\frac{\sqrt{L_з^2-d_з^2}}{\rho_p}\int\limits_{\frac{d_c}{2}}^{\infty}\frac{\rho(r)\,dr}{r\sqrt{4r^2+\left(L_з^2-d_з^2\right)}}\right] \quad (5.28)$$

Формулы (5.27) и (5.28), как было сказано выше, определяют эффективное сопротивление достаточно точно лишь в том случае, когда длина экранирующих заземлений достаточно велика, причём тем больше, чем значительнее отличаются $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{зп}}$ от ρ_p и чем больше диаметр скважины d_c. При малой длине экранирующих заземлений при $\rho_{\text{п}} >> \rho_p$ и $\rho_{\text{зп}} >> \rho_p$, ток от зонда стремится растекаться не в породы, а в скважину. В связи с этим, область истечения тока из электрода A увеличивается, и его сопротивление R_A уменьшается. Таким образом, исходные условия, для которых выведены формулы (5.27) и (5.28), нарушаются, что иллюстрирует рис. 5.6.

На этом рисунке приведены зависимости $\rho_{эф}/\rho_p = f\left(d_c/d_з\right)$ для различных значений $\mu_{\text{п},p}$ и $L_з/d_з = 5$, рассчитанные по формуле (5.27) и определённые экспериментально.

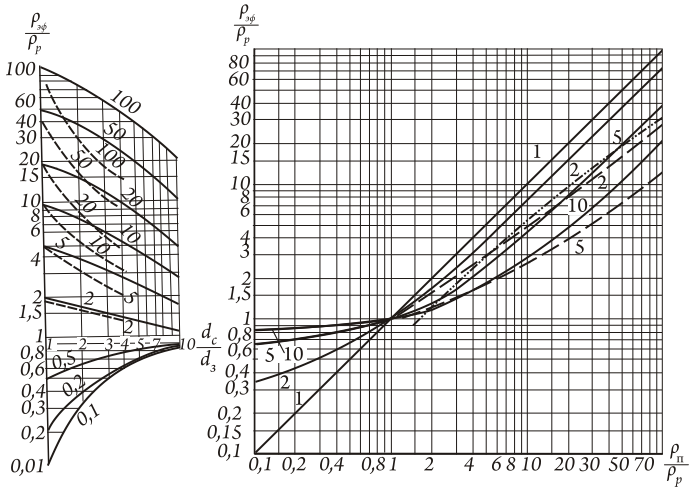


Рис. 5.6. *Зависимости $\rho_{эф}/\rho_p$ от $d_c/d_з$ (а) и $\rho_{эф}/\rho_p$ от $\rho_{\text{п}}/\rho_p$ (б) для экранированного цилиндрического заземления в случае пластов неограниченной мощности при $L_з/d_з = 5$.*

Значительное уменьшение эффективных сопротивлений, полученных экспериментально, по сравнению со значениями $\rho_{эф}$, рассчитанными по формуле (5.27) для $\dfrac{d_c}{d_з} > 1$, объясняется возрастающим ответвлением экранирующего тока в глинистый раствор, о чём говорилось выше.

Для максимального исключения влияния электрической неоднородности пород на характер распространения тока от экранированного заземления используют специальные схемы измерений. В этих схемах вводят поправку за влияние скважины и ограниченные размеры изучаемого объекта (трёхэлектродный зонд) либо осуществляют автоматическую фокусировку тока заземления A (семиэлектродный или фокусированный зонд).

Поправка за влияние скважины и ограниченные размеры изучаемого объекта в трёхэлектродном зонде заключается в приведении тока i_A, проходящего через центральное (экранированное) заземление A, к его значению I_A в том случае, если бы зонд находился в неоднородной среде или если бы поверхности, разделяющие неоднородности, были эллипсоидами, софокусными с поверхностью заземления. В последнем случае эффективное сопротивление определяется формулами (5.27) и (5.28), причём:

$$\frac{I_A}{I} = \frac{l}{L_з} = const,$$

где I — суммарная сила тока, питающего заземления $Э_1$, A и $Э_2$.

В дальнейшем сопротивление заземления R_A и эффективное сопротивление $\rho_{эф}$ будем рассчитывать по формулам:

$$R_A = \frac{U_з}{I}\frac{l}{L_з}\frac{I_A}{i_A} = \frac{R_A^*}{i_A/I_A};$$

$$\rho_{эф} = \frac{R_A}{R_A^*}\rho_{эф}^* = K_{Э,П}R_A = K_{Э,П}\frac{R_A^*}{i_A/I_A}, \qquad (5.29)$$

где $U_з$ — потенциал экранированного заземления; i_A/I_A — отношение тока, проходящего через заземление A в данной неоднородной среде, к току, проходящему через это заземление в однородной среде (при $I = const$); $K_{Э,П}$ — коэффициент экранированного заземления при измерении R_A по потенциальной схеме [см. формулу (5.26)]; R_A^* и $\rho_{эф}^*$ — сопротивление заземления A и эффективное сопротивление, рассчитанные без введения указанной поправки.

При интерпретации данных исследования скважин используют палетки, рассчитанные по формулам (5.27) и (5.28), или определённые экспериментально на электроинтеграторе. Получаемые при этом результаты будут тем точнее, чем больше $L_з / d_з$, $h / L_з$ и меньше различие удельных сопротивлений пород и глинистого раствора, причём точность определения $\rho_{эф}$ получается несравненно более высокой, чем это показано на рис. 5.6.

На рис. 5.7 приведены зависимости $\rho_{эф} / \rho_p$ от $(\rho_п / \rho_p)$ для различных диаметров скважины при отсутствии зоны проникновения фильтрата глинистого раствора сопротивления $\rho_{зп}$, отличающегося от ρ_p и $\rho_п$.

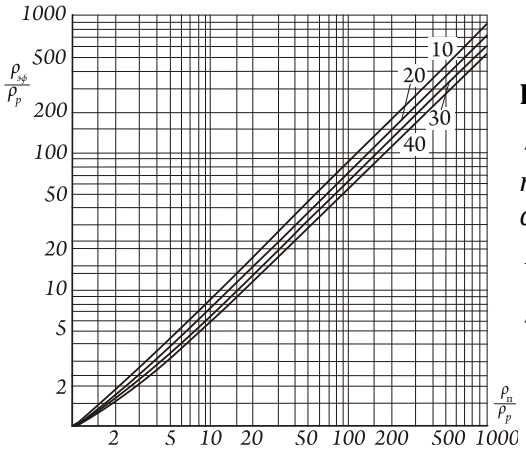


Рис. 5.7. *Зависимости отношения* $\rho_{эф} / \rho_p$ *от* $\rho_п / \rho_p$ *для трёхэлектродного экранированного зонда с фокусировкой тока.*
$L_{эф,ф} = 2,2$ м; $d_з = 0,065$ м;
$\rho_{зп} = \rho_p$. Шифр кривых — $d_с$ в см

Контрольные вопросы

1. *Укажите основные физические причины, от которых зависит удельное электрическое сопротивление осадочных пород.*
2. *Какова структура поля, создаваемого в системе скважина–пласт экранированным цилиндрическим заземлением с фокусировкой тока?*
3. *Как обеспечивается фокусировка тока в случае переслаивания пластов с различным сопротивлением?*

ГЛАВА 6. ТЕОРИЯ ПОЛЯ ПОТЕНЦИАЛОВ СОБСТВЕННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

При изучении разрезов нефтяных и газовых скважин метод потенциалов собственной поляризации (СП) является одним из основных методов электрометрии. Он позволяет решать геологические задачи, связанные с установлением границ пластов, корреляцией разрезов, выделением коллекторов, определением минерализации пластовых вод и фильтрата промывочной жидкости, определением коэффициента глинистости, пористости, проницаемости и нефтегазонасыщения.

Теория метода создавалась трудами Л. М. Альпина, С. М. Шейнмана, В. Р. Бурсиана, Б. Ю. Вендельштейна, В. Н. Дахнова, В. Н. Кобрановой, Д. А. Шапиро, А. Долля и др.

Электрохимическая активность горных пород определяется следующими физико-химическими процессами:

1. Диффузией солей из пластовых вод в буровой раствор или из бурового раствора в пласт и адсорбцией их ионов поверхностью частиц, составляющих породу.
2. Фильтрацией пластовых вод или фильтрата бурового раствора.
3. Окислительно-восстановительными реакциями, протекающими преимущественно на поверхностях соприкосновения горных пород с другими породами или буровым раствором.

Потенциалы собственной поляризации $U_{СП}$ подразделяются на *диффузионно-адсорбционные*, *течения* или *фильтрации* (*кинетические*) и *окислительно-восстановительные.*

Диффузионно-адсорбционные потенциалы обычно преобладают над окислительно-восстановительными и потенциалами течения (особенно в осадочных породах, насыщенных минерализованными водами, вскрытых скважинами, заполненными пресным буровым раствором).

На потенциалы $U_{СП}$ накладываются потенциалы, созданные:

1) поляризацией электродов и её изменением при движении электродов;
2) осаждением твёрдых частиц в буровом растворе;
3) гальванокоррозией грузов;
4) естественными и индустриальными блуждающими электрическими токами.

Эти потенциалы в той или иной степени искажают диаграммы $U_{СП}$ и затрудняют интерпретацию; их влияние должно быть сведено к минимуму.

Измерения потенциалов СП используются для выделения и изучения пород, отличающихся своей электрохимической активностью от вмещающих пород и бурового раствора.

6.1. *Потенциалы СП на оси скважины в однородной среде*

Для изучения горных пород в скважинах по данным измерений потенциалов, созданных диффузионно-адсорбционными, окислительно-восстановительными и фильтрационными процессами, необходимо знать распределение полей, обусловленных этими процессами, в окружающем пространстве и, особенно в скважине, где находится измерительный электрод. Так как второй электрод *N* устанавливается на поверхности, и его потенциал в процессе регистрации кривых $U_{СП}$ остаётся достаточно постоянным, то кривую разностей потенциалов между электродами *M* и *N* можно рассматривать как кривую изменения потенциала электрода *M*.

Пласт, на поверхности которого протекают диффузионные и окислительно-восстановительные процессы, и в ёмкостном пространстве которого наблюдается фильтрация вод (при наличии глинистой корки на границе скважина–пласт[1]), может быть заменён системой *двойных электрических слоёв* (рис. 6.1 а). А именно — плоскими слоями $S_{2,1}$ и $S_{2,3}$ бесконечного простирания, расположенными в подошве и кровле пласта, и цилиндрическими сло-

[1] На глинистой корке происходит почти полное падение потенциала течения.

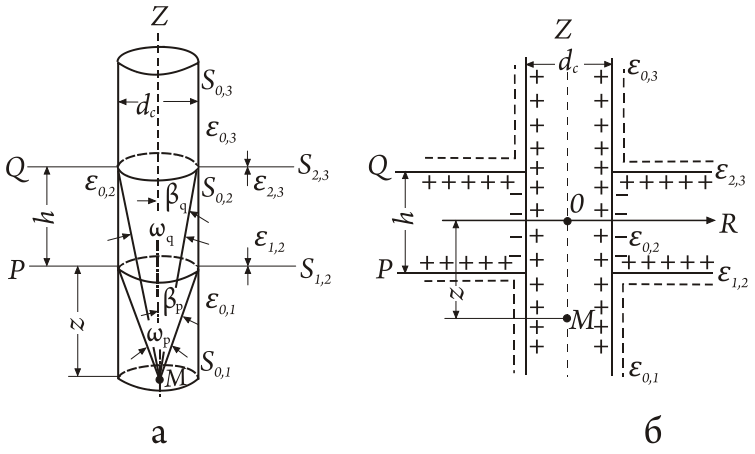


Рис. 6.1 а, б. *К выводу формул, определяющих величину потенциала собственной поляризации пород в скважине*

ями $S_{0,1}$, $S_{0,2}$ и $S_{0,3}$, находящимися соответственно на поверхностях сечения скважиной среды, подстилающей пласт, пласта и среды, покрывающей пласт.

Потенциал в точке М равен алгебраической сумме потенциалов электрических полей, созданных каждым из перечисленных двойных слоёв в отдельности: $U_{СП} = U_{2,1} + U_{2,3} + U_{0,1} + U_{0,2} + U_{0,3}$, где индексы 2,1; 2,3; 0,1; 0,2 и 0,3 указывают, каким двойным электрическим слоем создан потенциал.

Из теории поля известно, что в однородном безграничном пространстве потенциал двойного электрического слоя

$$U = \frac{\omega}{4\pi}\varepsilon \quad , \tag{6.1}$$

где ω — телесный угол видимости слоя из точки, в которой определяется потенциал; ε — разность потенциалов между обкладками двойного слоя; величина этой разности потенциалов зависит от характера и интенсивности физических и химических процессов, протекающих на изучаемой поверхности раздела сред.

Введём цилиндрическую систему координат *RZ* и начало её совместим с точкой *O* (рис. 6.1 б), в которой ось скважины пересекает плоскость, проходящую через середину пласта, и ось *Z* направим вдоль оси скважины.

Обозначим через h, d_e и z соответственно мощность пласта, диаметр скважины и расстояние от точки М до начала координат через $\varepsilon_{2,1}, \varepsilon_{2,3}, \varepsilon_{0,1}, \varepsilon_{0,2}$ и $\varepsilon_{0,3}$, значения разностей потенциалов между обкладками слоёв[2], расположенных в подошве $(\varepsilon_{2,1})$, кровле $(\varepsilon_{2,3})$ пласта и на поверхностях скважина–подстилающие породы $(\varepsilon_{0,1})$, скважина–пласт $(\varepsilon_{0,2})$, скважина–покрывающие породы $(\varepsilon_{0,3})$ и через ω

$$\left.\begin{aligned}
&\omega_{2,1} = 2\pi - \omega_P,\\
&\omega_{2,3} = 2\pi - \omega_q,\\
&\omega_{0,1} = 4\pi = \omega_P,\\
&\omega_{0,2} = \omega_P - \omega_q,\\
&\omega_{0,3} = \omega_q
\end{aligned}\right\} \text{ — телесные углы видимости этих слоёв из точки М.}$$

В последних формулах через ω_P и ω_q обозначены телесные углы видимости сечений скважиной подошвы (плоскости P) и кровли (плоскости Q) пласта из точки M (рис. 6.1 а).

Подставив значения телесных углов видимости в формулу (6.1) и произведя суммирование потенциалов, созданных каждым слоем в отдельности, получим[3]:

$$\begin{aligned}
U_{СП} &= -\frac{2\pi - \omega_P}{4\pi}\varepsilon_{2,1} + \frac{2\pi - \omega_q}{4\pi}\varepsilon_{2,3} + \frac{4\pi - \omega_P}{4\pi}\varepsilon_{0,1} + \frac{\omega_P - \omega_q}{4\pi}\varepsilon_{0,2} + \frac{\omega_q}{4\pi}\varepsilon_{0,3} = \\
&= \frac{1}{4\pi}\left[\omega_P\left(\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,1} + \varepsilon_{0,2}\right) - \omega_q\left(\varepsilon_{2,3} - \varepsilon_{0,3} + \varepsilon_{0,2}\right)\right] + \frac{\varepsilon_{2,3} - \varepsilon_{2,1}}{2} + \varepsilon_{0,1}
\end{aligned}. \quad (6.2)$$

---

[2] Порядок цифр у индексов показывает обкладку слоя (первая цифра), потенциал которой измеряется относительно другой обкладки (вторая цифра). Следовательно, для любого слоя $\varepsilon_{ki} = -\varepsilon_{ik}$.

[3] При выводе формулы (6.2) заряд обкладки слоя, обращённого к области с меньшим значением r или $|z|$ считается положительным. В случае изменения знака этого слоя, например, как показано на рис. 6.1 для $\varepsilon_{0,2}$, в окончательную формулу необходимо подставить $\varepsilon_{0,2}$ с противоположным знаком (в данном случае отрицательным).

При расположении точки M на оси скважины

$$\omega_P = 2\pi\left(1-\cos\beta_P\right) = 2\pi\left[1-\frac{z-\frac{h}{2}}{\sqrt{\left(z-\frac{h}{2}\right)^2+\left(\frac{d_C}{2}\right)^2}}\right];$$

$$\omega_q = 2\pi\left(1-\cos\beta_q\right) = 2\pi\left[1-\frac{z+\frac{h}{2}}{\sqrt{\left(z+\frac{h}{2}\right)^2+\left(\frac{d_C}{2}\right)^2}}\right],$$

где ω_P и ω_q — углы между осью скважины и образующими конусов, вершины которых расположены в точке M, а основаниями являются сечения скважиной подошвы и кровли пласта:

$$\beta_P = \arccos\frac{z-\frac{h}{2}}{\sqrt{\left(z-\frac{h}{2}\right)^2+\left(\frac{d_C}{2}\right)^2}} = \arccos\frac{2z-h}{\sqrt{(2z-h)^2+d_C^2}},$$

$$\beta_q = \arccos\frac{z+\frac{h}{2}}{\sqrt{\left(z+\frac{h}{2}\right)^2+\left(\frac{d_C}{2}\right)^2}} = \arccos\frac{2z+h}{\sqrt{(2z+h)^2+d_C^2}}.$$

Подставив значения ω_P и ω_q в формулу (6.2), и произведя соответствующие преобразования, будем иметь

$$U_{СП} = \frac{2z+h}{\sqrt{(2z+h)^2+d_C^2}}\frac{\varepsilon_{2,3}-\varepsilon_{0,3}+\varepsilon_{0,2}}{2} - \frac{2z-h}{\sqrt{(2z-h)^2+d_C^2}}\times$$
$$\times\frac{\varepsilon_{2,1}-\varepsilon_{0,1}+\varepsilon_{0,2}}{2}+\frac{\varepsilon_{0,3}+\varepsilon_{0,1}}{2}. \qquad (6.3)$$

В практике часто встречаются случаи, когда пласт (например, песчаник или известняк) залегает в толще однородных пород (например, глин), в которых минерализация поровых вод близ кровли и подошвы пласта практически одинакова. В этих условиях $\varepsilon_{2,1} = \varepsilon_{2,3}$ и $\varepsilon_{0,1} = \varepsilon_{0,3}$

и следовательно,

$$U_{СП}=\left[\frac{2z+h}{\sqrt{(2z+h)^2+d_c^2}}-\frac{2z-h}{\sqrt{(2z-h)^2+d_c^2}}\right]\frac{\varepsilon_{2,1}-\varepsilon_{0,1}+\varepsilon_{0,2}}{2}+\varepsilon_{0,1}.$$

Выразив для удобства координату z точки наблюдения и мощность h пласта в диаметрах скважины и обозначив соответственно z/d_c через z_d и h/d_c через h_d, получим:

$$U_{СП}=\left[\frac{2z_d+h_d}{\sqrt{(2z_d+h_d)^2+1}}-\frac{2z_d-h_d}{\sqrt{(2z_d-h_d)^2+1}}\right]\frac{\varepsilon_{2,1}-\varepsilon_{0,1}+\varepsilon_{0,2}}{2}+\varepsilon_{0,1}=$$

$$=F(z_d,h_d)\frac{\varepsilon_{2,1}-\varepsilon_{0,1}+\varepsilon_{0,2}}{2}+\varepsilon_{0,1},$$

где $F(z_d,h_d)$ — функция, определяющая характер изменения потенциала $U_{СП}$ по оси скважины

$$F(z_d,h_d)=\frac{2z_d+h_d}{\sqrt{(2z_d+h_d)^2+1}}-\frac{2z_d-h_d}{\sqrt{(2z_d-h_d)^2+1}}=$$

$$=\frac{\bar{z}+h_d}{\sqrt{(\bar{z}+h_d)^2+1}}-\frac{\bar{z}-h_d}{\sqrt{(\bar{z}-h_d)^2+1}}. \qquad (6.4)$$

В формуле (6.4) $z=2z_d$ — координата точки *M*, выраженная в единицах радиуса скважины $(\bar{z}=z/r_c)$.

В точках, удалённых от границ пласта —

$$F(z_d,h_d)_{z_d\to\infty}=\frac{2z_d+h_d}{\sqrt{(2z_d+h_d)^2+1}}-\frac{2z_d-h_d}{\sqrt{(2z_d-h_d)^2+1}}\to 0.$$

Последнее соотношение практически соблюдается даже при относительно небольших значениях этого расстояния $(z_d-h_d/2)$.

Так, например, в случае неограниченной мощности пласта $(h\to\infty)$ при $z_d-h_d/2=2F(z_d,h_d)=0,0312$, при $z_d-h_d/2=3F(z_d,h_d)=0,0149$ и при $z_d-h_d/2=5F(z_d,h_d)=0,005$. При меньших значениях h_d величина $F(z_d,h_d)$ будет ещё меньше. Например, при $h_d=1$ и перечисленных величинах $z_d-h_d/2$ значения функции $F(z_d,h_d)$ будут соответственно равны

0,0208; 0,0062; 0,00150. Следовательно, при расположении точки M от границы пласта на расстоянии $z'_d = z_d - h_d/2 > 2{,}5F\left(z_d, h_d\right)$ может быть принята равной нулю, и потенциал $U_{СП} = \left(z'_d \geq 2{,}5\right) \approx \varepsilon_{0,1}$.

При пересечении пласта электродом M его потенциал по отношению к потенциалу удалённых точек изменяется согласно уравнению

$$\Delta U_{СП} = U_{СП} - U_{СП}\left(z_d \to \infty\right) = \left[\frac{2z_d + h_d}{\sqrt{\left(2z_d + h_d\right)^2 + 1}} - \frac{2z_d - h_d}{\sqrt{\left(2z_d - h_d\right)^2 + 1}}\right] \times$$

$$\times \frac{\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{2,1}}{2} = -F\left(z_d, h_d\right)\frac{\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{2,1}}{2} = -\frac{1}{2}F\left(z_d, h_d\right)\varepsilon_S \quad (6.5)$$

ε_S — алгебраическая сумма скачков диффузионно-адсорбционных потенциалов на границах исследуемого пласта, вмещающих пород и скважины.

Сумма ε_S называется *статическим потенциалом* пласта и вмещающих его пород.

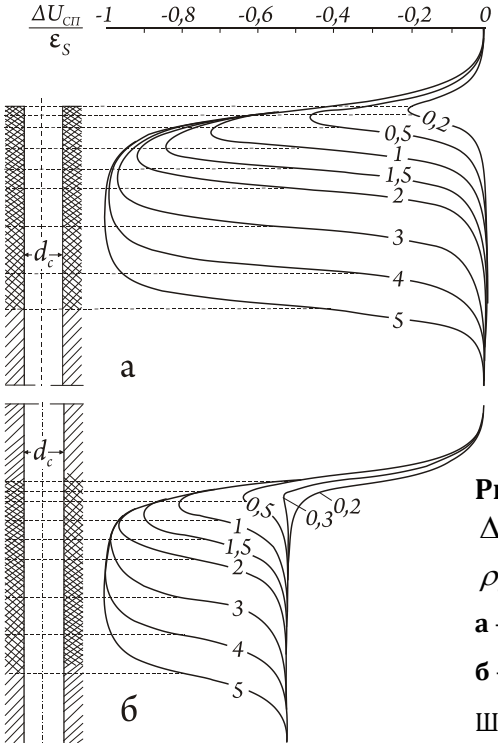


Рис. 6.2 а, б. *Теоретические кривые от* $\Delta U_{СП}/\varepsilon_S$ *в пластах разной мощности;* $\rho_{вм} = \rho_П = \rho_P$;
а — $\varepsilon_{0,1} = \varepsilon_{0,3}$;
б — $\varepsilon_{0,1} = 0{,}5\varepsilon_{0,3}\left(\varepsilon_{1,2}, \varepsilon_{2,3} = 0\right)$.
Шифр кривых — h/d_c.

Кривые, удовлетворяющие уравнению (6.5), симметричны относительно начала координат (середины пласта, рис. 6.2 а) и имеют экстремальные значения (минимум или максимум в зависимости от знака суммы $\left(\varepsilon_{0,1}-\varepsilon_{0,2}-\varepsilon_{1,2}\right)$ в точке, в которой

$$F'\left(z_d,h_d\right)=2\left\{\frac{1}{\left[\left(2z_d+h_d\right)^2+1\right]^{3/2}}-\frac{1}{\left[\left(2z_d-h_d\right)^2+1\right]^{3/2}}\right\}=0.$$

Последнее равенство удовлетворяется при $z_d=0$, т.е. при расположении электрода М в середине пласта. В этой точке экстремальное значение амплитуды изменения потенциала

$$\Delta U_{СП}^{экстр}=-\frac{h_d}{\sqrt{h_d^2+1}}\left(\varepsilon_{0,1}-\varepsilon_{0,2}-\varepsilon_{2,1}\right). \qquad (6.6)$$

При увеличении h_d дробь $h_d\big/\sqrt{h_d^2+1}$ стремится к единице (рис. 6.3), и в случае однородной среды (кривая модуля $\rho_П/\rho_P=1$) при $h_d>4$ отличается от единицы меньше чем на 3%. Поэтому в однородной среде при $h_d>4$ с точностью, достаточной для практики, можно принять

$$\Delta U_{СП}^{экстр}=-\left(\varepsilon_{o,1}-\varepsilon_{0,2}-\varepsilon_{2,1}\right)=\varepsilon_S. \qquad (6.7)$$

$$S_d=2\frac{\varepsilon_S}{2}\int_0^{z_d\to\infty}\left[\frac{2z_d+h_d}{\sqrt{\left(2z_d+h_d\right)^2+1}}-\frac{2z_d-h_d}{\sqrt{\left(2z_d-h_d\right)^2+1}}\right]dz_d=$$
$$=0,5\varepsilon_S\left|\left(2z_d+h_d\right)\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{\left(2z_d+h_d\right)^2}}}-\left(2z_d-h_d\right)\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{\left(2z_d-h_d\right)^2}}}\right|_{z_d\to\infty}=\varepsilon_S h_d \qquad (6.8)$$

Это равенство означает, что выполняется теорема о площади аномалии, согласно которой площадь S_d, ограниченная кривой, заданной уравнением (6.5), равна произведению статического потенциала на истинную мощность пласта. Последнее уравнение даёт возможность определить мощность *h* пласта по площади $S=S_d d_c$ аномалии и известному значению статического потенциала ε_S: $h=S/\varepsilon_S$.

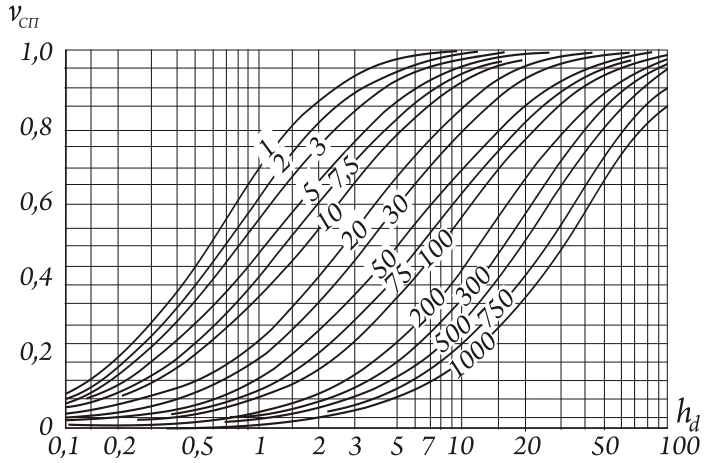


Рис. 6.3. *Зависимости* $\nu_{СП} = f\left(\dfrac{h}{d_c}\right)$ *при* $\rho_П/\rho_P = const$. *(шифр кривых).*

Это же уравнение (в силу аддитивности полей, созданных каждым пластом в отдельности) позволяет рассчитать суммарную мощность $\sum h$ пропластков с разными диффузионно-адсорбционными свойствами, залегающих в пачке пород общей мощностью h, отмеченной на кривой $U_{СП}$ значением $\Delta U_{СП}$ аномалии, имеющей площадь S':

$$\sum h = \frac{S'}{\varepsilon_S}.$$

Две последние формулы дают возможность определить величину статического потенциала ε_S при $\Delta U_{СП} < \varepsilon_S$ (тонкие пласты) в тех случаях, когда известна мощность пласта или суммарная мощность пропластков (например, по данным микроисследований скважин). Знание ε_S необходимо для определения диффузионно-адсорбционной активности и затем литологии исследуемых пород.

На границах пласта — в подошве и кровле $\left(z_d = \pm\dfrac{h_d}{2}\right)$

$$\Delta U_{СП}^{гр} = -\frac{h_d}{\sqrt{4h_d^2+1}}\left(\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{2,1}\right). \qquad (6.9)$$

Сопоставив формулы (6.6) и (6.9), получим

$$\frac{\Delta U_{СП}^{гр}}{\Delta U_{СП}^{экстр}} = \frac{\sqrt{h_d^2+1}}{\sqrt{4h_d^2+1}} = 0,5\frac{\sqrt{h_d^2+1}}{\sqrt{h_d^2+0,25}}.$$

Из последнего соотношения следует, что при $h_d > 4$

$$\frac{\Delta U_{СП}^{гр}}{\Delta U_{СП}^{экстр}} \approx 0,5; \qquad \Delta U_{СП}^{гр} = 0,5\Delta U_{СП}^{экстр} = 0,5\Delta U_{СП}^{центр.пл.}.$$

Таким образом, кровля и подошва пласта мощностью $h_d > 4$, электрически однородного с окружающей средой, отмечаются на диаграмме $\Delta U_{СП}$ точками, в которых приращение потенциала равно половине его наибольшего приращения $\Delta U_{СП}^{экстр}$.

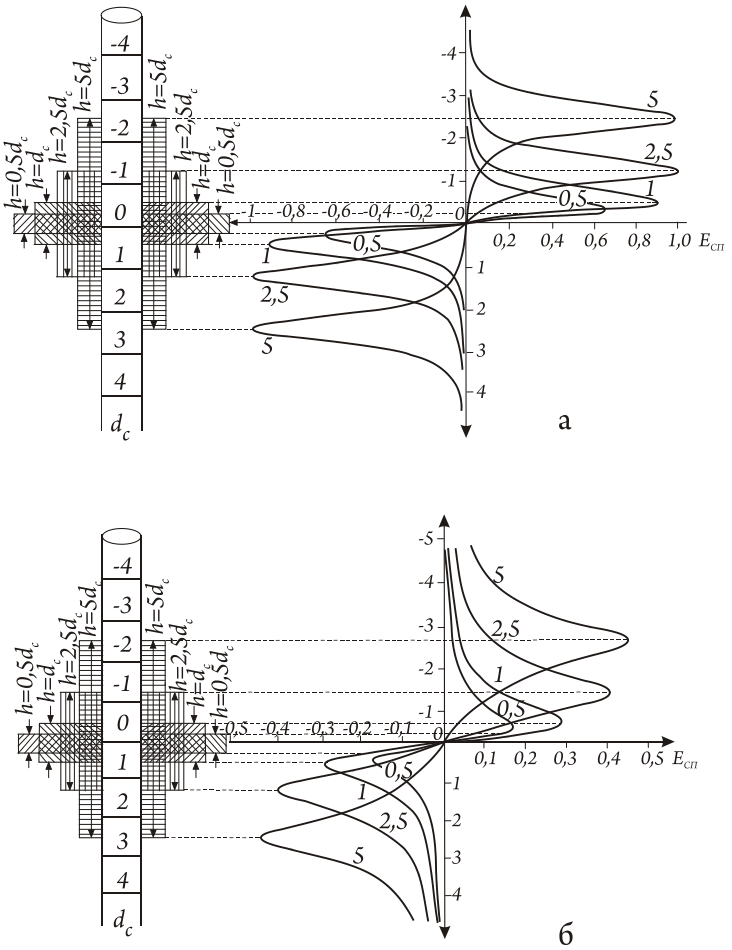


Рис. 6.4 а, б. *Кривые градиента потенциала собственной поляризации пород.*
а — кривые градиента диффузионно-адсорбционных потенциалов;
б — то же потенциалов течения.
Шифр кривых h|d_c (*по Л.М.Альпину*)

Производная по z от формулы (6.3) даёт значение напряжённости электрического поля собственной поляризации:

$$E_{СП} = -\frac{\partial U_{СП}}{\partial z} = -\frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial \omega_P}{\partial z}\left(\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,1} + \varepsilon_{0,2}\right) - \frac{\partial \omega_q}{\partial z}\left(\varepsilon_{2,3} - \varepsilon_{0,3} + \varepsilon_{0,2}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{d_c}\left\{\frac{\varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,1} + \varepsilon_{0,2}}{\left[\left(2z_d + h_d\right)^2 + 1\right]^{3/2}} - \frac{\varepsilon_{2,3} - \varepsilon_{0,3} + \varepsilon_{0,2}}{\left[\left(2z_d - h_d\right)^2 + 1\right]^{3/2}}\right\} = \quad . (6.10)$$

$$= -\frac{1}{d_c}\left\{\frac{\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,2}}{\left[\left(2z_d + h_d\right)^2 + 1\right]^{3/2}} - \frac{\varepsilon_{0,3} - \varepsilon_{2,3} - \varepsilon_{0,2}}{\left[\left(2z_d - h_d\right)^2 + 1\right]^{3/2}}\right\}$$

Из формулы (6.10) следует, что при $h_d > 3$:

1) в подошве пласта $z_d = 1/2$

$$\partial U_{СП} = E_{СП}\partial z = -\frac{\partial z}{d_C}\left(\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,2}\right); \qquad (6.11)$$

2) в кровле пласта $z_d = 1/2$

$$\partial U_{СП} = E_{СП}\partial z = \frac{\partial z}{d_c}\left(\varepsilon_{0,3} - \varepsilon_{2,3} - \varepsilon_{0,2}\right), \qquad (6.12)$$

$\partial U_{СП}$ — приращение потенциала собственной поляризации на участке dz [4].

Формулы (6.11) и (6.12) дают возможность по величине экстремальных значений приращении потенциала вычислить порознь суммы $\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{2,1}$ и $\varepsilon_{0,3} - \varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{2,3}$, что необходимо знать в тех случаях, когда $\varepsilon_{0,1} \neq \varepsilon_{0,3}$ и $\varepsilon_{2,1} \neq \varepsilon_{2,3}$.

Экстремальные значения функции (6.10) наблюдаются при значениях z_d, тем более близких к $\pm h_d/2$, чем больше мощность пласта, и практически совпадают с положением границ пласта при $h_d > 3$ (рис. 6.4 а).

[4] Формулы (6.10) и (6.11) могут быть использованы при условии, если $dz < 0,2d_c$.

При $\varepsilon_{0,1} = \varepsilon_{0,3}$ и $\varepsilon_{2,1} = \varepsilon_{2,3}$

$$E_{СП} = -grad\, U_{СП} = -\frac{\partial U_{СП}}{\partial z} = \frac{1}{d_C} \times \left\{ \frac{1}{\left[\left(2z_d + h_d\right)^2 + 1 \right]^{3/2}} - \frac{1}{\left[\left(2z_d - h_d\right)^2 + 1 \right]^{3/2}} \right\} \times$$

$$\times \left(\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,2} \right) = F'\left(z_d, h_d\right)\left(\varepsilon_{0,1} - \varepsilon_{2,1} - \varepsilon_{0,2} \right). \quad (6.13)$$

В этих условиях характер изменения градиента потенциала $U_{СП}$ по оси скважины определяется функцией

$$F'\left(z_d, h_d\right) = \left[\left(2z_d + h_d\right)^2 + 1 \right]^{-3/2} - \left[\left(2z_d - h_d\right)^2 + 1 \right]^{-3/2} =$$
$$= \left[\left(\overline{z} + h_d\right)^2 + 1 \right]^{-3/2} - \left[\left(\overline{z} - h_d\right)^2 + 1 \right]^{-3/2} . \quad (6.14)$$

6.2. *Потенциалы течения (фильтрации)*

Если на поверхности сечения проницаемого пласта скважиной глинистая корочка отсутствует, фильтрация вод создаст электрическое поле простого электрического слоя, расположенного на поверхности сечения пласта скважиной.

В однородном и изотропном пространстве потенциал простого слоя

$$U_f = \frac{\sigma}{\varepsilon_a} \int_S \frac{ds}{R} = \frac{\varepsilon_f}{4\pi} \int_S \frac{ds}{R}, \quad (6.15)$$

где a — плотность зарядов на поверхности простого слоя, $\sigma = \dfrac{\varepsilon_f \varepsilon_a}{4\pi}$;

ε_f — величина ЭДС фильтрации; ε_a — диэлектрическая проницаемость; R — расстояние от точки, в которой определяется U_f до элементарной поверхности ds слоя; S — полная поверхность слоя.

Для точек, находящихся на оси скважины, последнее равенство может быть приведено к следующему виду (рис. 6.5):

$$U_f = \frac{\varepsilon_f}{4\pi} \int_{z-\frac{h}{2}}^{z+\frac{h}{2}} \frac{2\pi r_c d\zeta}{\sqrt{\zeta^2 + r_c^2}} =$$

$$= \frac{\varepsilon_f r_c}{2}\left\{\ln\left[z+\frac{h}{2}+\sqrt{\left(z+\frac{h}{2}\right)^2+r_c^2}\right]-\ln\left[z-\frac{h}{2}+\sqrt{\left(z-\frac{h}{2}\right)^2+r_c^2}\right]\right\}=$$

$$= \frac{\varepsilon_f d_c}{4}\left\{\ln\left[2z_d+h_d+\sqrt{\left(2z_d+h_d\right)^2+1}\right]-\ln\left[2z_d-h_d+\sqrt{\left(2z_d-h_d\right)^2+1}\right]\right\}=, \quad (6.16)$$

$$= \frac{\varepsilon_f d_c}{4}\left[Arsh\left(2z_d+h_d\right)-Arsh\left(2z_d-h_d\right)\right]$$

где ζ — расстояние по оси Z от точки M до элементарной поверхности $2\pi r_c d\zeta$.

Напряжённость ε_f электрического поля U_f в точках, расположенных по оси скважины:

$$E_f = -\frac{U_f}{\partial z} = \frac{\varepsilon_f d_c}{4}\left[\frac{1}{\sqrt{\left(z-\frac{h}{2}\right)^2+r_c^2}}-\frac{1}{\sqrt{\left(z+\frac{h}{2}\right)^2+r_c^2}}\right]=$$

$$= \frac{\varepsilon_f}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{\left(2z_d-h_d\right)^2+1}}-\frac{1}{\sqrt{\left(2z_d+h_d\right)^2+1}}\right]= \quad . \quad (6.17)$$

$$= \frac{\varepsilon_f}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{\left(\bar{z}-h_d\right)^2+1}}-\frac{1}{\sqrt{\left(\bar{z}+h_d\right)^2+1}}\right]$$

На рис. 6.4 (б) и рис. 6.6 изображены кривые зависимости напряжённости и потенциала электрического поля течения, рассчитанные по формулам (6.16) и (6.17).

Из приведённых кривых следует, что потенциал поля течения достигает экстремальных значений в центре пласта. На границах пласта $U_f^{ср}$ тем меньше, отличается от половины $U_f^{экстр}$, чем больше мощность пласта. Кривые напряжённости поля течения имеют экстремальные значения в точках, расположенных тем ближе к границам пласта, чем больше его мощность. Практически экстремальные значения ε_f находятся против кровли и подошвы пласта при $h_d > 4$.

Из сопоставления кривых, изображённых на рис. 6.2 и рис. 6.6, следует, что оба семейства кривых имеют аналогичную конфигурацию. Учитывая это обстоятельство, а также то, что потенциалы течения по сравнению с диффузионно-адсорбционными потенциалами обычно невелики и на поверхности сечения проницаемого пласта скважиной имеется глинистая корка, при которой поле потенциалов течения с достаточным приближением можно рассматривать как поле двойного электрического слоя, расчёт потенциалов течения в большинстве случаев можно выполнять, исходя из предположения, что они созданы не простым, а двойным электрическим слоем. В этом случае при расчёте потенциалов в формулах (6.3), (6.7), (6.9) и (6.10) необходимо $\varepsilon_{0,2}$ заменять суммой $\varepsilon_{0,2} + \varepsilon_f$.

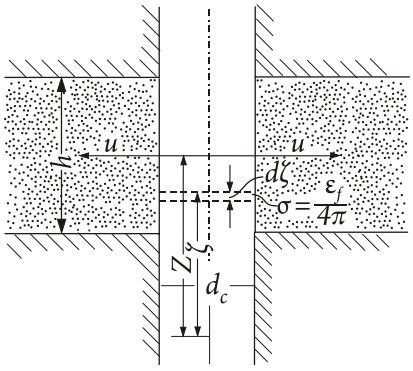


Рис. 6.5. *К выводу формул, определяющих потенциал фильтрации на оси скважины*

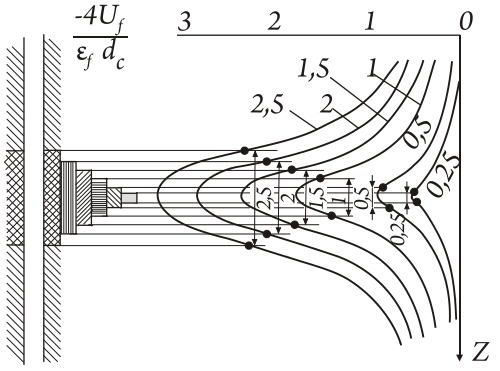


Рис. 6.6. *Характер изменения потенциалов фильтрации при пересечении пластов разной мощности* (глинистая корка отстуствует). Шифр кривых — отношение мощности пласта к диаметру d_c

Контрольные вопросы

1. *Какие физико-химические процессы определяют электрохимическую активность горных пород?*
2. *Основные положения теории двойного электрического слоя, используемые при выводе уравнения диаграммы СП для одиночного пласта.*
3. *Опишите основные закономерности диаграммы СП для одиночного пласта в толще вмещающих пород.*
4. *Что такое пласт, насыщенный по мощности?*
5. *Сформулируйте правила отбивки кровли и подошвы пласта.*
6. *Каков смысл теоремы о площади аномалии для диаграммы СП?*
7. *Как определяется относительная амплитуда потенциалов СП?*
8. *Почему относительная амплитуда СП характеризует эффективную пористость коллектора?*
9. *Чем определяется информативность метода СП при седиментологическом (фациальном) анализе?*

Раздел 2

ТЕОРИЯ ЯДЕРНО-ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Теоретический аппарат переноса излучений в веществе впервые разрабатывался в интересах обороны, ядерной энергетики и физики биологической защиты. *Задачи ядерной геофизики оказались, в некотором смысле, более сложными* и потребовали специального изучения. Это обусловлено рядом специфических условий:

1) Энергетический спектр применяемых в геофизике нейтронных источников простирается в область высоких энергий значительно дальше, чем спектр нейтронов деления. Необходимо учитывать *большое разнообразие мишеней и типов взаимодействий* в средах сложного минерального и изотопного состава.
2) Замедлители в ядерных реакторах имеют очень простой состав: лёгкая или тяжёлая вода (H_2O, D_2O), графит (C), бериллий и окись бериллия. Природные замедлители — коллекторы нефти и газа (или рудные образования) — это *многоэлементные среды сложного изотопного состава с широким диапазоном изменений водородосодержания*.
3) Исследования в скважинах проводятся с одним, практически точечным, источником нейтронов. В реакторе источники нейтронов (ядра расщепляющегося вещества) равномерно распределены в значительном макроскопическом объёме, поле нейтронов характеризуется малыми пространственными градиентами.
4) В системе скважина–пласт границы сред с различными нейтронными свойствами находятся на расстояниях от источника и детектора, соизмеримых с длиной свободного пробега нейтронов в широком энергетическом интервале. *Условия применимости распространённых приближений* (слабая анизотропия, малость градиентов плотности частиц) при этом *не выполняются*.

Для задач ядерной геофизики выявилась необходимость разработки специальных аналитических и численных методов теории переноса нейтронов и γ-квантов. Их разрабатывали:

- И.Г.Дядькин, Ю.П.Булашевич, В.Ф.Захарченко, М.Г.Воскобойников, И.А.Козачок, Д.А.Кожевников, А.И.Пшеничнюк, В.В. Кулик;
- неканонические формы уравнения переноса — Д.А. Кожевников, В.С. Хавкин, Ш.К. Насибуллаев;
- численные методы — О.А. Барсуков, А.Л. Поляченко с сотр., Ч. Титтл,
- математическое моделирование — И.Г. Дядькин, С.А. Денисик с сотр., Ф.Х. Еникеева, Р.Т. Хаматдинов, В.А. Велижанин, Б.К. Журавлёв;
- ядерная петрофизика — Д.А. Кожевников, Ю.С. Шимелевич, И.А. Козачок, В.В. Кулик, Я.А. Чубек.

Эффективным средством решения некоторых прямых задач является физическое (натурное) моделирование.

Принципиальные результаты были получены О.А. Барсуковым, А.В. Золотовым, В.П. Иванкиным, Ю.А. Гулиным, Ш.А. Губерманом.

ГЛАВА 7. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

7.1. *Взаимодействия гамма-квантов с веществом*

В ядерной геофизике используются только наиболее проникающие излучения — нейтроны и гамма-кванты, «просвечивающие» систему скважина–пласт через стальную обсадную колонну и цементный камень. Реакции, вызываемые нейтронами в горных породах, значительно разнообразнее реакций, вызываемых гамма-квантами. Поэтому стационарные и импульсные нейтронные методы широко применяются на месторождениях нефти, газа и других полезных ископаемых для определения коллекторских свойств горных пород, выявления продуктивных объектов, контроля их разработки, элементного анализа пород и минерального сырья, решения многих других важных задач.

Ядерные реакции подчиняются законам квантовой механики, поэтому можно говорить лишь о вероятности протекания той или иной из них. Мерой взаимодействия гамма-квантов (как и других частиц) с веществом являются эффективные сечения взаимодействия — микро- и макроскопическое.

Микроскопическое сечение представляет собой эффективную площадь поперечного сечения атомного ядра, попав в которое налетающая частица вызывает ядерную реакцию или испытывает рассеяние. Микросечение взаимодействия измеряется в барнах ($1б = 10^{-24} см^2$).

Наряду с микросечениями используются также *макроскопические сечения*, под которыми понимают *вероятность взаимодействия частиц в единице объёма вещества*. Если в единице объёма число ядер определённого типа есть N, то макроскопическое сечение Σ равно произведению микроскопического сечения σ на N: $\Sigma = \sigma N$. Как и микроскопическое, макроскопическое сечение характеризует определённый тип ядерной реакции.

Итак, *микроскопическое сечение* σ определяет вероятность взаимодействия одной частицы с другой частицей-мишенью (ядром, электроном, атомом). *Макроскопическое сечение* Σ — это мера вероятности взаимодействия частицы с единицей объёма вещества; оно равно произведению микросечения на число мишеней в единице объёма. По исторически сложившейся традиции, *макросечение для гамма-квантов обычно называют линейным коэффициентом ослабления* и обозначают μ (а не Σ). Величина $1/\Sigma$ определяет длину свободного пробега для конкретного типа взаимодействия.

Гамма-излучение ослабляется в веществе вследствие: фотоэффекта; комптоновского эффекта; образования пар; фотоядерных взаимодействий.

При *фотоэффекте* (рис. 7.1 а) гамма-кванты взаимодействуют с электронной оболочкой атома. Возникающий фотоэлектрон уносит часть энергии гамма-излучения $E = h\nu - E_0$, где E_0 — энергия связи электрона в атоме. Процесс идёт при энергиях не более 0,5 *МэВ*. В результате фотоэффекта также возникает характеристическое рентгеновское излучение.

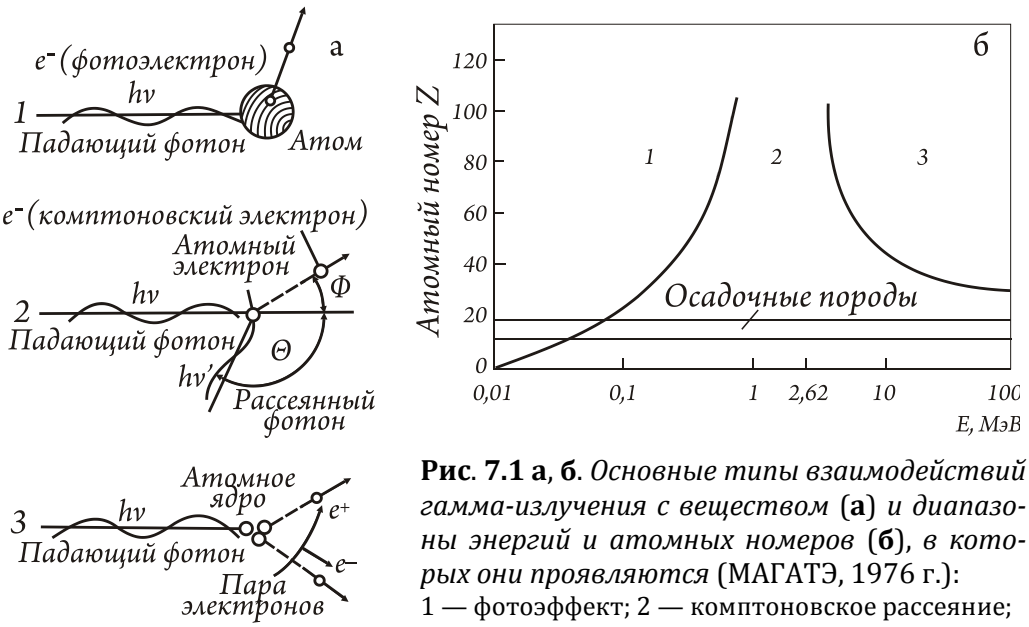


Рис. 7.1 а, б. *Основные типы взаимодействий гамма-излучения с веществом* (**а**) *и диапазоны энергий и атомных номеров* (**б**)*, в которых они проявляются* (МАГАТЭ, 1976 г.):
1 — фотоэффект; 2 — комптоновское рассеяние; 3 — эффект образования электрон-позитронных пар

Микроскопическое сечение фотоэффекта зависит от энергии гамма-кванта и порядкового номера Z элемента:

$$\sigma_{ф} = 12{,}1E^{-3{,}15}Z^{4{,}6} \quad \text{[барн/атом]}.$$

Сильная зависимость от Z позволяет использовать фотоэффект для количественного определения содержаний тяжёлых элементов в горных породах (рентген-радиометрический и селективный гамма-гамма-методы).

При *комптоновском* эффекте гамма-излучение взаимодействует с электронами, передавая им часть энергии, и затем распространяется в горной породе, испытывая многократное рассеяние с изменением первоначального направления движения. Этот процесс возможен при любых энергиях гамма-квантов и является основным при $0{,}2 < E < 3$ *МэВ*, т.е. именно в области спектра первичного излучения естественно-радиоактивных элементов.

Процесс образования электрон-позитронных пар, возникающих из фотонов в поле ядер атомов, наиболее вероятен для пород, содержащих тяжёлые элементы (рис. 7.1 б) при энергиях не менее 1,02 *МэВ*.

Таким образом, при различных энергиях гамма-кванты взаимодействуют преимущественно с различными мишенями: атомами, электронами, атомными ядрами.

В области энергий, где наиболее существенны комптон- и фотоэффекты (рис. 7.1 б), полное макроскопическое сечение взаимодействия (называемое также линейным коэффициентом ослабления)

$$\mu = \mu_ф + \mu_к = \mu_к \left(1 + \mu_ф / \mu_к\right), \qquad (7.1)$$

где $\mu_к = n_e \sigma_к$ — макросечение комптон-эффекта; n_e — число электронов в единице объёма.

Электронная плотность сред, состоящих из элементов с отношением $Z/A = 1/2$, строго пропорциональна объёмной плотности (такие среды называются «нормальными»). Вследствие присутствия водорода, для которого $Z/A = 1$, горные породы отличаются от «нормальных» сред; мерой этого отличия является «коэффициент приведения к нормальной среде».

Эффективный атомный номер среды сложного состава — это порядковый номер такой моноэлементной среды, сечение фотоэлектрического поглощения которой такое же, как в данной многоэлементной среде.

Для моноэлементной среды $n_e = \sigma N_A Z/A$, где N_A — число Авогадро; A и Z — массовое число и порядковый номер; σ — плотность. Элементы, входящие в состав породообразующих минералов, являются наиболее распространёнными, то есть наиболее устойчивыми. Поскольку условие устойчивости атомных ядер (условие насыщения ядерных сил) требует, чтобы $A = N + P \approx N + Z \approx 2Z$, ($N \approx Z$), где N и P — числа нейтронов и протонов в ядре, то $Z/A = 0{,}5$ независимо от типа элемента (исключение составляет водород).

Таким образом, при комптоновском рассеянии макросечение $\mu_к$ определяется плотностью (величина $2\sigma Z/A$ называется *электронной плотностью*). Этот факт служит строгим физическим обоснованием *плотностной модификации гамма-гамма-метода* (ГГМ). В энергетической области комптон-эффекта $\mu \approx \sigma$, и величина

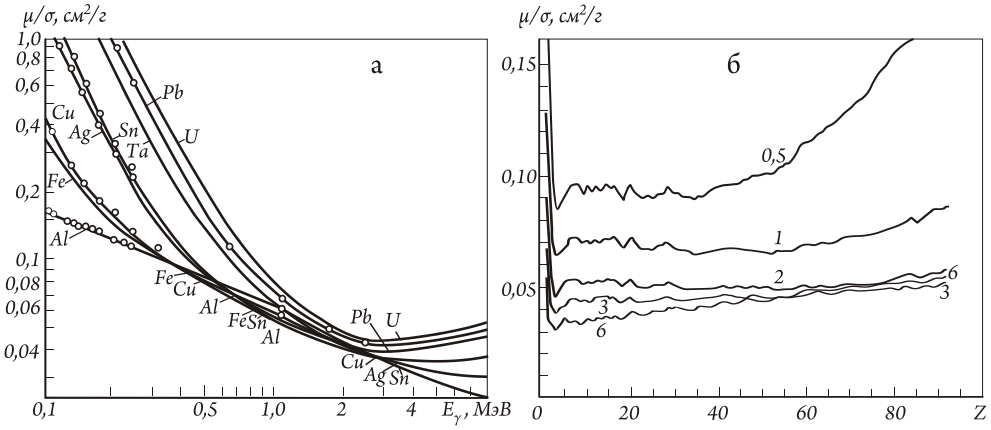


Рис. 7.2 а, б. *Зависимости массового коэффициента ослабления* μ/σ *от энергии гамма-квантов* (**а**) *и атомного номера Z элемента* (**б**); шифр кривых — энергия гамма-квантов, *МэВ*

$$\tilde{\mu} = \mu/\sigma \tag{7.2}$$

не зависит от плотности (рис. 7.2 б); эта величина называется «масссовым коэффициентом ослабления».

Для удобства сравнения влияния фотоэффекта и комптоновского рассеяния используется сечение фотопоглощения на один электрон:

$$\sigma_ф / Z = P_e 10^{-2} (E/132)^{-3,15}, \tag{7.3}$$

где величина P_e («индекс фотоэлектрического поглощения») равна $(Z/10)^{3,6}$. Отношение сечений $\mu_ф/\mu_к = \sigma_ф/Z_{σк} \approx P_e/\sigma_к$ [1]. Эффективный атомный номер $Z_{эфф}$ выражается следующим образом (для многоэлементной среды):

$$Z_{эфф} = \left[\frac{\sum (Z_i/A_i) P_i Z_i^{3,6}}{\sum (Z_i/A_i) P_i} \right]^{1/3,6}, \tag{7.4}$$

где Z_i, A_i, P_i — порядковый номер, атомный вес и весовая (массовая) доля i-го элемента соответственно, и суммирование распространено на все элементы в естественной смеси.

[1] В главах, где это не может вызвать недоразумений, через σ обозначается плотность.

Ослабление интенсивности *dJ* широкого пучка гамма-излучения в плоском слое однородного вещества толщиной *dx* описывается дифференциальным уравнением, аналогичным закону радиоактивного распада:

$$\frac{dJ}{dx} = -\mu x, \tag{7.5}$$

в интегральной форме:

$$J(x) = J_0 \exp(-\mu x). \tag{7.6}$$

Если плотность среды зависит от *x* («барьерная» геометрия), то есть $\mu = \mu(x)$, то

$$J(x) = J_0 \exp[-\Lambda(x)], \tag{7.7}$$

где Λ — оптическая толщина слоя *x*, или

$$\Lambda(x) = \int_0^x \mu(x')\,dx', \quad \Lambda(x) = \mu T(x) = \mu \int_0^x \sigma(x')\,dx', \tag{7.8}$$

где *T*(*x*) — массовая толщина слоя *x*; $\tilde{\mu} = \mu/\sigma$ — массовый коэффициент ослабления. Выражение (7.8) определяет закон ослабления излучения в *барьерной геометрии*.

Для точечного изотропного источника на экспоненциальный закон ослабления (7.7) накладывается закон геометрической расходимости $1/(4\pi r^2)$ в сферической геометрии («закон обратных квадратов»):

$$J(r) = J_0 \exp(-\mu r)/(4\pi r^2). \tag{7.9}$$

Это выражение описывает пространственное распределение *нерассеянного нейтронного* или *гамма-излучения*. Спектр многократно рассеянного излучения (рис. 7.3) от моноэнергетического источника включает рассеянное излучение, но с уменьшением энергии всё бóльший вклад даёт многократно рассеянное излучение. Пока сечение фотоэффекта малó, определяющим фактором является электронная плотность вещества, которая, в свою очередь, определяется плотностью среды. С увеличением сечения фотоэлектрического поглощения (в соответствии с уменьшением энергии гамма-квантов), амплитуда спектра убывает и определяется уже не только плотностью, но и эффективным атомным номером вещества (индексом фотоэлектрического погло-

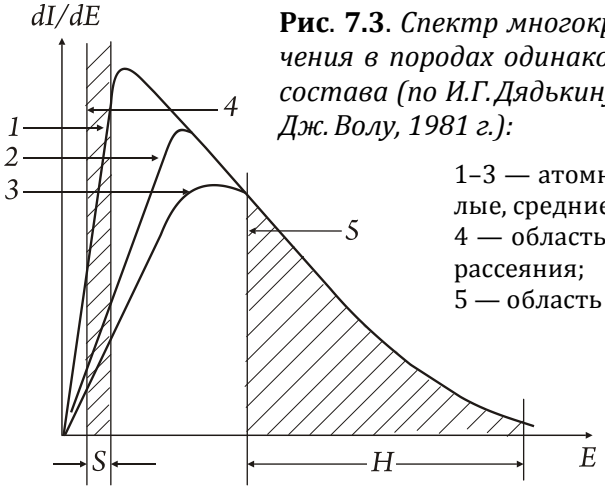


Рис. 7.3. *Спектр многократно рассеянного гамма-излучения в породах одинаковой плотности, но различного состава (по И.Г.Дядькину, 1978 г.; В.Бертоззи, Д.Эллису, Дж.Волу, 1981 г.):*

1–3 — атомные номера *Z* соответственно малые, средние и большие;
4 — область фотоэффекта и комптоновского рассеяния;
5 — область комптоновского рассеяния,

S (*soft*) — мягкая часть спектра;
H (*hard*) — жёсткая (комптоновская) часть спектра

щения). Поэтому спектрометрическая регистрация позволяет определять не только плотность породы, но и её эффективный атомный номер (литологический тип породы). Эта модификация ГГМ называется «селективной».

При *селективной модификации ГГМ* (ГГМ-С) применяют источники и детекторы мягкого гамма-излучения. Показания ГГМ-С зависят как от комптоновского рассеяния гамма-квантов (следовательно, от плотности среды), так и от их поглощения, которое определяется концентрацией в породе тяжёлых элементов. Интерпретационный параметр метода — сечение фотоэлектрического поглощения — P_e [*барн/электрон*]. Макроскопическое сечение поглощения в единице объёма вещества *U* называется *параметром фотопоглощения* [*барн/см*^{3}] и определяется выражением:

$$U = P_e \sigma_e ,$$

где σ_e — электронная плотность. Параметр *U* имеет линейную петрофизическую модель. Это позволяет включать данные ГГМ-С в систему петрофизических уравнений для определения литологического состава и пористости полиминеральных отложений. Например, для двухкомпонентной модели среды (скелет и флюид, заполняющий ёмкостное пространство) индекс фотоэлектрического поглощения определяется выражением:

$$U = K_П U_{фл} + (1 - K_П) U_{ск} , \qquad (7.10)$$

где $U_{фл}$, $U_{ск}$ — параметры флюида и скелета соответственно.

7.2. *Естественная радиоактивность*

Естественная радиоактивность представляет собой самопроизвольный, подчинённый определённому статистическому закону, распад неустойчивых ядер атомов. Радиоактивный распад приводит к изменению строения, состава и энергии ядер и сопровождается испусканием $\alpha-$ и $\beta-$ частиц или захватом электрона из K- или L-оболочки, коротковолновым излучением электромагнитной природы ($\gamma-$ излучение). При этом происходят выделение радиогенного тепла, ионизация газов, жидкостей и твёрдых тел.

В природных условиях отмечается также спонтанное деление тяжёлых ядер. Осколки деления могут образовывать треки и дефекты в кристаллической структуре минералов.

Закон радиоактивного распада естественных и искусственных радиоактивных ядер (Э. Резерфорд, Ф. Содди, 1902) описывает зависимость между количеством распадающихся и имеющихся радиоактивных атомов. В дифференциальной форме он имеет вид:

$$dN/dt = -\lambda N\,, \tag{7.11}$$

где dN — число распадающихся ядер из общего количества N за время dt; λ — постоянная, характеризующая скорость распада данного элемента. Величина $A = \lambda N$ определяет число распадов в единицу времени и называется *активностью*. После интегрирования получаем экспоненциальный закон изменения количества радиоактивных атомов во времени:

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t), \tag{7.12}$$

где N_0 — число атомов в начальный момент времени (начало распада при $t = 0$).

Кроме постоянной распада λ, при описании явлений радиоактивности широко используется период полураспада $T_{1/2}$ — время, за которое N_0 убывает наполовину.

С постоянной распада $T_{1/2}$ связан соотношением $T_{1/2} = 0,693/\lambda$. Фундаментальное свойство постоянной распада λ — независимость её от каких-либо природных факторов (термобарические условия, изменения напряжён-

ностей физических полей). Поэтому период полураспада служит абсолютной мерой длительности геологических процессов (это свойство используется в ядерной геохронологии).

Среди многочисленной группы естественных радиоактивных элементов наибольший интерес представляют изотопы тяжёлых элементов ($^{238}_{92}\mathrm{U}$, $^{235}_{92}\mathrm{U}$, $^{232}_{90}\mathrm{Th}$), которые испытывают в результате $\alpha-$ и $\beta-$ распада многократные последовательные превращения, образуя радиоактивные ряды, семейства, включающие до 15–18 изотопов. Остальные радиоактивные элементы ($^{40}_{19}\mathrm{K}$, $^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ и др.) обладают одноактным распадом и рядов не образуют.

Родоначальники трёх естественных радиоактивных рядов (уранового, актиноуранового, ториевого), или материнские элементы, имеют вероятность распада во много раз меньшую вероятности распада каждого последующего дочернего элемента: $\lambda_1 \le \lambda_2 \le \lambda_3 \le ... \le \lambda_n$. При распаде элементов в радиоактивных рядах возникает состояние радиоактивного равновесия, когда числа распадающихся атомов в единицу времени для каждого изотопа равны. Радиоактивное равновесие определяется выражением

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \ldots = \lambda_n N_n ,$$

причём время перехода в это состояние оценивается как десятикратный период полураспада самого долгоживущего дочернего элемента соответствующего семейства.

В результате процессов выщелачивания и эманирования в природных условиях состояние радиоактивного равновесия может нарушаться. Это наиболее характерно для уранового семейства, где вынос *U* и *Ra* происходит с различной скоростью и отмечается интенсивное удаление эманации *Rn*.

Гамма-активность пород характеризуется внесистемной величиной — радиевым гамма-эквивалентом с единицей измерения — миллиграмм-эквивалент *Ra* (*мг-экв Ra*). 1 *мг-экв Ra* — это активность вещества, гамма-излучение которого имеет такую же ионизирующую способность, как и излучение 1 *мг* ^{226} Ra (вместе с продуктами распада) после прохождения его через платиновый фильтр толщиной 0,5 *мм*. Широко используют в геофизике и такие

величины, как удельная массовая гамма-активность с единицами измерения *мг-экв Ra/г* или *пкг-экв Ra/кг* = (*кг-экв Ra/кг*)·10^{-12} — активность 1 *г* породы в *мг-экв Ra* (или 1 *кг* породы в *кг-экв Ra*); удельная объёмная активность с единицами измерения *мг-экв Ra/см*^{3} или *нкг-экв Ra/м*^{3} = *кг-экв Ra/м*^{3}·10^{-9}.

В радиометрии скважин для оценки интенсивности естественного гамма-излучения пород часто используют единицы мощности экспозиционной дозы (МЭД) — микрорентген в час. Один рентген (*P*) характеризует ионизирующее действие гамма-излучения, при котором в 1 *см*^{3} воздуха при нормальных условиях создаётся одна электростатическая единица заряда (2,083·10^9 *пар ионов*). Дозовая характеристика является мерой *биологической опасности излучения*.

Какая же петрофизическая характеристика определяет показания интегральной модификации метода естественной радиоактивности (ГМ)? Ответ не очевиден и заслуживает специального рассмотрения.

7.3. *Массовые содержания ЕРЭ и урановый эквивалент*

Обозначим содержание *j*-го излучателя в единице объёма породы через Q_j, и соответствующее число испускаемых с энергией *E* гамма-квантов через $S_j(E)$ (энергетический спектр считается равновесным, то есть не зависящим от координат). Если излучатели равномерно заполняют всё пространство, то интенсивность излучения *J*(*E*) на основании формулы (7.9) равна:

$$J(E)=\sum_{j=1}^{3}Q_jS_j(E)\int_0^{\infty}\frac{\exp\left[-\mu(E)r\right]}{4\pi r^2}4\pi r^2dr=\mu^{-1}(E)\sum_{j=1}^{3}Q_jS_j(E)\equiv$$
$$\equiv\tilde{\mu}^{-1}(E)\sum_{j=1}^{3}q_jS_j(E), \quad (7.13)$$

где μ — массовый коэффициент ослабления; $q_j=Q_j/\sigma$ — массовое содержание излучателя. В выражении (7.13) индекс j пробегает значения $j=1$ (^{40}К), $j=2$ (*U*+*Ra* с продуктами распада), $j=3$ (*Th* с продуктами распада).

Обратим внимание на то, что вследствие комптоновского механизма взаимодействия показания интегрального канала (ГМ) *определяются не*

объёмными, а массовыми содержаниями естественно-радиоактивных элементов (ЕРЭ).

Пусть интегральный канал ГМ скважинного радиометра (ННМ, НГМ, ГГМ, ИННМ, ИНГМ) регистрирует гамма-кванты со спектральной эффективностью $\eta(E)$, тогда показание прибора J будет:

$$J = \int_0^\infty \eta(E)\, J(E)\, dE = \sum_j C_j q_j , \tag{7.14}$$

где

$$C_j = \int_0^\infty \eta(E)\, \tilde{\mu}^{-1}(E)\, S_j(E)\, dE . \tag{7.15}$$

Величина C_j называется *концентрационной чувствительностью* (для j-го радионуклида) и определяет показание, соответствующее единице массового содержания j-го радионуклида (вместе с продуктами распада в состоянии радиоактивного равновесия), в однородной безграничной среде (или необсаженной сухой скважине).

Ни число распадов (активность), ни мощность экспозиционной дозы не характеризуют однозначно содержания ЕРЭ в породе и не обеспечивают сопоставимости результатов лабораторных и скважинных измерений.

При неспектрометрических измерениях по показаниям канала ГМ невозможно выделять гамма-излучение различных излучателей и количественно оценить содержание каждого из них в отдельности. Единственная возможность количественной интерпретации данных интегрального ГМ состоит в оценке суммарного содержания ЕРЭ в определённых единицах. Такими единицами могут быть эквивалентные массовые содержания отдельных радионуклидов, т.е. такие содержания, которым соответствуют одинаковые показания интегрального канала.

Допустим, что в однородной безграничной среде, окружающей прибор, равномерно распределён j-й излучатель с единичной массовой концентрацией $q_j = 1$. Определим эквивалентное по показаниям содержание урана eU_j («урановый эквивалент j-го излучателя»):

$$J = C_j [1]_j \equiv C_U eU_j . \tag{7.16}$$

Откуда

$$eU_j = C_j / C_U; \quad [\, eU_j \,] = [\, q_j \,]. \tag{7.17}$$

Аналогично можно ввести калиевый (eK_j) и ториевый (eTh_j) эквиваленты:

$$eK_j = C_j / C_K \,,\ eTh_j = C_j / C_{Th} \,.$$

За единицу уранового эквивалента примем массовое содержание урана 10^{-4}% (эта величина получила обозначение *ur*):

$$10^{-4}\%U = 1eU_U \equiv 1ur \,.$$

В разведке на уран эта величина является искомой величиной. Однако, для изучения коллекторов нефти и газа, содержания ЕРЭ в которых сравнительно невелики, её применение требует обоснования. Из определений (7.15)–(7.16) следует, что величина eU_j (или eK_j, eTh_j) определяет массовое содержание урана (калия, тория), которому соответствует такое же показание канала, как и для единичного массового содержания *j*-го излучателя:

$$1\%K \to 1eU_K = C_K / C_U \,,\ ur10^{-4}\%Th \to 1eU_{Th} = C_{Th} / C_U \,,\ ur \,.$$

На основании (7.16) и (7.17) урановый эквивалент eU суммарного содержания ЕРЭ определяет такое массовое содержание урана, при котором показание канала в однородной безграничной среде такое же, как при данном содержании ЕРЭ в их природной смеси:

$$eU = \sum_j eU_j q_j \,. \tag{7.18}$$

Для определения концентрационных чувствительностей C_j необходимо выполнить измерения в четырёх моделях пластов — «фоновой», «калиевой», «урановой», «ториевой» (для контроля дополнительно проводятся измерения в модели со смесью излучателей). Тогда на основании (7.15) получаем систему уравнений, разрешимую относительно C_j. Измерения выполняются в специальных моделях пластов, прошедших государственную аттестацию в качестве стандартных образцов содержаний ЕРЭ.

Используя определения (7.15) и (7.17), можно показать, что в отличие от C_j, значения eU_j должны быть устойчивыми относительно изменений конструкционных параметров аппаратуры.

Экспериментальные данные подтверждают, что для различных типов аппаратуры значения C_j изменяются в широком диапазоне, однако соответствующие эквиваленты eU_j остаются практически постоянными. Это означает, что для довольно широкого класса аппаратуры (интегральный канал приборов с диаметром более 6 *см*, предназначенных для исследования разрезов нефтегазовых скважин) параметр eU_j (eK_j, eTh_j) переходит из разряда метрологических в разряд физических.

Независимо от типа аппаратуры, урановый эквивалент eU вычисляется по известным содержаниям $\{q_j\}$ по правилу (7.18):

$$eU = 1,79q_K\,[\%] + q_{\mathrm{U}}\left[10^{-4}\%\right] + 0,39q_{Th}\left[10^{-4}\%\right].$$

Оценим вклады ε_j различных излучателей (*K, U, Th*) в результирующие показания канала интегрального ГМ:

$$\varepsilon_j = J_j / J = C_j q_j \Big/ \sum_j C_j q_j \equiv eU_j q_j / eU\ ,$$

где eU определяется выражением (7.18). Полагая $q_j = const$, находим:

$$\varepsilon_j = eU_j \Big/ \sum_j eU_j\ .$$

Используя численные значения eU_j, легко оценить, что вклад калия составляет около 60%, а равновесных урана и тория — соответственно 30 и 10%.

Петрофизическая модель гамма-метода

Переход к определению суммарного содержания ЕРЭ в единицах уранового эквивалента позволяет строго сформулировать петрофизическую модель ГМ в виде:

$$eU = \frac{1}{\sigma}\sum_i eU_i\sigma_i K_i\ ; \qquad \sigma = \sum_i \sigma_i K_i\ ; \qquad \sum_i K_i = 1, \qquad (7.19)$$

где σ — объёмная плотность породы; σ_i, eU_i, K_i — соответственно минералогические плотности, урановые эквиваленты и объёмные содержания минеральных компонент, по которым идёт суммирование. Эта модель включается в систему уравнений комплексной петрофизической интерпретации данных ГМ (в комплексе с другими методами ГИС).

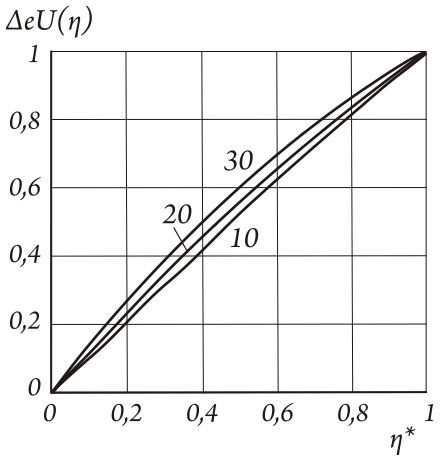


Рис. 7.4. *Зависимости двойного разностного параметра по урановому эквиваленту от нормированной относительной глинистости при различных значениях скелетной пористости* (шифр кривых, %)

Из петрофизической модели (7.18) следует, что значения *eU* существенно зависят от множества факторов, причём эти зависимости (в частности, от содержания и типа глинистого цемента) в коллекторах различного типа могут существенно различаться. Однако в шкале *относительной глинистости* $\eta = K_{гл}/(K_n + K_{гл})$, нормированной на её максимальное значение

$$\eta^* = \eta/\eta_{\max}, \qquad \text{где} \quad \eta_{\max} = 1 - \mu/M$$

(μ — полная флюидоудерживающая способность коллектора, M — пористость матрицы) двойной разностный параметр

$$\Delta eU\left(\eta^*\right) = \left[eU\left(\eta^*\right) - eU\left(0\right)\right] \Big/ \left[eU\left(1\right) - eU\left(0\right)\right], \tag{7.20}$$

очень слабо зависит от параметра M (скелетной пористости) и практически не зависит от соотношения радиоактивностей матрицы и цемента. Для различных значений M мы имеем семейство нелинейных кривых $\Delta eU(\eta^*)$ (рис. 7.4). При неизменных диаметре скважины и свойствах промежуточных зон выполняется равенство:

$$\Delta eU = \Delta J_\gamma,$$

где ΔJ_γ — обычный двойной разностный параметр ГМ:

$$\Delta J_\gamma = \left(J - J_{\min}\right) \Big/ \left(J_{\max} - J_{\min}\right), \; d_{скв} = const. \tag{7.21}$$

Таким образом, из петрофизической модели ГМ для гранулярного коллектора вытекает, что параметр ΔeU определяется величиной нормированной эффективной пористости Ψ (нормированной относительной глинистости η^*):

$$\Psi = 1 - \eta^*.$$

Следовательно, ГМ (ГМ-С) является одновременно и «методом относительной глинистости», и «методом эффективной пористости».

Можно указать, по крайней мере, *три признака применимости* ГМ для определения эффективной пористости. Каждый из этих признаков состоит в наличии значимой корреляции между:

1) диаграммами ГМ и ПС (при отсутствии данных ГМ-С);
2) содержаниями калия, урана и тория;
3) содержаниями калия и тория при относительно низком содержании урана (признаки 2 и 3 — при наличии данных ГМ-С).

В сложных терригенных полиминеральных глинистых коллекторах условия применимости интегрального гамма-метода (ГМ) для определения эффективной пористости не выполняются. Применение гамма-спектрометрии (ГМ-С) существенно расширяет область применимости метода естественной радиоактивности, в частности, на случай полиминеральных глинистых коллекторов.

7.4. *Физическая, статическая и динамическая аномалии*

Физической аномалией называется область пространства (геологическое тело), отличающаяся от вмещающей среды по величине какого-то физического свойства. В геологическом разрезе аномалии физического свойства порождают аномалии соответствующего физического поля. Непрерывная кривая, соединяющая результаты поточечных измерений в скважине неподвижным прибором (в статике), при его последовательном перемещении по стволу скважины называется *статической аномалией*.

Процесс регистрации нейтронов и гамма-квантов детектором имеет статистический характер (как и сам радиоактивный распад), из-за чего статичес-

кая аномалия характеризуется наличием флюктуационной дорожки. Регистрируемая величина — скорость счёта импульсов N в единицу времени — является случайной величиной и подчиняется распределению Пуассона:

$$P(k) = \exp(-N)\, N^k / k! \qquad (7.22)$$

Здесь N — среднее значение, $P(k)$ — вероятность получить при измерениях значение k. Дисперсия этого распределения $\sigma^2 = N$ совпадает со средним. Среднеквадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{N}$.

При многократной регистрации частиц в одних и тех же условиях в равные интервалы времени среднеквадратическое отклонение результатов отдельных измерений от истинного счёта N составит $\sqrt{N}$, т.е. относительная среднеквадратическая погрешность

$$\delta = \sqrt{N}/N = 1/\sqrt{N} \qquad (7.23)$$

уменьшается с ростом числа $N = I\tau$ зарегистрированных частиц. Уменьшение относительной погрешности измерений достигается увеличением эффективности счётчиков, мощности источников, увеличением времени измерений (уменьшением скорости регистрации диаграмм).

Для сглаживания (осреднения) диаграммы в цепь счётчика включается интегрирующая ячейка (рис. 7.5), состоящая из ёмкости C и резистора R. Произведение $RC = \tau$ называется «постоянной времени» ячейки. *Кривая, изображающая результаты непрерывных измерений движущимся прибором, перемещающимся с равномерной скоростью по стволу скважины* (в динамике), *называется динамической аномалией.*

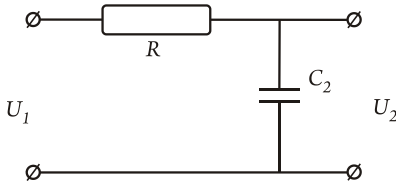


Рис. 7.5. *Схема интегрирующей ячейки*

При интерпретации данных радиометрии, прежде всего, возникает задача восстановления статической аномалии по динамической. Рассмотрим связь между ними.

Напряжение на входе ячейки U_1, определяющееся амплитудой статической аномалии $J_1 = dU_1/dt$, падает на резисторе R и ёмкости C; выходное напряжение U_2, определяющее амплитуду динамической аномалии $J_2 = dU_2/dt$, снимается с ёмкости C.

В цепи интегрирующей ячейки имеем:

$$U_1 = i(t)R + \frac{1}{C}\int i(t')dt; \tag{7.24}$$

$$U_2 = \frac{1}{C}\int i(t')dt. \tag{7.25}$$

Отсюда следует:

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{1}{R}\frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{R}J_1(t); \tag{7.26}$$

$$\frac{dU_2}{dt} = J_2(t) = \frac{1}{C}i(t). \tag{7.27}$$

Линейное дифференциальное уравнение (7.26) первого порядка (типа Бернулли) имеет решение:

$$i(t) = \frac{1}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\int_0^t J_1(t')e^{\frac{t'}{\tau}}dt',$$

откуда, на основании (7.27):

$$J_2(z) = \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\int_0^t J_1(t')e^{\frac{t'}{\tau}}dt'. \tag{7.28}$$

Зная скорость равномерного перемещения прибора υ по стволу скважины, перейдём от времени измерений t к глубине z точки измерений $z = t/\upsilon$:

$$J_2(z) = \frac{1}{\upsilon\tau}e^{-\frac{z}{\upsilon\tau}}\int_0^z J_1(t')e^{\frac{z'}{\upsilon\tau}}dz'. \tag{7.29}$$

На основании (7.29) статическая и динамическая аномалии связаны также дифференциальным соотношением:

$$J_1 = J_2(z) + \upsilon\tau\frac{dJ_2(z)}{dz}. \tag{7.30}$$

Для изучения статической аномалии необходимо рассчитать показания детектора против одиночного активного пласта. Для этого нужно задать функцию пространственного распределения рассеянного излучения точечного источника. Для простоты и наглядности промоделируем статическую аномалию физической. Зададим её в виде:

$$J_1 = \begin{cases} 0, z \le 0 \\ I, 0 \le z \le h. \\ 0, z \ge h \end{cases} \qquad (7.31)$$

Подставляя (7.31) в (7.29), находим:

$$J_2(z) = \begin{cases} 0, z \le 0 \\ I\left[1 - \exp(-z/\upsilon\tau)\right], \quad 0 \le z \le h \\ I\left[1 - \exp(-h/\upsilon\tau)\right]\exp\left[-(z-h)/\upsilon\tau\right], z \ge h \end{cases} . \qquad (7.32)$$

График этой функции показан на рис. 7.6.

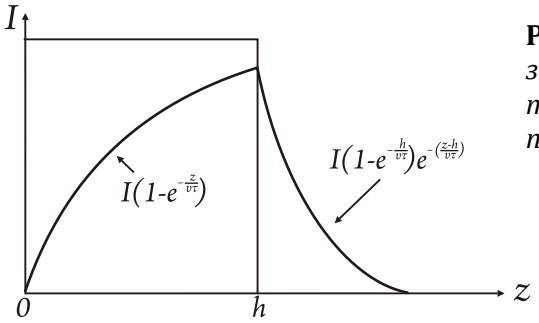


Рис. 7.6. *Динамическая аномалия, создаваемая моделью ступенчатой статической аномалии для одиночного пласта толщиною h*

Процессы зарядки и разрядки конденсатора искажают форму аномалии, «перетаскивают» её в направлении движения прибора (это направление по умолчанию задаётся положительным направлением оси *z*).

Для уменьшения изрезанности диаграмм и статистических ошибок увеличивают постоянную интегрирующей ячейки $\tau = RC$, т.е. время, в течение которого усредняется скорость счёта. Считают, что показания в каждой точке диаграммы соответствуют средней скорости счёта в интервале времени 2τ. Поэтому статистическую ошибку показаний на диаграмме можно получить из формулы (7.23), подставив вместо *N* величину $2I\tau$,

где I — скорость счёта за единицу времени. Это даёт для определения относительной погрешности формулу:

$$\delta = 1/\sqrt{2I\tau}\,. \tag{7.33}$$

Увеличение τ приводит к уменьшению статистических флуктуации на диаграмме (к сглаживанию диаграмм); точность же замеров в среднем по пласту не увеличивается. Однако, увеличение τ при данной скорости регистрации приводит также к искажению диаграмм на границе пластов, к росту переходной зоны между пластами, имеющей промежуточные показания. Поэтому от динамических аномалий необходимо переходить к статическим.

Следуя В.Н. Дахнову, рассмотрим более реалистичную модель статической аномалии в системе скважина–пласт, учитывающую основные закономерности поля излучения. Пусть необсаженная скважина диаметром $2r_0$ пересекает одиночный пласт толщиной *h,* создающий физическую аномалию (на фоне вмещающих отложений) ΔQ; скважина заполнена неактивной жидкостью, плотность которой совпадает с плотностью пласта и вмещающих отложений. Детектор прибора расположим на оси скважины в некоторой произвольной точке *M,* расстояние которой до подошвы пласта обозначим через z_1, а расстояние до элементарного объёма *dV* в пласте через *R*. Для простоты зададим функцию распределения точечного источника в лучевом приближении (7.9). Тогда:

$$J = \Delta Q \eta \int \frac{e^{-\mu R}}{4\pi R^2} dV\,, \tag{7.34}$$

где η — счётная эффективность детектора. В цилиндрической системе координат (*r, z*), начало которой совпадает с расположением детектора, выражение для амплитуды статической аномалии ΔJ примет вид:

$$\Delta J = \frac{\Delta Q}{2} \eta \int_{z_1}^{z_1+h} dz \int_{r_0}^{\infty} \frac{e^{-\mu\left(r^2+Z^2\right)^{1/2}}}{r^2+z^2} r dr$$

(интегрирование по азимутальному углу выполняется сразу). Выполняя подстановку

$$X = \mu\sqrt{\left(r^2+z^2\right)}\,,$$

получим:

$$\Delta J = \frac{\Delta Q}{2}\eta \int_{z_1}^{z_1+h} E_1\left(X_0\right) dz, \qquad (7.35)$$

где $E_1(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-xt}}{t} dt$, $E_1(X_0)$ — интегрально показательная функция от аргумента $X_0 = \mu\sqrt{\left(r^2 + z^2\right)}$.

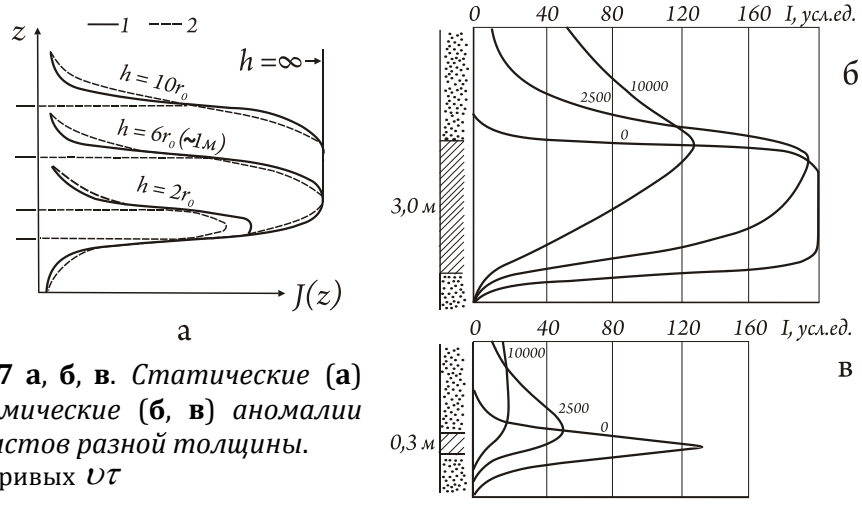


Рис. 7.7 а, б, в. *Статические* (**а**) *и динамические* (**б**, **в**) *аномалии для пластов разной толщины.* Шифр кривых $\upsilon\tau$ (*по В.В. Ларионову*)

На рис. 7.7 показаны статические и динамические аномалии против пластов различной мощности. Эти аномалии симметричны относительно середины пластов; максимальные амплитуды J_∞ аномалий для пластов достаточной большой толщины *h* не зависят от *h* (такие пласты называются «насыщенными по мощности»). Координаты границ (кровли и подошвы) пластов соответствуют половинам максимальных амплитуд для пластов. Максимум динамической аномалии всегда находится на пересечении со статической, причём сохраняется равенство площадей *S* этих аномалий («теорема о площади аномалии»):

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} J_1\left(z\right) dz = \int_{-\infty}^{\infty} J_2\left(z\right) dz. \qquad (7.36)$$

Это же соотношение можно представить в другом виде:

$$S = hJ_{\infty}, \tag{7.37}$$

где h — истинная мощность пласта.

Амплитуды статических аномалий вычисляются по динамическим на основе рекуррентного соотношения (последующие значения вычисляются через предыдущие), полученного на основе решения дифференциального уравнения (7.26) для последовательности поквантовых отсчётов показаний ГМ с шагом Δh. Это соотношение имеет вид (А.М. Морозов):

$$J\left(h_{i+1}\right) = \left(1-\alpha\right) I\left(h_{i+1}\right) + \alpha_i J\left(h_i\right), \tag{7.38}$$

$$\alpha_i = \exp\left[-\left(h_i - h_{i+1}\right)/\upsilon\tau\right], \quad I = 1, 2, \ldots N-1, \tag{7.39}$$

где $I(h_i)$ — амплитуда статической аномалии, не искажённой инерционностью, $J(h_i)$ — амплитуда динамической аномалии, искажённая инерционностью; h_i — координата кровли или подошвы (в зависимости от направления движения прибора по стволу скважины) i-го пласта или глубина i-той точки дискретности при цифровой обработке кривой; υ — скорость движения прибора (м/сек). Алгоритм восстановления статической аномалии вытекает из выражения (7.38). При постоянном (фиксированном) шаге квантования Δh имеем:

$$I_{i+1} = \left(J_{i+1} - \alpha J_i\right)/\left(1-\alpha\right), \tag{7.40}$$

где $\alpha_i = \exp\left[-\Delta h/\upsilon\tau\right] = \alpha$.

7.5. *Взаимодействия нейтронов с веществом и классификация нейтронных методов*

Принципиальное достоинство нейтронных методов (НМ) — возможность телеметрического количественного изучения *элементного состава* пород в необсаженных и обсаженных скважинах. Благодаря этому обеспечивается:

- количественное определение содержаний различных по ядерно-физическим свойствам элементов (изотопов) в широком диапазоне их изменений;
- оперативная оценка главных минеральных (при необходимости — сопутствующих) компонентов полезных ископаемых с бóльшей экспрессностью и точностью, чем традиционными методами геологического опробования;
- универсальность применений при изучении полезных ископаемых различного состава и структурно-текстурных форм.

Пористость, глинистость, нефте-, водо-, газонасыщенность, химический состав твёрдой фазы пород, давление и температура — влияют на показания нейтронных методов не непосредственно, а через соответствующие нейтронные характеристики. Характеристиками пространственно-энергетического и временного распределения в горных породах надтепловых и тепловых нейтронов являются длина замедления нейтронов; время замедления нейтронов; дисперсия импульсов замедленных нейтронов; длина диффузии и длина миграции, время жизни и коэффициент диффузии тепловых нейтронов. Знание этих параметров необходимо для петрофизического обоснования способов применения нейтронных методов, оптимизации условий измерений, создания алгоритмов обработки результатов, установления связей интерпретационных параметров со свойствами изучаемых сред.

Современная методология нейтронных методов ориентирована на непосредственное использование нейтронных характеристик горных пород при интерпретации данных НМ (интегральные модификации) и на элементный анализ горных пород (спектрометрические модификации).

В основе применения нейтронных методов изучения вещества в геофизике лежит исследование физических процессов и явлений, сопровождающих распространение нейтронов в горных породах (рис. 7.8). Процесс замедления нейтронов охватывает широкую область энергий — от 14 *МэВ* (для изотопных источников — от 11 *МэВ*) до, примерно, 1 *эВ* и протекает

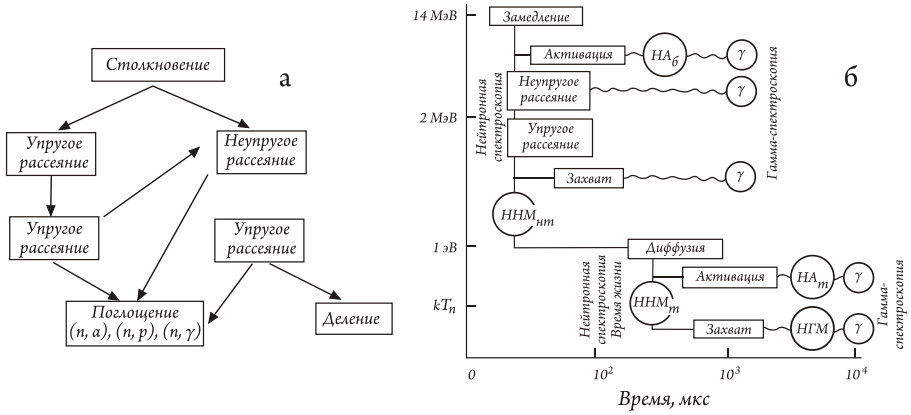


Рис. 7.8 а, б. *Схема взаимодействий нейтронов с атомными ядрами (**а**) и распределение нейтронных методов ядерной геофизики по физическим процессам (по Д.А. Кожевникову, **б**)*

в сравнительно узком временном интервале, измеряемом временем замедления нейтронов, которое не превышает первых сотен микросекунд. Процесс диффузии тепловых нейтронов отличается значительно бóльшей длительностью: ширина соответствующего временного интервала, измеряемая временем жизни тепловых нейтронов, достигает (в слабопоглощающих средах) сотен миллисекунд. Область тепловых энергий ограничена сверху энергией химической связи и измеряется дисперсией максвелловского спектра со средней энергией $3/2kT$, где T — температура нейтронного газа в абсолютных единицах; k — постоянная Больцмана.

По характеру взаимодействия с нейтронами породообразующие элементы можно условно разделить (по массовому числу A) на три группы:

1) лёгкие ($1 < A < 25$);

2) средней массы ($25 < A < 80$);

3) тяжёлые ($80 < A < 240$).

Элементы первой группы типичны для горных пород осадочного комплекса, второй и третьей групп — для изверженных и метаморфических пород. К первой группе должны быть отнесены также «магические» ядра, близкие по своим свойствам к лёгким ядрам.

Взаимодействие нейтронов с ядрами различных элементов определяется не только массовыми числами ядер-мишеней, но и (весьма существен-

но) энергией нейтронов. Можно выделить три области энергий, ход нейтронных реакций в которых качественно различен:

1) $E<1$ *кэВ*;
2) 1 *кэВ*$<E<0{,}5$ *МэВ*;
3) $0{,}5$ *МэВ*$<E<14$ *МэВ*.

Такое подразделение в общих чертах определяет характер ядерных реакций, типы испускаемых частиц, их угловое и энергетическое распределение и т.д. Например, в области низких энергий преобладает резонансное поглощение нейтронов тяжёлыми ядрами. В области средних энергий наиболее существенно упругое рассеяние. В области относительно высоких энергий конечное ядро может образоваться в нескольких возбуждённых состояниях, благодаря чему возможно неупругое рассеяние нейтронов; заметной вероятностью обладают также реакции с вылетом заряженных частиц.

К петрофизически информативным явлениям относятся:

1) *неупругое рассеяние быстрых нейтронов на атомных ядрах*, сопровождаемое испусканием характеристического гамма-излучения (гамма-излучение неупругого рассеяния — ГИНР);
2) *активация атомных ядер быстрыми нейтронами*;
3) *резонансное поглощение нейтронов*;
4) *упругое рассеяние надтепловых нейтронов,* при котором аномально сильным замедлителем является водород (масса ядра водорода — протона — равна массе нейтрона);
5) *деление ядер надтепловыми нейтронами* (для делящихся изотопов тяжёлых ядер);
6) активация атомных ядер тепловыми нейтронами;
7) *поглощение тепловых нейтронов*, сопровождаемое испусканием характеристического гамма-излучения (захватное гамма-излучение);
8) *ужестчение спектра тепловых нейтронов*, обусловленное присутствием в горной породе элементов-поглотителей;
9) *деление тяжёлых ядер тепловыми нейтронами*.

Перечисленные процессы происходят независимо от того, каков режим облучения нейтронами — стационарный или импульсный.

Измерение гамма-излучения неупругого рассеяния нейтронов на ядрах углерода и кислорода позволяет определять отношение атомов углерода и кислорода С/О в породе, что, в свою очередь, позволяет определять нефтенасыщенность продуктивных коллекторов независимо от минерализации пластовой воды («С/О–каротаж»).

Каждому из перечисленных процессов взаимодействия нейтронов в горных породах соответствует один (или более) нейтронный метод ядерной геофизики (рис. 7.8 б). Использование источников нейтронов, работающих в импульсном режиме, позволяет резко увеличить объём информации о составе исследуемой среды по сравнению со стационарными источниками.

Разработаны следующие нейтронные методы:

1) метод спектрометрии гамма-излучения неупругого рассеяния (ГИНР);
2) метод наведённой активности (активационный анализ) на быстрых нейтронах (НАб);
3) метод резонансной активации;
4) нейтрон-нейтронный метод по надтепловым нейтронам (ННМнт);
5) стационарный нейтрон-нейтронный метод по тепловым нейтронам (ННМт);
6) импульсный нейтрон-нейтронный метод по тепловым нейтронам (ИННМ);
7) стационарный нейтронный гамма-метод (НГМ);
8) спектрометрия захватного гамма-излучения (НГМ-С);
9) импульсный нейтронный гамма-метод (ИНГМ); имеет также спектроскопическую модификацию;
10) импульсный нейтронный гамма-нейтронный метод (ИНГНМ);
11) метод наведённой активности (активационный анализ) на тепловых нейтронах (НАт);
12) нейтронные методы, использующие реакцию деления;
13) фотонейтронный метод.

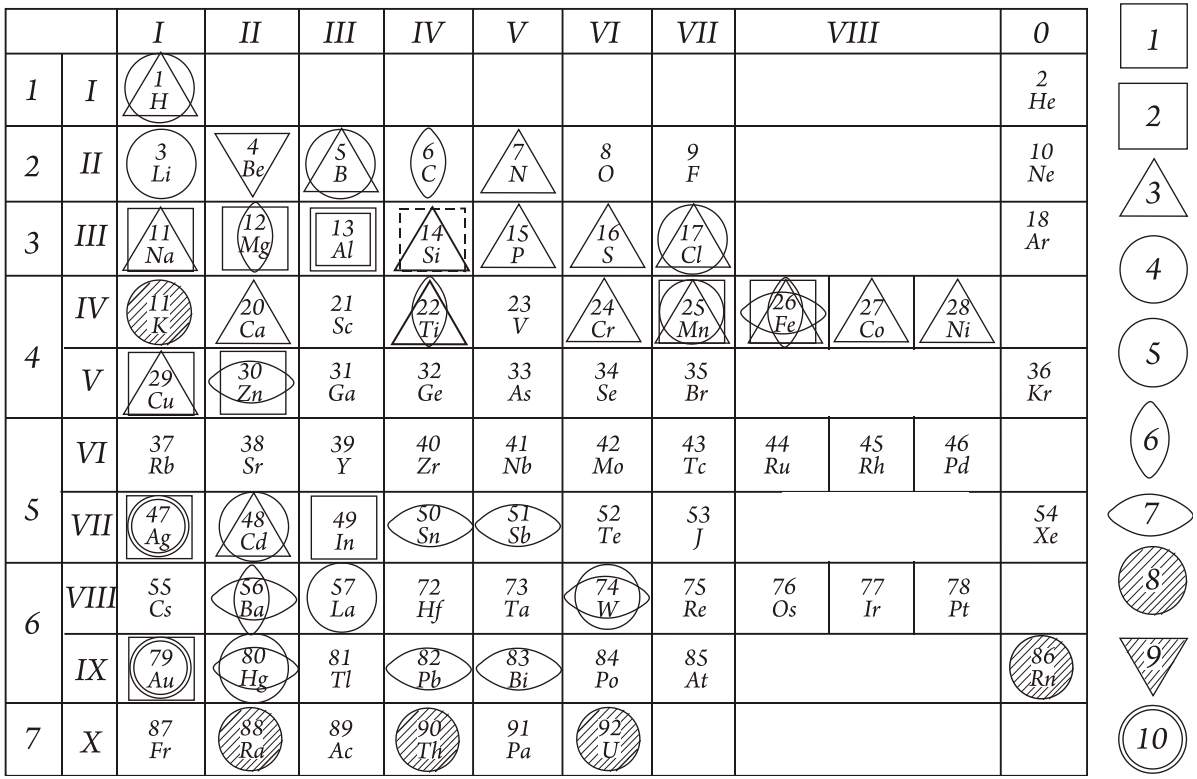


Рис. 7.9. *Элементы, количественно определяемые в горных породах нейтронными и другими методами ядерной геофизики (по Е.М. Филиппову и Я.А. Чубеку).*

1 — метод наведённой активности по тепловым нейтронам; 2 — метод наведённой активности по быстрым нейтронам; 3 — нейтронный гамма-метод; 4 — нейтрон-нейтронный метод по тепловым нейтронам; 5 — активационный анализ по запаздывающим совпадениям; 6 — плотностной гамма-гамма-метод; 7 — селективный гамма-гамма-метод; 8 — метод естественной радиоактивности; 9 — фотонейтронный метод; 10 — нейтрон-нейтронный метод по надтепловым нейтронам

Табл. 7.1. *Индикаторное литолого-геохимическое значение некоторых элементов* (по Дж. Швейцеру и Д. Эллису)

Элемент	Присутствие в минералах, индикаторный смысл
O	Силикаты, карбонаты, окислы, глины
H	Вода, углеводороды, глины, слюды
B	Индикатор палеосолёности бассейна осадконакопления
Si	Силикаты, глины, слюды; индикатор окремнения
Fl	Силикаты, полевые шпаты, глины, слюды; индикатор глинистости
Fe	Силикаты, сидерит, гематит, хлорит, лимонит, полевые шпаты, слюды
Mn	Индикатор окислительной обстановки бассейна осадконакопления
Ca	Карбонаты, фосфаты, смектит (монтмориллонит, бейделлит), ангидрит
Na	Полевые пшаты, смектит, индикатор осолонения (*NaCl*)
K	К-полевые шпаты, гидрослюда, слюды
Mg	Некоторые силикаты, доломиты, хлорит, слюды; индикатор доломитизации
S	Индикатор сульфатизации
U	Индикатор битумизации, палеосолёности, восстановительной обстановки бассейна осадконакопления
Th	Индикатор глинистости

На рис. 7.9 отмечены элементы периодической системы Менделеева, определяемые в скважинных условиях различными методами ядерной геофизики (табл. 7.1).

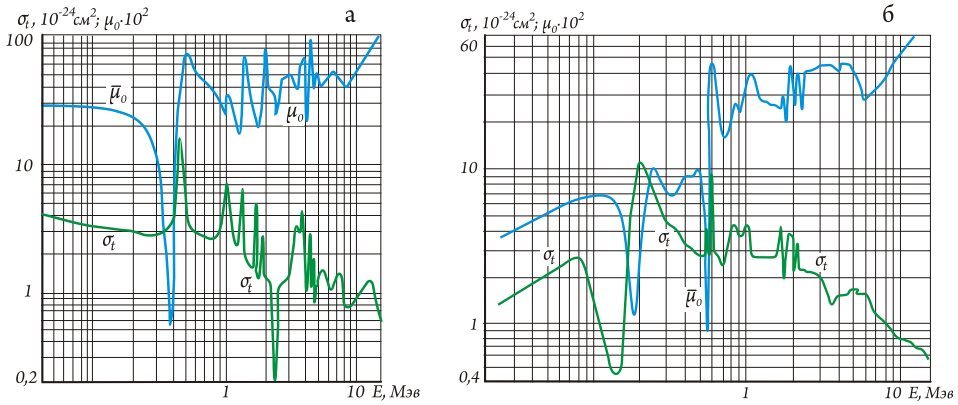


Рис. 7.10 а, б. *Зависимости от энергии нейтронов полных сечений взаимодействия и средних косинусов угла рассеяния для кислорода* (***а***) *и кремния* (***б***)

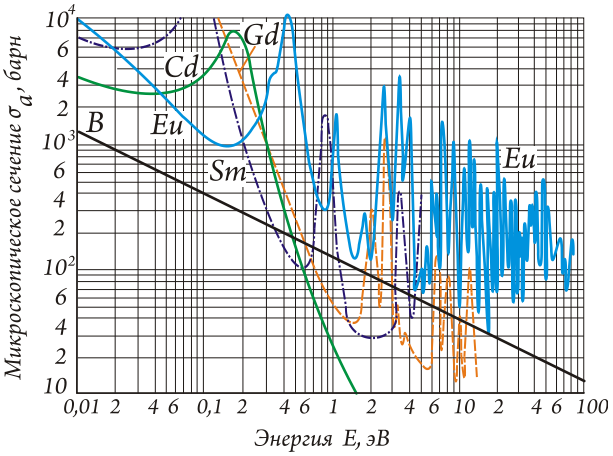


Рис. 7.11. *Зависимости полных микроскопических сечений от энергии нейтронов для некоторых элементов — аномально сильных поглотителей*

В отличие от комптоновского рассеяния гамма-квантов, для нейтронов энергетические зависимости микросечений упругого рассеяния на ядрах различных элементов заметно отличаются, причём имеют сложную пилообразную («резонансную») форму (рис. 7.10, 7.11). Единственным исключением является водород, для которого эта зависимость имеет гладкую (монотонную) форму.

При высоких энергиях ($E \approx 10 \div 14\,МэВ$) сечение поглощения относительно невелико, и поглощение нейтронов слабо влияет на их распределение в горных породах. Почти у всех породообразующих элементов в области надтепловых энергий сечение поглощения с уменьшением энергии изменяется по закону $1/\upsilon$. Однако, положение существенно меняется в породах и рудах, для которых характерно присутствие сильно поглощающих элементов. В резонансной области сечения поглощения ряда тяжёлых (рудных) элементов достигают очень высоких значений, на несколько порядков (в тысячи и десятки тысяч раз) превосходящих величину сечений рассеяния.

Источники нейтронов

В качестве источников нейтронов используют чаще всего смесь порошков бериллия с радиоактивным веществом, испускающим альфа-частицы (например, полоний, плутоний и др.). При бомбардировке ядер атомов бериллия альфа-частицами радиоактивного вещества происходит ядерная реакция:

$$ {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\alpha = {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}n, \qquad (7.41) $$

через ${}^{1}_{0}n$ обозначен нейтрон. Такие источники, представляющие небольшие герметические ампулы и потому называемые ампульными, дают быстрые нейтроны с энергией, достигающей для полоний-бериллиевых источников 11 *МэВ*; максимумы распределения по энергии приходятся на 3 и 5 *МэВ*. Нейтронным источником другого типа, используемым при исследовании скважин, является импульсный генератор нейтронов. В нём титановая или циркониевая мишень, с растворённым в ней изотопом водорода — тритием (${}^{3}_{1}\mathrm{H}$), бомбардируется дейтонами (ядрами тяжёлого водорода ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$), ускоренными линейным ускорителем под напряжением около 10^5В. По реакции

$$ {}^{3}_{1}H + {}^{2}_{1}H = {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n \qquad (7.42) $$

образуются нейтроны с энергией 14,1 *МэВ*. Более высокая энергия нейтронов и монохроматизм излучения являются преимуществом таких генераторов.

Важнейшее преимущество — возможность выключения источника, что обеспечивает безопасность работ и позволяет доводить его интенсивность до 10^8–10^9 *нейтр/с*.

Источники третьего типа — некоторые изотопы трансурановых элементов, например, калифорния (${}^{252}Cf$), претерпевающие интенсивное самопроизвольное деление ядер с испусканием нейтронов.

***Нейтрон-нейтронный метод по надтепловым нейтронам* (*ННМнт*)** состоит в измерении плотности потока нейтронов, замедленных в системе скважина–пласт, детектором, находящимся на определённом расстоянии (называемом размером зонда) от стационарного источника нейтронов, в процессе перемещения измерительного прибора по стволу скважины. Регистрируемая детектором плотность потока замедленных нейтронов зависит от эффективной длины замедления нейтронов, которая при оптимальном размере зонда определяется водородосодержанием исследуемого пласта и его химико-минералогическим составом. Поэтому ННМнт используется для определения объёмного водородосодержания пласта, а при отсутствии в скелете породы химически связанной воды — для определения пористости и газонасыщенности.

***Нейтрон-нейтронный метод по тепловым нейтронам* (*ННМт*)** заключается в регистрации плотности нейтронов, диффундирующих в системе скважина–пласт после их замедления до тепловых энергий. Плотность тепловых нейтронов, измеряемая детектором при фиксированном размере зонда, зависит не только от эффективной длины замедления, но также от времени жизни τ и коэффициента диффузии D. Последние два параметра характеризуют водородосодержание породы и содержания элементов с высокими сечениями поглощения тепловых нейтронов (таких как хлор, бор и т.д.).

Показания ННМт используются для оценки пористости коллекторов при неизменном их насыщении: если известна пористость — для определения газонасыщенности, если пластовая вода сильно минерализована — для определения типа флюида, насыщающего поровое пространство.

Из-за малого радиуса зоны исследования на показания ННМт и ННМнт влияют свойства среды, заполняющей скважину. В значительной степени ослабить это влияние позволяет использование приборов с прижимными устройствами и двухзондовых.

Нейтронный гамма-метод (НГМ) состоит в регистрации плотности потока гамма-квантов, возникающих в пласте и скважине в результате поглощения замедленных и тепловых нейтронов атомными ядрами. При фиксированном размере зонда показания детектора гамма-излучения («интенсивность» и энергетический спектр излучения) определяются такими нейтронными характеристиками среды, как эффективная длина замедления быстрых нейтронов, время жизни и коэффициент диффузии тепловых нейтронов, а также излучающей способностью среды (спектр гамма-излучения, возникающего при поглощении одного нейтрона) и коэффициентом ослабления гамма-излучения.

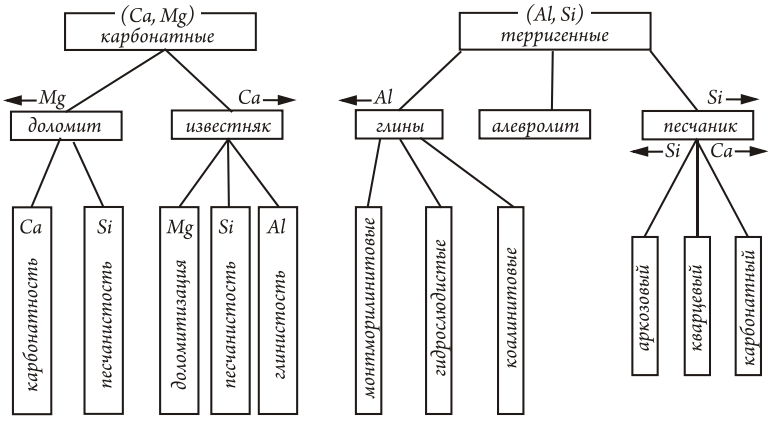
Все эти характеристики, в свою очередь, определяются водородосодержанием, химико-минералогическим составом и объёмной плотностью исследуемых сред. Возможность изучения энергетического спектра захватного гамма-излучения повышает надёжность выделения пластов-коллекторов (табл. 7.2) и определения типа флюида; в рудной геофизике нейтронная

гамма-спектроскопия используется для элементного анализа горных пород (рис. 7.12).

Табл. 7.2. *Применения нейтронной гамма-спектрометрии* (по М.М.Херрону)

Решаемые задачи	Используемые параметры	Примечания
Определение минеральных компонент	*Al, Si, Fe, K, U, Th, Ti, S, Ca, Mg* *	Кварц, полевые шпаты, кальцит, доломит, глинистые минералы, ангидрит, гипс, пирит, сидерит
Классификация песчаников	SiO_2/Al_2O_3, Na_2O/K_2O, Fe_2O_3/K_2O, Fe, Ca	По фациальной принадлежности (граувваки, литарениты, аркозы) и по составу (кварцевые, полимиктовые, глауконитовые песчаники, песчаники с карбонатным цементом и др.)
Определение пористости, проницаемости		В том числе в отложениях сложного полиминерального состава
Определение содержаний отдельных глинистых минералов	*Fe, Al, Si, K, U, Th*	В том числе при низкой радиоактивности глинистых пластов
Межскважинная корреляция	*Fe*, состав песчаников	

**Для определения минерального состава используют также данные об объёмной плотности (по данным ГГМ-П), эффективном атомном номере и водородосодержании пластов (по данным нейтронных методов).*



Стрелками указаны направления увеличения содержаний указанных элементов

Рис. 7.12. *Схема литологического деления осадочных пород по содержаниям основных породообразующих элементов.*

Хотя радиус зоны исследования НГМ больше, чем ННМнт и ННМт, вклад излучения скважины в результирующие показания детектора при НГМ не только велик, но при известных условиях (при низких — пористости пород и минерализации пластовой воды) играет даже определяющую роль. При оптимальном размере зонда излучение скважины тесно связано со свойствами пласта и не может рассматриваться как обычный фон.

***Импульсный нейтрон-нейтронный метод* (*ИННМ*)** состоит в измерении спада плотности тепловых нейтронов в зависимости от времени задержки после инжекции импульса быстрых нейтронов в исследуемую горную породу. При фиксированном размере зонда Z временное изменение показаний детектора тепловых нейтронов $n(t;Z)$ зависит от времени жизни и коэффициента диффузии тепловых нейтронов в исследуемом пласте. В начальные моменты $n(t;Z)$ отражает распределение нейтронов в скважине, однако, с увеличением времени задержки закон изменения показаний во времени стремится к $e^{-t/\tau}$, т.е. определяется поглощающими свойствами пласта.

Временное изменение отношения показаний на двух зондах $n(t;Z_1)/n(t;Z_2)$ зависит от пространственного распределения тепловых нейтронов, которое, в свою очередь, характеризует рассеивающие свойства породы (водородосодержание).

Возможность управления временем задержки позволяет осуществлять грубую пространственную «локацию» исследуемой породы, что обеспечивает увеличение радиуса зоны исследования ИННМ, по сравнению со стационарными методами.

***Импульсный нейтронный гамма-метод* (*ИНГМ*)** во многом аналогичен ИННМ и отличается тем, что регистрирует нестационарное поле гамма-излучения, возникающего при поглощении тепловых нейтронов. Радиус зоны исследования ИНГМ больше, чем ИННМ. Особенно эффективен этот метод при измерении через насосно-компрессорные трубы, а также при исследовании скважин с нарушенным цементом.

Методы наведённой активности на быстрых (НАб) и тепловых (НАт) нейтронах основаны на облучении горной породы потоком нейтронов (от стационарного изотопного источника, импульсного или стационарного генератора, нейтронного размножителя или ядерного реактора) и последующей регистрации гамма-излучения наведённой активности. Эти методы широко применяются в нефтепромысловой и рудной геофизике.

Практические возможности методов наведённой активности при элементном анализе горных пород определяются:

1) ядерными реакциями и элементами (изотопами)-излучателями, вносящими основной вклад в величину результирующего активационного эффекта;
2) формой энергетического спектра источника нейтронов, которым облучается порода;
3) раздельной оценкой активации за счёт реакций на быстрых и тепловых нейтронах;
4) выделением излучения искомых элементов на фоне активации других элементов;
5) величиной глубинности исследования, определяемой вкладом в общую величину активационного эффекта, даваемую участками горной породы, находящимися на различном удалении от источника нейтронов.

7.6. *Области применений нейтронных методов*

Нейтронные методы первоначально применялись исключительно для решения задач нефтепромысловой геологии, позднее — в рудной, угольной, горной геофизике и инженерной геологии, при полевой разведке, скважинных и лабораторных исследованиях. Этими методами определяется элементный состав горных пород и руд как в лабораторных и полевых условиях, так и в условиях естественного залегания пород — в скважинах, карьерах, обнажениях и т.д.

Стимулом бурного развития нейтронных методов явились интенсивная разведка и разработка нефтяных месторождений, приуроченных к карбонатным отложениям, которые трудно изучать традиционными электрическими методами, особенно при сложной структуре ёмкостного пространства.

Если бурение скважин осуществляется на известково-битумном растворе или на растворах, изготовленных на нефтяной основе, применение электрических методов (кроме индукционного) полностью исключается.

В газонефтепромысловой геологии при разведке, разработке и доразведке месторождений нейтронными методами решаются следующие основные задачи:

1) расчленение разреза по литологии и газоводонефтенасыщенности;
2) корреляция разрезов скважин;
3) количественное определение коллекторских свойств горных пород, оценка начальной, текущей и остаточной нефтенасыщенности;
4) контроль продвижения пластовых вод, определение интервалов обводнения пластов и положения водо-нефтяного контакта;
5) определение поглощающих и неработающих пластов;
6) контроль гидроразрыва, солянокислотных обработок пластов и испытаний скважин;
7) контроль технического состояния скважин и т.д.

Измерения проводятся в неработающих нефтяных скважинах и в процессе работы скважин (через насосно-компрессорные трубки). Нейтронные исследования проводятся во всех бурящихся скважинах с целью уточнения литологической характеристики пластов и выделения коллекторов нефти и газа. В последние годы одной из важнейших стала задача количественной оценки остаточной нефтенасыщенности коллекторов после их заводнения.

Высокий уровень добычи нефти и газа не может быть достигнут только за счёт открытия и своевременного ввода в разработку новых месторождений. Большую роль играет совершенствование методов добычи, обеспечивающих наиболее полное извлечение нефти и газа из недр при длительных периодах

безводной эксплуатации. Это выдвигает задачу обеспечения разрабатываемых месторождений методами изучения процессов, протекающих в залежах при извлечении нефти и газа, а также контроля эффективности мероприятий по интенсификации добычи, капитальному ремонту скважин и т.д. Эти методы необходимы также при создании и эксплуатации подземных хранилищ газа.

Применение нейтронных методов для контроля обводнения коллекторов при различных способах интенсификации добычи нефти — важное звено в общем комплексе контроля и регулирования разработки месторождений. Расчленение пород по водо-нефтенасыщенности и определение водо-нефтяного контакта (ВНК) особенно важно в условиях применения законтурного и внутриконтурного заводнения, когда наряду с закономерным подъёмом ВНК может происходить прорыв закачиваемой воды по наиболее проницаемым участкам, вызывающий неравномерное обводнение последнего. В этом случае становится необходимым не только определение положения границы вода–нефть в пласте, но и выделение участков пласта, обводнившихся в результате прорыва нагнетаемой воды. Своевременный контроль обводнения месторождений позволяет обоснованно корректировать отбор нефти и закачку воды в пласт, управлять перемещением (стягиванием) контуров нефтеносности и, в конечном итоге, увеличить отбор нефти из недр.

Среди задач, решаемых нейтронными методами, особое значение имеет количественное определение водородосодержания. Водород содержится в нефти, природных газах, газогидратах и воде, заполняющих поровое пространство горных пород, а также присутствует в химически связанном состоянии в некоторых минералах, глинах, гипсе. В осадочных горных породах, не содержащих химически связанной воды, водородосодержание зависит от пористости. Количественное определение пористости необходимо для решения многих задач, начиная с поисков и разведки нефтяных и газовых месторождений и кончая контролем их выработки.

Область применений нейтронных методов количественного определения водородосодержания вещества очень широка:

1) в нефтяной и газовой промышленности — выделение и оценка продуктивных нефте- и газоносных коллекторов; контроль разработки месторождений; доразведка месторождений по измерениям в обсаженных скважинах старого фонда; контроль сооружения и эксплуатации подземных газохранилищ и др.;
   в нефтехимической промышленности — определение концентрации водорода и отношения атомов *C/H* в углеводородах в автоматизированных системах нефтепереработки и транспорта;
2) в промышленности строительных материалов — автоматизация управления производством цемента на основе непрерывного контроля влажности при обжиге цементной массы;
3) в строительстве — контроль влажности при сооружении плотин, шоссейных дорог, аэродромов;
4) в сельском хозяйстве — определение влажности почвы для контроля зоны деятельности корневой системы растений и фиксации изменения структуры почвы.

Важное применение получили нейтронные методы при изучении газовых месторождений и подземных газохранилищ. Они позволяют однозначно выделять газоносные пласты даже в низкопористых и низкопроницаемых коллекторах, контролировать разработку газовых месторождений.

Автоматизация управления технологическими процессами в нефтеперерабатывающей промышленности выдвинула задачу непрерывного определения химического состава смесей углеводородов при условии, чтобы время между измерением и получением результата было возможно меньшим. Химический состав смесей углеводородов определяется по величине *C/H*, т.е. по весовому соотношению углерода и водорода в жидкости. Применение метода замедления нейтронов позволило полностью решить эту задачу, сняв ограничения, присущие β-фотометрии.

Для решения геологических и геохимических задач важное значение имеет нейтронный активационный анализ (как в стационарном, так и в импульсном режимах), позволяющий получить информацию о макросодержа-

ниях *O, F, N, Na, Mg, Al, Si, P, Cu* в силикатных, карбонатных и других породах и некоторых типах руд. Особенно эффективен активационный анализ при исследовании образцов горных пород с применением ядерных реакторов. Чувствительность метода даёт возможность определять в геологических образцах многие микрокомпоненты на уровне кларковых и заклярковых содержаний ($10^{-2} - 10^{-9}$%).

Кислородный нейтронно-активационный метод (КНАМ), реализуемый с генератором нейтронов одновременно с ИНГМ, применяется для установления границы подвижной и застойной воды в эксплуатационных скважинах, выделения интервалов притока воды из перфорационных отверстий и нарушений обсадной колонны, выявления интервалов затрубной циркуляции воды.

Нейтронные методы применимы для количественного определения содержаний *урана* в горных породах посредством регистрации *мгновенных или запаздывающих* нейтронов деления. Особенно эффективны они на урановых месторождениях сложного тектонического строения, характеризующихся нарушением радиоактивного равновесия.

В связи с большим значением бериллия, как металла новой (сверхзвуковой и ракетной) техники, распространение получил *фотонейтронный* метод, обеспечивающий оперативное бесфоновое количественное определение бериллия.

В лабораторных условиях применяется нейтронный осколко-радиографический метод изучения шлифов. Его можно назвать «нейтронной петрографией». Он позволяет изучать с высокой чувствительностью пространственное распределение, локальные концентрации и формы нахождения таких элементов, как *U, Th, B, Li* и др. Концентрация этих элементов определяется непосредственно в шлифах (без их разрушения) Разрешающая способность метода выявления пространственного распределения делящихся ядер составляет величину порядка размеров трека, т.е. около 10 *мк*, поэтому им могут быть исследованы образцы минералов размером несколько десятков микрон.

ГЛАВА 8. НЕЙТРОННЫЕ ПОЛЯ В ОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

8.1. *Уравнение переноса излучения*

Уравнение переноса (или «кинетическое» уравнение) применяется в теории ядерных реакторов, сверхзвуковой аэродинамике, астрофизике, во множестве различных задач, включая изучение состава природных сред методами радиометрии. В XX веке стало ясно, что это — наиболее общее уравнение математической физики и теории случайных процессов. Его частными случаями (при соответствующих условиях) оказались другие, открытые ранее, феноменологические уравнения математической физики, описывающие *перенос вещества в различных его формах* — уравнения диффузии и теплопроводности, оптики, гидродинамики, колебательных (волновых) процессов и др.

Трудно поверить, что один из творцов молекулярно-кинетической теории Людвиг Больцман (1844–1906) вывел это уравнение тогда, когда существование самих молекул у многих учёных вызывало большие сомнения.

Уравнение Больцмана является нелинейным (точнее, билинейным) интегро-дифференциальным, поскольку на искомую функцию действуют дифференциальный и интегральный операторы. Уравнение переноса излучения — частный случай уравнения Больцмана — является линейным. Линейность уравнения переноса обусловлена тем, что числа нейтронов или гамма-квантов, вводимых в вещество внешними источниками, несоизмеримо меньше числа мишеней, с которыми они взаимодействуют (взаимодействия нейтрон-нейтрон или фотон-фотон не допускаются).

Теория переноса нейтронов или гамма-квантов в веществе имеет статистический характер. Она позволяет вычислить вероятность того, что частица находится в заданном *фазовом состоянии*. Состояние частицы определяется заданием соответствующей точки в *фазовом пространстве* семи измерений: $\mathbf{x} \equiv \{\mathbf{r}(x,y,z), \boldsymbol{\omega}(\theta,\varphi) E, t\}$, $\mathbf{r}$ — пространственная координата, $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\upsilon}/\upsilon$ — единичный вектор, указывающий направление движения, E — энергия, t — время, υ — скорость. В отличие от нейтронов, скорость которых определяется их энергией, для фотонов (как частиц релятивистских) их скорость (ско-

рость света) остаётся неизменной, хотя энергия при многократном (комптоновском) рассеянии уменьшается.

Общая проблема теории переноса излучения (так называемая «прямая задача») формулируется следующим образом: по заданному фазовому распределению источников излучения, геометрическому расположению сред известных состава и плотности (в общем случае неоднородных и ограниченных сред) определить фазовое распределение частиц.

Теоретический анализ процессов замедления быстрых и диффузии тепловых нейтронов в веществе основан на знании нейтронных сечений и решениях уравнения переноса (или его приближенных форм), а также законов сохранения энергии-импульса в однократном рассеянии.

Решением этого уравнения является функция распределения нейтронов $N[\mathbf{r}(x,y,z), E, \boldsymbol{\omega}(\theta,\varphi), t]$ в семимерном фазовом пространстве. Произведение NdV даёт число нейтронов в момент времени t в элементарном объёме dV около точки $\mathbf{r}$ декартовых координат, направления скоростей которых заключены в телесном углу $d\boldsymbol{\omega}$ вокруг $\boldsymbol{\omega}$, а энергия — в пределах от E до $E+dE$. В однократном взаимодействии с мишенью заданного типа ширина этого интервала энергий определяется законами сохранения импульса и энергии.

Уравнение переноса выводится как уравнение баланса числа частиц в элементе объёма фазового пространства. Изменение ΔN функции распределения за время dt вдоль луча, ориентированного по направлению скорости $\boldsymbol{\omega}$:

$$\Delta N = N\left(\mathbf{r}+\upsilon\boldsymbol{\omega}\Delta t, E, \boldsymbol{\omega}, t+\Delta t\right) - N\left(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\omega}, t\right) \qquad (8.1)$$

равно разности числа нейтронов $\Delta A[\rightarrow(E,\boldsymbol{\omega})]$, *приходящих* в заданное состояние в результате рассеяния из некоторого другого состояния, и числа нейтронов $\Delta B[(E,\boldsymbol{\omega})\rightarrow]$, покидающих состояние $(E,\boldsymbol{\omega})$ за время Δt в результате рассеяния и поглощения ΔC в элементарном объёме dV:

$$\Delta N = \Delta A\left[\rightarrow\left(E,\boldsymbol{\omega}\right)\right] - \Delta B\left[\left(E,\boldsymbol{\omega}\right)\rightarrow\right] - \Delta C. \qquad (8.2)$$

Величины ΔA, ΔB и ΔC могут быть записаны в виде:

$$\Delta A\left[\rightarrow\left(E,\boldsymbol{\omega}\right)\right] = \Delta t \int\limits_{E-\Delta E}^{E} dE' \int\limits_{\Omega} \upsilon' \Sigma_s\left(E'\right) N\left(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}', E', t\right) \times \\ \times W\left(E' \rightarrow E, \boldsymbol{\omega}' \rightarrow \boldsymbol{\omega}\right) d\boldsymbol{\omega}' \qquad (8.2')$$

$$\Delta B[(E,\boldsymbol{\omega})\to] = \Delta t \int\limits_{E-\Delta E}^{E} dE' \int\limits_{\Omega} \upsilon \Sigma_s(E) N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t) W(E\to E',\boldsymbol{\omega}\to\boldsymbol{\omega}')\, d\boldsymbol{\omega}'; \tag{8.2″}$$

$$\Delta C = \Delta t \upsilon \Sigma_a N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t), \tag{8.2‴}$$

где $\Sigma_s(E)$ и $\Sigma_a(E)$ — макросечения рассеяния и захвата нейтронов при энергии E, υ' и υ — скорости нейтрона до и после столкновения с ядром.

Входящий в выражения (8.2) множитель $W(E'\to E,\boldsymbol{\omega}'\to\boldsymbol{\omega})$ называется *индикатрисой рассеяния*. Он определяет плотность вероятности того, что в результате рассеяния на ядре энергия нейтрона изменится от величины E' до E, причём нейтрон отклонится от первоначального направления $\boldsymbol{\omega}'$ на угол $\gamma(E'\to E) = \arccos(\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega})$.

Поскольку в результате рассеяния нейтроны обязательно (т.е. с вероятностью, равной единице) переходят в некое новое состояние, то независимо от конкретного вида индикатрисы должно выполняться условие нормировки:

$$\int\limits_{E-\Delta E}^{E} dE' \int\limits_{\Omega} W(E\to E',\boldsymbol{\omega}\to\boldsymbol{\omega}')\, d\boldsymbol{\omega}' \equiv 1, \tag{8.3}$$

и выражение (8.2″) принимает вид:

$$\Delta B\left[(\boldsymbol{\omega},E)\to\right] = \Delta t \upsilon \Sigma_s(E) N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t). \tag{8.4}$$

Вводя полную длину свободного пробега $\Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_a(E)$, и объединяя ΔB и ΔC, имеем:

$$\Delta B + \Delta C = \Delta t \upsilon \Sigma_t(E) N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t).$$

Переходя к пределу

$$\lim_{\Delta t\to o}(\Delta N/\Delta t) = \lim_{\Delta t\to 0}\left\{\left[N(\mathbf{r}+\upsilon\boldsymbol{\omega}\Delta t, E,\boldsymbol{\omega},t) - N(\mathbf{r},E,\boldsymbol{\omega},t)\right]/\Delta t\right\} = \\ = DN/Dt, \tag{8.5}$$

получаем «субстанциональную» производную DN/Dt (приращения одновременно получают два аргумента):

$$\frac{DN}{Dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \upsilon\boldsymbol{\omega}\, grad\, N. \tag{8.5′}$$

Уравнение баланса фазовой плотности нейтронов предстаёт в виде:

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\upsilon\boldsymbol{\omega}\,grad\,N=\int\limits_{E-\Delta E}^{E}dE'\int\limits_{\Omega}\upsilon'\Sigma_s(E')\,N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}',E',t)\times \\ \times W(E'\to E,\boldsymbol{\omega}'\to\boldsymbol{\omega})\,d\boldsymbol{\omega}'-\upsilon\Sigma_t(E)\,N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t)+Q \qquad (8.6)$$

Через $Q(x)$ здесь обозначена «мощность» источника — число нейтронов, поставляемых источником в единицу времени в заданную точку фазового пространства. Замечая, что $\upsilon\Sigma_t(E)=\dfrac{\upsilon}{\lambda_t(E)}=\dfrac{1}{\tau(E)}$, где $\lambda_t(E)$ и $\tau(E)$ соответственно полная длина и время свободного пробега нейтрона в замедлителе, удобно вместо плотности нейтронов $N(\mathbf{x})$ ввести новую функцию распределения $\Psi(\mathbf{x})$, имеющую смысл *плотности столкновений* (полного числа столкновений, отнесённого к единице времени):

$$\psi(\mathbf{r},\,\boldsymbol{\omega},E,t)=\frac{1}{\tau(E)}N(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t), \qquad (8.7)$$

так что плотность потока нейтронов $\Phi(\mathbf{x})$ равна:

$$\Phi(\mathbf{x})=\upsilon N(\mathbf{x})=\lambda(E)\psi(\mathbf{x}). \qquad (8.7')$$

Плотность потока нейтронов $\Phi(\mathbf{x})$ имеет размерность $[\,n/см^2\cdot c\,]$ и численно равна пути, который пройдёт нейтрон за 1 c при отсутствии поглощения и рассеяния. Так как рассеяние происходит на расстоянии λ_S, поглощение — на расстоянии λ_a, то число рассеянных нейтронов равно

$$n_S(\mathbf{x})=N(\mathbf{x})\frac{\upsilon}{\lambda_S(E)}=\Sigma_s(E)\Phi(\mathbf{x}),$$

а число поглощённых нейтронов (так называемая «плотность поглощения»)

$$n_a(\mathbf{x})=N(\mathbf{x})\frac{\upsilon}{\lambda_a(E)}=\Sigma_a(E)\Phi(\mathbf{x}).$$

Произведение $\Sigma_t\Phi(\mathbf{x})$ даёт полное число взаимодействий в 1 $см^3$ вещества.

Теперь уравнение переноса принимает свою *каноническую* форму:

$$\tau(E)\frac{\partial\psi}{\partial t}+\lambda(E)\,\boldsymbol{\omega}\,grad\psi+\psi= \\ =\int dE'\int\limits_{\Omega}h(E')\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}',E',t)\,W(E'\to E,\boldsymbol{\omega}'\to\boldsymbol{\omega})\,d\boldsymbol{\omega}'+Q, \qquad (8.8)$$

где $h(E)$ — полная вероятность рассеяния, связанная с полной вероятностью поглощения $g(E)$ соотношением:

$$h(E)+g(E)=1. \tag{8.9}$$

Интегральный член в уравнении переноса (8.8) называется «*интегралом столкновений*».

В общем случае произвольной смеси ядер различных элементов индикатриса рассеяния равна:

$$W(E'\to E,\boldsymbol{\omega}'\to\boldsymbol{\omega})=\sum_{(M)}h_M(E')W_M(E'\to E,\boldsymbol{\omega}'\to\boldsymbol{\omega}), \tag{8.10}$$

где $h_M(E)$ — парциальная вероятность рассеяния на ядрах данного сорта, равная отношению Σ_{SM}/Σ_s, и уравнение переноса нейтронов имеет вид:

$$\begin{aligned}&\tau(E)\frac{\partial\psi}{\partial t}+\lambda(E)\,\boldsymbol{\omega}\,grad\psi+\psi=\\&=\sum_M\int dE'\int_\Omega h(E')h_M(E')\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega}',E',t)W_M(E'\to E,\boldsymbol{\omega}'\to\boldsymbol{\omega})\,d\boldsymbol{\omega}'+Q\end{aligned}. \tag{8.11}$$

В случае стационарного источника $\partial\psi/\partial t=0$.

Уравнение переноса (8.11) описывает прохождение через вещество как быстрых, так и тепловых нейтронов. Различный характер элементарного взаимодействия с мишенями в разных энергетических областях (атомные ядра, атомы, молекулы, кристаллическая решётка) проявляется в различии соответствующих индикатрис рассеяния и сечений.

Величины полного свободного пробега λ и времени свободного пробега τ зависят от энергии нейтронов, но не зависят от координат и направления движения $\boldsymbol{\omega}$ (в однородных и изотропных средах). На границах сред с различными свойствами λ и τ могут изменяться скачкообразно, оставаясь неизменными в пределах этих сред. На границе между двумя средами различного состава и плотности, в которых длина свободного пробега соответственно λ_1 и λ_2, $\lambda_1\neq\lambda_2$, функция распределения нейтронов должна быть непрерывной для любого $\boldsymbol{\omega}$.

Индикатриса рассеяния

Индикатриса упругого рассеяния нейтронов в веществе определяется законами сохранения энергии и импульса в системе координат, жёстко связанной с центром инерции системы «нейтрон–ядро–мишень» («система центра инерции»). Экспериментальные измерения проводятся в системе координат, в которой до рассеяния ядра замедлителя неподвижны («лабораторная» система). В соответствии с этим необходимо индикатрису рассеяния также выразить в лабораторной системе координат.

Если выбрать в качестве единицы измерения массы ядра–мишени M массу нейтрона, выразить скорость нейтрона в лабораторной системе координат до и после рассеяния в виде $\boldsymbol{\omega}'\upsilon'$ и $\boldsymbol{\omega}\upsilon$, то, пользуясь законами сохранения энергии и импульса при упругом рассеянии, можно получить следующие выражения для угла рассеяния нейтронов в координатах системы центра инерции и в лабораторной системе координат:

$$\cos\chi_M = \frac{M^2+1}{2M} + \frac{(M+1)^2}{2M}\left(\frac{\upsilon}{\upsilon'}\right)^2 \equiv 1 - \frac{(M+1)^2}{2M}\left[1-\left(\frac{\upsilon}{\upsilon'}\right)^2\right], \qquad (8.12)$$

$$\cos\gamma_M = \frac{M+1}{2}\frac{\upsilon}{\upsilon'} - \frac{M-1}{2}\frac{\upsilon'}{\upsilon}. \qquad (8.13)$$

Из выражения (8.13) видно, что максимальная потеря скорости нейтрона происходит при «лобовом» ударе

$$\chi_M = \pi, \quad \text{когда } \upsilon = \upsilon^{\min} = \left(\frac{M-1}{M+1}\right)\upsilon',$$

а также, что отношение скоростей (энергии) нейтрона до и после рассеяния не зависит от скорости (энергии) перед столкновением, а определяется лишь массой ядра-мишени M. Последнее обстоятельство используется в формальном аппарате теории замедления, так как позволяет ввести новую переменную u, характеризующую энергию нейтрона, и называемую «летаргией» (или логарифмической энергией):

$$u = \ln\frac{E_0}{E}, \qquad (8.14)$$

где E_0 и E — начальная и текущая кинетическая энергии нейтрона.

Поскольку масса нейтрона совпадает с массой протона (ядра водорода), при упругом рассеянии, водород оказывается аномально сильным замедлителем среди всех других элементов.

Величина потери энергии нейтронов, выраженная в единицах u, в результате столкновения не зависит от их энергий перед столкновением. Введение летаргии позволяет сжать чрезвычайно широкую область энергий, в которой происходит процесс замедления ($1\ эв \le E \le 10^7\ эв$), в значительно более обозримый интервал изменения переменной u ($16 \ge u \ge 0$).

С новой переменной выражения (8.12) и (8.13) принимают вид:

$$\cos\chi_M(u',u) = \cos\chi_M(u-u') = 1 - \frac{(M+1)^2}{2M}\left[1 - \exp(-(u-u'))\right], \qquad (8.15)$$

$$\cos\gamma_M(u',u) = \frac{M+1}{2}\exp\left(-\frac{u-u'}{2}\right) - \frac{M-1}{2}\exp\left(\frac{u-u'}{2}\right). \qquad (8.16)$$

Максимальное увеличение летаргии в одном столкновении q_M равно:

$$q_M = 2\ln\frac{M+1}{M-1}. \qquad (8.17)$$

В каждом столкновении изменение летаргии нейтронов заключено в пределах:

$$0 \le u - u' \le q_M. \qquad (8.18)$$

При изотропном рассеянии в системе центра инерции, характерном для нейтронов с энергией, равной сотням *keV*, плотность вероятности рассеяния нейтронов в заданный телесный угол $d\Omega$ будет равна:

$$\frac{d\Omega}{4\pi} = -\frac{1}{4\pi}d\left[\cos\chi_M(u' \to u)\right]d\varphi, \qquad (8.19)$$

где, в соответствии с формулой (8.15),

$$-d\left[\cos\chi_M(u' \to u)\right] = \frac{(M+1)^2}{2M}\exp(-(u-u'))\,d(u-u'). \qquad (8.20)$$

Плотность вероятности $W_0(u'-u)$ рассеяния с заданным изменением летаргии получим, разделив выражение (8.20) на величину изменения летаргии $d(u-u')$ и $d\varphi$:

$$W_0(u' \to u) = \frac{(M+1)^2}{8\pi M}\exp(-(u-u')) = \frac{1}{2\pi}\alpha_M\exp(-(u-u')), \qquad (8.21)$$

где обозначено $$\alpha_M = \frac{(M+1)^2}{4M}. \qquad (8.22)$$

Чтобы перейти от величины $W_0(u' \to u)$ к индикатрисе рассеяния $W_M(u' \to u, \boldsymbol{\omega}' \to \boldsymbol{\omega})$, надо учесть, что равенство (8.21) справедливо лишь тогда, когда $\gamma_M(\upsilon' \to \upsilon) = \arccos(\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega})$, так как нарушение этого равенства означает отсутствие столкновения с ядром. С этой целью величину $W_0(u' \to u)$ необходимо умножить на дельта-функцию Дирака δ от аргумента $(\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega}) - \cos\gamma_M(u' \to u)$:

$$W_M(u' \to u, \boldsymbol{\omega}' \to \boldsymbol{\omega}) = W_0(u' \to u)\,\delta\left[(\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega}) - \cos\gamma_M(u' \to u)\right]. \qquad (8.23)$$

С полученным выражением для индикатрисы рассеяния уравнение переноса нейтронов приводится к виду:

$$\tau(u)\frac{\partial\psi}{\partial t} + \lambda(u)\,\boldsymbol{\omega}\,grad\psi + \psi = \frac{1}{2\pi}\Sigma\alpha_M \int\limits_{u-q_M}^{u} h(u')h_M(u')\exp\left(-(u-u')\right)du' \times$$

$$\times\int\limits_{\Omega}\psi(\mathbf{r},u',\boldsymbol{\omega}',t)\,\delta\left[(\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{\omega}) - \cos\gamma_M(u' \to u)\right]d\boldsymbol{\omega} + Q, \qquad (8.24)$$

где суммирование распространено на все ядра-мишени (массовые числа), а среднее время свободного пробега между двумя столкновениями

$$\tau(u) = \frac{\lambda(u)}{\upsilon_0}\exp(u/2). \qquad (8.25)$$

Математическое ожидание величины $(u-u')$ при рассеянии на ядрах типа μ называется *средней логарифмической потерей энергии* (средним изменением летаргии):

$$\xi_\mu = -\int\limits_0 (u-u')\,d(u-u')\int\limits_{\Omega} W_\mu(u',\boldsymbol{\omega}' \mid u,\boldsymbol{\omega})\,d\boldsymbol{\omega}' = 1 - \frac{(A-1)^2}{2A}\ln\left(\frac{A+1}{A-1}\right).$$

Функции распределения $\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},u,t)$ и $\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t)$ связаны соотношением: $\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},u,t)\,du = -\psi(\mathbf{r},\boldsymbol{\omega},E,t)\,dE$.

Неканонические формы уравнения переноса

В основе математической теории переноса частиц в веществе лежит линеаризованное уравнение Больцмана («уравнение переноса»):

$$\hat{A}\Psi(\mathbf{x_0} \mid \mathbf{x}) \equiv \left[\hat{L}(u,\boldsymbol{\omega}) - \hat{K}\right]\Psi(\mathbf{x_0} \mid \mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x_0}), \qquad (8.11')$$

где $\mathbf{x}$ — вектор точки фазового пространства, $\mathbf{x} \equiv \{\xi, u, \boldsymbol{\omega}\}$, $\xi \equiv (\mathbf{r}, t)$; $\Psi(\mathbf{x})$ — плотность столкновений; $\hat{L}(u, \boldsymbol{\omega})$ — дифференциальный оператор переноса, являющийся элементом параметрического семейства операторов, действующих на функции переменных $\mathbf{x}$:

$$\hat{L}(u, \boldsymbol{\omega})\Psi(\mathbf{x}) = \left[\tau(u)\frac{\partial}{\partial t} + \lambda(u)\boldsymbol{\omega}\nabla + 1 \right]\Psi(\mathbf{x}); \quad \nabla \equiv \nabla_r;$$

$\tau(u)$ — время свободного пробега, $\lambda(u)$ — длина свободного пробега, u — летаргия (энергия) частиц. Оператор столкновений $\hat{K}$ определён правилом

$$\left[\hat{K}a\right](u, \boldsymbol{\omega}) \equiv \hat{K}(u', \boldsymbol{\omega}' \mid u, \boldsymbol{\omega})\, a(u', \boldsymbol{\omega}') =$$
$$= \int d\boldsymbol{\omega}' \int du' h(u') W(u', \boldsymbol{\omega}' \mid u, \boldsymbol{\omega})\, a(u', \boldsymbol{\omega}')$$

для любой функции $a = a(u, \boldsymbol{\omega})$ переменных $u \in [u_0, \infty]$, $\boldsymbol{\omega} \in \Omega$, для которой это выражение имеет смысл. Здесь $W(u', \boldsymbol{\omega}' \mid u, \boldsymbol{\omega})$ — индикатриса рассеяния, $h(u)$ — полная вероятность рассеяния в соударении, $l - h(u) = g(u)$ — полная вероятность поглощения.

Помимо канонического уравнения $(8.11')$ существует 8 эквивалентных ему неканонических форм[1]. Д.А. Кожевников и В.С. Хавкин показали, что особый интерес представляет интегро-дифференциальная форма[2]:

$$\int d\boldsymbol{\omega}' \int du' R(u', \boldsymbol{\omega}' \mid u, \boldsymbol{\omega}) \left[\tau(u')\frac{\partial}{\partial t} + \lambda(u')\boldsymbol{\omega}'\nabla + g(u') \right] \psi(\xi, u', \boldsymbol{\omega}') =$$
$$= h(u_0) \int d\boldsymbol{\omega}' R(u_0, \boldsymbol{\omega}' \mid u, \boldsymbol{\omega}) \tilde{\psi}(\xi, u_0, \boldsymbol{\omega}') \quad . \qquad (8.26)$$

В этом уравнении вместо индикатрисы рассеяния выступает обобщённая функция Плачека $R(u', \boldsymbol{\omega}' \mid u, \boldsymbol{\omega})$, имеющая физический смысл энергетического и углового распределения частиц в непоглощающей среде от пространственно-однородного распределения стационарных моноэнергетических и мононаправленных источников. Поскольку с уменьшением

---

[1] Кожевников Д.А., Насибуллаев Ш.К. Неканонические формы уравнения переноса //Доклады АН СССР. — 1972. — Т. 205, № 6. — С. 1320–1323.

[2] Кожевников Д.А., Хавкин В.С. Замедление резонансных нейтронов в веществе. (Сообщение 1) //Атомная энергия. — 1969 — Т. 27, вып.2. — С. 142.

Кожевников Д.А., Хавкин В.С. Замедление резонансных нейтронов в веществе. (Сообщение 2) //Атомная энергия. — 1969 — Т. 27, вып.2. — С. 143.

энергии угловое распределение излучения быстро стремится к изотропному, функция Плачека имеет простую асимптотику. Благодаря этому уравнение (8.26) допускает аналитическое решение при весьма сложных зависимостях сечений взаимодействия от энергии. Весьма полезным свойством неканонических форм является то, что они позволяют выразить решения сложных задач через последовательность решений задач более простых.

8.2. *Возрастное приближение*

Источник нейтронов будем считать изотропным, стационарным и точечным с единичной мощностью. Во всём пространстве, кроме области, занимаемой источником в начале координат, $Q = 0$.

Предположим, что кинетическая энергия E замедленных нейтронов много меньше их начальной энергии E_0. В этом случае нейтроны должны испытать в среднем большое число столкновений с ядрами замедлителя, вследствие чего функция распределения $\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, u, t)$ с уменьшением энергии теряет свою угловую анизотропию. Угловая зависимость поэтому может быть представлена в виде двух первых членов разложения её в ряд по сферическим функциям:

$$\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, u) = \frac{1}{4\pi}\left[\psi_0(\mathbf{r}, u) + 3\boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{\psi}_1(\mathbf{r}, u)\right], \qquad (8.27)$$

где $\boldsymbol{\psi}_1(\mathbf{r}, u) = \int_\Omega \boldsymbol{\omega}\,\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, u)\, d\boldsymbol{\omega}$ — поток нейтронов, делённый на длину свободного пробега, или первый угловой момент функции распределения.

При этом предполагается выполнение неравенства:

$$|\boldsymbol{\psi}_1| << \psi_0, \qquad (8.28)$$

означающего слабую пространственную зависимость функции распределения нейтронов.

Подставляя разложение (8.27) в уравнение переноса (8.11), и интегрируя по углам, получим:

$$\lambda(u)\, div\boldsymbol{\psi}_1 + \psi_0 = \sum_M \int_0^u h(u') h_M(u') W_{0M}(u'|u) \psi_0(\mathbf{r}, u')\, du' \qquad (8.29)$$

Умножая далее уравнение переноса на $\boldsymbol{\omega}$ и интегрируя по углам, имеем:

$$\frac{1}{3}\lambda(u)\,grad\psi_0 + \boldsymbol{\psi}_1 = \sum_M \int h(u')\,h_M(u')\,W_{1M}(u'|u)\,\boldsymbol{\psi}_1(\mathbf{r},u')\,du' \qquad (8.29')$$

Уравнения (8.29) и (8.29') образуют систему, позволяющую определить функции ψ_0 и $\boldsymbol{\psi}_1$. Фазовое распределение нейтронов восстанавливается по этим функциям в соответствии с формулой (8.27).

Предположим, что произведение $h(u')h_M(u')\psi_0(\mathbf{r},u',t)$ слабо зависит от изменения летаргии в интервале $(u-q_M,u)$, вследствие чего в интеграле столкновений оно может быть аппроксимировано первыми двумя членами тэйлоровского разложения по летаргии:

$$h(u')h_M(u')\psi_0(\mathbf{r},u') \approx h(u)h_M(u)\psi_0(\mathbf{r},u) - (u-u')\frac{\partial}{\partial u}\left[h(u)h_M(u)\psi_0(\mathbf{r},u)\right].$$

Примем также, что $\boldsymbol{\psi}_1(\mathbf{r},u') \cong \boldsymbol{\psi}_1(\mathbf{r},u)$. Тогда система уравнений (8.29) и (8.29') принимает следующий вид:

$$\lambda(u)\,div\,\boldsymbol{\psi}_1(\mathbf{r},u) + g(u)\psi_0(\mathbf{r},u) = \frac{\partial}{\partial u}\left[\xi(u)\psi_0(\mathbf{r},u)\right] + \delta(\mathbf{r})\delta(u)\ ; \quad (8.30)$$

$$\frac{1}{3}\lambda(u)\,grad\psi_0 + \left[1 - h(u)\overline{\cos\theta}(u)\right]\boldsymbol{\psi}_1 = 0\,. \qquad (8.30')$$

В уравнении (8.30) использовано определение среднего изменения летаргии $\xi(u)$, где $\xi(u) = \sum_M h(u)\,h_M(u)\,\xi_M$, $\xi_M = \int (u-u')W_{0M}(u'|u)\,du'$, а в уравнении $(8.30')$ — среднего косинуса угла рассеяния $\overline{\cos\theta}(u)$.

Из выражения (8.30') следует уравнение, называемое законом Фика:

$$\boldsymbol{\psi}_1 = -D(u)\,grad\psi_0\,, \qquad (8.31)$$

где $D(u)$ — коэффициент диффузии для плотности потока

$$D(u) = -\frac{1}{3}\lambda_{tr}(u)\,. \qquad (8.32)$$

Величина

$$\lambda_{tr}(u) = \frac{\lambda(u)}{1 - h(u)\overline{\cos\theta}(u)} \qquad (8.33)$$

называется *транспортной длиной* свободного пробега, или длиной переноса. Она характеризует длину свободного пробега нейтронов с учётом их преимущественного рассеяния в переднюю полусферу из-за угловой анизотропии однократного столкновения.

Подставляя (8.31) в уравнение (8.30), получим:

$$\frac{1}{3}\lambda(u)\lambda_{tr}(u)\nabla^2\psi_0 + g(u)\psi_0 = -\frac{\partial}{\partial u}\bar{\xi}(u)\psi_0 . \qquad (8.34)$$

Таким образом, интегро-дифференциальное уравнение переноса преобразовано в дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка параболического типа относительно функции ψ_0.

Напомним, что уравнение (8.34) получено, исходя из предположений о том, что *индикатриса рассеяния обладает слабой анизотропией*, функция углового распределения нейтронов *слабо зависит от координат*

$$\lambda_{tr}(u)\left|grad\psi_0\right| << \psi_0 , \qquad (8.35)$$

и что произведение $\bar{\xi}\psi_0$ *слабо зависит от летаргии* (это значительно менее жёсткое ограничение, чем предположение о слабой энергетической зависимости непосредственно величины ψ_0):

$$\frac{\partial}{\partial u}\bar{\xi}\psi_0 << \psi_0 . \qquad (8.36)$$

Указанные условия предполагают выполнение неравенств:

$$g(u) << 1, \text{ или } \Sigma_a(u) << \Sigma_t(u) \qquad (8.37)$$

(очень слабое поглощение), поскольку присутствие в замедлителе поглощающих нейтроны примесей существенно усиливает пространственную и энергетическую зависимость функции распределения, а также её угловую анизотропию.

Дифференциальное уравнение (8.34) можно упростить подстановкой:

$$\tilde{\psi}_0(\mathbf{r},u) = \xi(u)\psi_0(\mathbf{r},u)\exp\left(\int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\xi\Sigma_s(u')}du'\right) \qquad (8.38)$$

и введением вместо летаргии u новой переменной $\tau_0(u)$:

$$\tau_0(u) = \frac{1}{3}\int_0^u \frac{\lambda(u')\lambda_s(u')}{\left[1-\cos\theta(u)\right]\bar{\xi}(u')}du' . \qquad (8.39)$$

В этом случае оно принимает вид:

$$\frac{\partial\tilde{\psi}_0}{\partial\tau_0} = \nabla^2\tilde{\psi}_0 , \qquad (8.40)$$

т.е. совпадает с уравнением теплопроводности, в котором роль времени играет переменная τ_0 (при этом коэффициент температуропроводности равен единице). Величина $\tau_0(u)$ имеет размерность площади и называется *фермиевским возрастом нейтронов*, а уравнение (8.40) — *уравнением возраста*.

Решение уравнения (8.40) имеет следующий вид:

$$\psi_0(\mathbf{r},u)=\psi_0(u)\frac{e^{-r^2/4\tau_0(u)}}{\left[4\pi\tau_0(u)\right]^{3/2}}, \tag{8.41}$$

где

$$\psi_0(u)=\frac{1}{\xi(u)}\exp\left[-\int_0^u\frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_s(u)}\frac{du'}{\xi(u')}\right]. \tag{8.42}$$

Решение уравнения (8.40) получено в предположении слабой зависимости ψ_0 от координат

$$\lambda_{tr}(u)\left|grad\psi_0\right|\ll\psi_0 \quad \text{или} \quad \lambda_{tr}(u)\left|\frac{\partial}{\partial r}\ln\psi_0\right|\ll 1 \tag{8.43}$$

и слабой зависимости произведения $\xi(u)\psi_0$ от летаргии (это менее жёсткое ограничение, чем предположение о слабой энергетической зависимости непосредственно ψ_0):

$$\frac{\partial}{\partial u}\left[\xi(u)\psi_0\right]\ll\psi_0. \tag{8.44}$$

Указанные условия предполагают, в свою очередь, выполнение неравенства $g(u)\ll 1$ или $\Sigma_a(u)\ll\Sigma_s(u)$, поскольку присутствие поглотителей нейтронов существенно усиливает пространственную, угловую и энергетическую зависимость функции распределения. По этой причине выражение (8.42) применимо для описания энергетического спектра нейтронов, замедленных лишь в слабо поглощающих средах.

Подставляя (8.41) в (8.43), находим: $r\ll\dfrac{6\tau_0(u)}{\lambda_{tr}(u)}=\dfrac{\overline{R^2}(u)}{\lambda_{tr}(u)}$, (8.45)

где $\overline{R^2}(u)$ — средний квадрат смещения нейтрона в процессе замедления до заданной энергии. Следовательно, выражение (8.41) справедливо на малых расстояниях от источника. Из условия (8.44) следует $u\gg\xi(u)$, т.е. заданное значение летаргии должно достигаться в результате большого числа столкновений $\nu(u)=u/\xi(u)\gg 1$. При этом условии анализ результата возраст-

ного приближения, как частного случая строгого решения уравнения переноса, даёт более точную оценку границ применимости.

Выражение (8.41) справедливо до расстояний порядка $r_0 \approx \tau_0(u)/\lambda_{\max}$, где $\lambda_{\max}$ — максимальная на интервале замедления полная длина свободного пробега нейтронов.

«Исправление» возрастного приближения

Из (8.43) и (8.45) видно, что выражение (8.41) справедливо лишь на малых расстояниях от источника нейтронов, особенно для сред повышенного водородсодержания. На больших расстояниях оно даёт качественно неверную пространственную зависимость. Это обусловлено не только допущениями возрастного приближения, но и некорректностью представления о «точечности» источника нейтронов с начальной энергией E_0.

Нейтроны, испускаемые точечным источником, сохраняют начальную энергию E_0 до первого столкновения с ядрами замедлителя, проходя в веществе путь, равный среднему свободному пробегу $\lambda(E_0)$, вследствие чего они распределены в пространстве по некоторому закону (закону распределения нерассеянного излучения).

Пространственно-угловое распределение $\psi(\mathbf{r},0,\boldsymbol{\omega})$ нерассеянных нейтронов, сохранивших в замедлителе свою энергию, описывается уравнением переноса (8.11), в котором отсутствует интеграл столкновений $(u=0)$:

$$\lambda_0 \boldsymbol{\omega} grad\psi(\mathbf{r},0,\boldsymbol{\omega}) + \psi(\mathbf{r},0,\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{4\pi}\delta(\mathbf{r}). \qquad (8.46)$$

Для однородной среды и точечного изотропного моноэнергетического источника решение этого уравнения относительно нулевого углового момента имеет вид:

$$\psi_0(\mathbf{r},0) = \frac{Q}{4\pi\lambda_0}\frac{\exp(-r/\lambda_0)}{r^2}$$

и определяет пространственное распределение замедленных нейтронов на больших расстояниях:

$$\psi_0(\mathbf{r},u) = B(u)\psi_0(\mathbf{r},0) = Q\,\frac{B(u)}{4\pi\lambda_0}\frac{\exp(-r/\lambda_0)}{r^2}, \qquad (8.47)$$

где $B(u) = \dfrac{\psi_0(\mathbf{r},u)}{\psi_0(\mathbf{r},0)}$ — «фактор накопления» замедленных нейтронов.

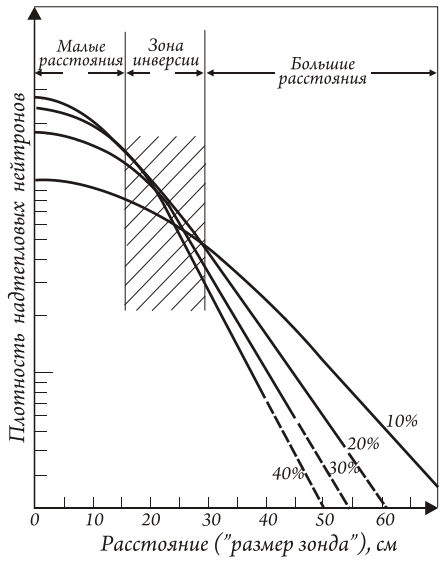


Рис. 8.1. *Эффект инверсии зависимости показаний ННМнт от водородосодержания с изменением размера зонда* (*по Дж. Титтмену*)

На «средних» расстояниях от источника пространственное распределение замедленных нейтронов описывается значительно более сложно. Согласно общей теории, в этой области функция распределения задаётся параметрически[3].

Для изучения физических закономерностей вне области применимости возрастного приближения применяется «одногрупповое диффузионное приближение» (см. ниже).

В возрастном приближении свойства вещества описываются одним параметром — фермиевским возрастом τ_0. Чем сильнее замедлитель, чем больше его водородосодержание[4], тем меньше величина τ_0. Выражение (8.41) показывает, что зависимость показаний детектора надтепловых нейтронов от водородосодержания среды с изменением расстояния до источника (размера зонда) изменяется.

На малых расстояниях, например, на «нулевом» зонде

$$N_0(m) \approx \tau_0(m)^{-3/2} , \qquad (8.48)$$

зависимость от m возрастающая.

---

[3] Кожевников Д.А. Пространственно-энергетическое распределение нейтронов в однородном замедлителе //Атомная энергия. — 1964. — Т.17, вып.1. — С.34–44.

[4] Не вдаваясь в петрохимические детали (существенные при интерпретации данных нейтронометрии), под этим термином здесь и далее понимается водонасыщенная пористость гранулярного коллектора.

На больших расстояниях r зависимость от m определяется экспонентой

$$N_0(m) \approx \exp\left[-r^2/4\tau_0(m)\right], \qquad (8.49)$$

и зависимость становится убывающей (рис. 8.1).

В геофизике переменное водородосодержание является изучаемой величиной (аргументом), связанной с ФЕС коллекторов нефти и газа, а расстояние между источником и детектором — управляемым параметром.

Изменение (обращение) функции с растущей на убывающую с изменением параметра называется *инверсией*, или *инверсионным эффектом*. Зона расстояний, на которых зависимости $N_0(m)$ обладают минимальной чувствительностью к m, является инверсионной и делит зависимости $N_0(m)$ и соответствующие зонды на доинверсионные (растущие по m показания) и заинверсионные (убывающие по m показания).

«Теоретические» и феноменологические уравнения поля

Уравнение переноса описывает закономерности переноса вещества в различных его формах. *Закон Фика* для диффундирующих частиц (в частности, молекул, нейтронов, гамма-квантов) является одним из основных законов физической кинетики. Его формулировка

$$\mathbf{\Phi} = -Д\nabla N \qquad (8.50)$$

означает, что поток частиц $\mathbf{\Phi}$ в единицу времени пропорционален плотности (концентрации) частиц N и направлен в сторону, противоположную градиенту; коэффициент диффузии $Д$ является коэффициентом пропорциональности ($Д = D\upsilon$). Этот эмпирический закон был установлен немецким физиологом А. Фиком экспериментально (1855).

Приведённый выше вывод этого закона является теоретическим, устанавливающим одновременно ограниченность области его применимости. Можно привести ряд также эмпирических аналогов этого закона, установленных феноменологически для переноса вещества в различных его формах.

Для электрического тока (движения электрических зарядов) аналогом закона Фика является *закон Ома* (в дифференциальной форме):

$$\mathbf{j} = -\sigma\nabla U, \qquad (8.51)$$

где **j** — плотность тока (сила тока, приходящегося на единицу поперечного сечения проводника), σ— проводимость, U— потенциал.

Из (8.51) следует, что коэффициент диффузии нейтронов играет роль «нейтронной проводимости» вещества: чем больше коэффициент диффузии, тем меньше «сопротивление» замедлителя прохождению нейтронов данной энергии.

Для теплового поля тепловой поток определяется *законом Фурье*:

$$\mathbf{q} = -\lambda \, grad T \ , \tag{8.52}$$

где **q** — вектор плотности теплового потока, λ — коэффициент теплопроводности, для изотропной среды являющийся скаляром.

Для жидкости, фильтрующейся в пористой среде, аналогом (8.50) или (8.51) является *закон Дарси*:

$$\mathbf{Q} = -k_{пр} / \mu \nabla P \ , \tag{8.53}$$

где **Q** — количество жидкости с динамической вязкостью μ, прошедшей через единицу поверхности среды в единицу времени; $k_{\text{пр}}$ — коэффициент проницаемости среды; P — давление.

Во всех рассмотренных примерах перенос вещества обусловлен наличием градиентов (концентрации, электрических потенциалов, температуры, давления).

8.3. *Полный возраст, длина и время замедления нейтронов*

Одной из важнейших характеристик горных пород является длина замедления L_s, рассчитываемая через полный возраст нейтронов τ_s:

$$L_s^2(u) = \tau_s(u) \, . \tag{8.54}$$

Полный возраст нейтронов τ_s определяется как $1/6$ среднего квадрата расстояния R_{cp}^2, проходимого нейтроном в веществе при замедлении от начальной энергии E_0 до заданной конечной E:

$$\tau_s(u) = \frac{1}{6} R_{cp}^2 = \frac{1}{6} \frac{\int_0^\infty r^2 \psi_0(\mathbf{r}, u) 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty \psi_0(\mathbf{r}, u) 4\pi r^2 dr} . \tag{8.55}$$

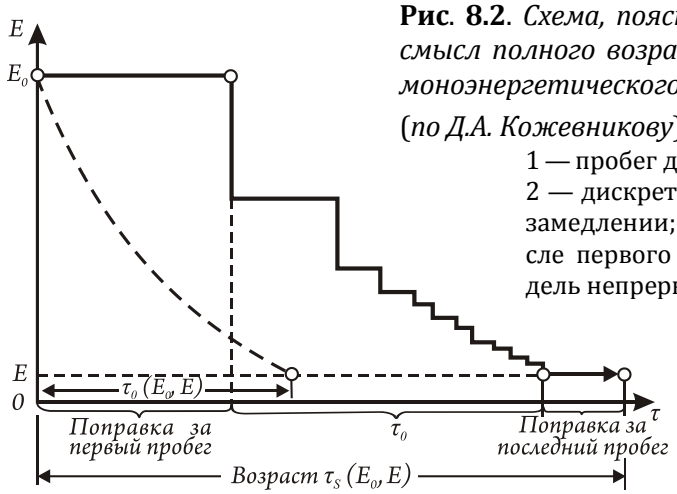


Рис. 8.2. *Схема, поясняющая физический смысл полного возраста нейтронов для моноэнергетического источника* (*по Д.А. Кожевникову*).

1 — пробег до первого столкновения; 2 — дискретные потери энергии при замедлении; 3 — потери энергии после первого столкновения; 4 — модель непрерывного замедления

Для замедлителей произвольного состава его величина τ_s рассчитывается по формуле:

$$\tau_s(u) = \frac{1}{3}\lambda_0^2 + \tau_0(u) + \frac{1}{3}\lambda_{tr}^2(u)\,. \qquad (8.56)$$

Физический смысл понятия полного возраста нейтронов вытекает из раскрытия смысла отдельных слагаемых формулы (8.56).

Величина $\tau_0(u)$ есть не что иное, как фермиевский возраст [см. формулу (8.39)]. Она характеризует средний квадрат расстояния R_{cp}^2, проходимого нейтроном в процессе собственно замедления. Первый и последний члены соотношения (8.56) называются поправками за первый и последний пробег. Они описывают процесс движения нейтронов без изменения энергии.

Легко убедиться, что вклад в величину полного возраста $\tau_s(u)$, даваемый пробегом до первого столкновения, равен

$$\frac{1}{6}R_{cp}^2(E_0) = \frac{1}{6}\int r^2\,\psi_0(\mathbf{r},0)\,dV = \frac{1}{6}\int_0^\infty \exp(-r/\lambda_0)\,dr = \frac{1}{3}\lambda_0^2. \qquad (8.57)$$

Поскольку источник «рассеивает» нейтроны с начальной энергией E_0 изотропно, в выражение для поправки за первый пробег входит полная (а не транспортная) длина свободного пробега. С увеличением летаргии длина свободного пробега, как правило, резко уменьшается, поэтому вклад поправки за первый пробег весьма значителен и может достигать 30–40%.

Появление в формуле (8.56) поправки за последний пробег объясняется тем, что, уже замедлившись до заданной энергии, нейтрон проходит в замедлителе ещё некоторое расстояние, сохраняя эту энергию. Эта поправка учитывает направленность движения нейтрона, унаследованную после последнего (анизотропного) рассеяния: сюда входит уже не полная, а транспортная длина свободного пробега. Величина этой поправки, как правило, значительно меньше поправки за первый пробег. Фермиевский возраст даёт величину возраста на этапе собственно замедления. Таким образом, между полным $\tau_s(u)$ и фермиевским $\tau_0(u)$ возрастами существует не только количественное, но и качественное, различие.

На рис. 8.3 приведены рассчитанные по формуле (8.56) зависимости длины замедления нейтронов L_s^* от водонасыщенной пористости ω в песчаниках и в известняках. На рисунке видно, что основное влияние на величину L_s^* оказывает изменение водородсодержания (влажности) горных пород. Химический состав пород сказывается меньше. Его влияние на величину L_s^* заметно проявляется лишь в породах низкого водородосодержания.

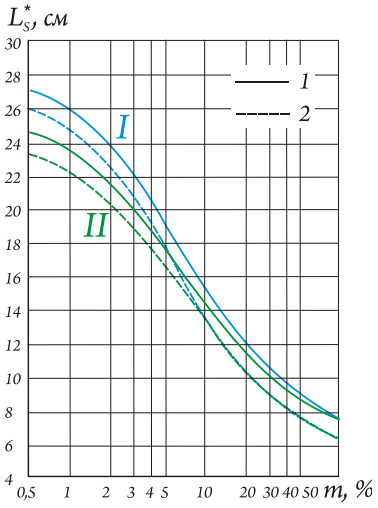


Рис. 8.3. *Зависимость величин* L_s^* *от объёмного содержания воды в песчаниках* (I) *и в известняках* (II) *для Po-Be* (1) *и Po-B* (2) *источников нейтронов*

Основной характеристикой нестационарного распределения замедляющихся нейтронов импульсного источника является время замедления нейтронов $\tau_s(u)$ до заданной летаргии u.

Величина этого времени находится из соотношения:

$$dt_s(u') = \tau(u')\, dv(u') = \frac{\tau(u')}{\xi(u')}\, du', \qquad (8.58)$$

$dt_s(u')$ — промежуток времени, необходимый для увеличения летаргии u' нейтрона на величину du'; $\tau(u')$ — время свободного пробега между двумя

столкновениями, определяемое соотношением $\tau(u) = \dfrac{\lambda(u)}{\upsilon_0}\exp(u/2)$,

а $d\nu(u')$ — число столкновений в интервале du'.

Проинтегрировав выражение (8.58) по летаргии, получим:

$$t_s(u) = \int_0^u \frac{\tau(u')}{\xi(u')}du'' = \frac{1}{\upsilon_0}\int_0^u \frac{\lambda(u')}{\xi(u')}\exp(u'/2)\,du' = \frac{1}{\upsilon_0}\int_0^u \exp(u'/2)\frac{du'}{\kappa_s(u')}, \quad (8.59)$$

где $\kappa_s(u)$ — *замедляющая способность* среды;

$$\kappa_s(u) = \frac{\xi(u)}{\lambda_p(u)} = \xi(u)\sum_p(u). \quad (8.60)$$

Из-за наличия под интегралом экспоненциально растущей функции летаргии величина интеграла в выражении (8.59) определяется поведением подынтегральной функции в окрестности верхнего предела. Вынося величину $1/\kappa_s(u)$ за знак интеграла, получаем:

$$t_s(u) = \frac{2\tau(u)}{\xi(u)}(1-\exp(-u/2)) \approx \frac{2}{\upsilon\kappa_s(u)} \text{ при } u \gg 1 \quad (8.61)$$

Из формулы (8.61) видно, что время замедления нейтронов определяется замедляющей способностью среды, которая при больших замедлениях ($E << E_0$) не зависит от начальной энергии нейтронов и численно равно удвоенному времени свободного пробега (для конечной энергии), делённому на среднюю логарифмическую потерю энергии.

Для воды время замедления нейтронов до энергии 1 *эВ* составляет 1 *мксек*. В горных породах оно достигает сотен микросекунд.

Для газонефтяной геофизики интерес представляет зависимость параметров замедления нейтронов от водородосодержания в породообразующих минералах различных классов.

Результаты расчётов длины и времени замедления нейтронов показывают, что даже в пределах одного класса минералы сильно различаются по своим замедляющим свойствам. Решающую роль здесь играет содержание химически связанной воды.

В распределении минералов по величине параметров замедления L_s^*[5], t_s наблюдается определённая закономерность (рис. 8.4).

[5] Для Ро-Ве–источника.

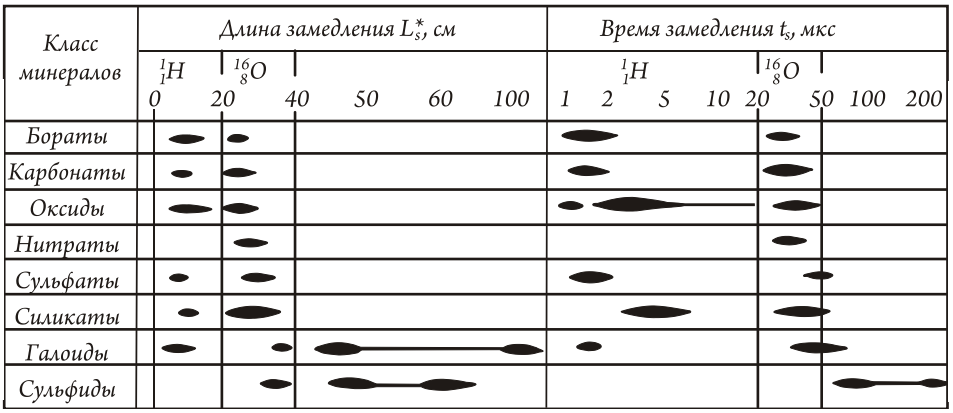


Рис. 8.4. *Диапазоны изменений параметров замедления нейтронов в породообразующих минералах различных классов* (*по Д.А. Кожевникову*)

Независимо от класса минералы делятся на три группы: водородсодержащие ($L_s^* < 20$ *см*, $t_s < 20$ *мкс*), кислородсодержащие (но без водорода, 20 *см*$< L_s^* <$40 *см*, 20 *мкс*$< t_s <$55 *мкс*) и, наконец, не содержащие ни водорода, ни кислорода ($L_s^* >$40 *см*, $t_s >$55 *мкс*).

При отсутствии водорода замедляющие свойства минералов определяются наличием кислорода. Из-за высокой распространённости кислорода его содержания в различных минералах сравнимы: диапазон изменения параметров замедления для минералов второй группы оказывается относительно узким. Наихудшими замедляющими свойствами обладают минералы третьей группы — безводные галоиды, сульфиды и их аналоги, самородные элементы.

8.4. *Одногрупповое диффузионное приближение*

В стационарных нейтронных методах применяют полиэнергетические радиоизотопные источники нейтронов, обладающие непрерывным спектром. В этом случае функция распределения $\Phi_0(r, E)$ определяется следующим образом:

$$\Phi_0(r, E) = Q \int_{E_0} g(E_0)\Phi_0(r, E, E_0)\, dE_0 , \qquad (8.62)$$

где $g(E_0)$ — так называемая «весовая» функция спектра;

$$g(E_0) = \frac{1}{Q}\frac{dQ(E_0)}{dE_0}; \qquad Q = \int_{E_0} dQ(E_0). \qquad (8.63)$$

Интегрирование ведётся по всей области определения спектра.

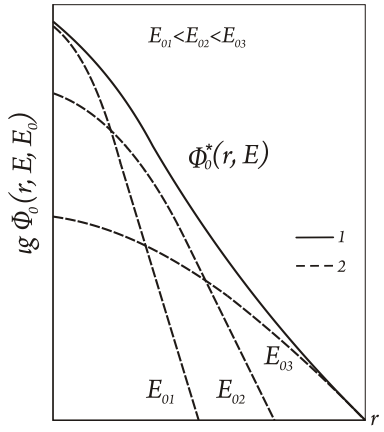


Рис. 8.5. *Пространственное распределение нейтронов с заданной конечной энергией* $E = const$ *от разных моноэнергетических источников* (1) *и результирующее распределение для полиэнергетического источника* (2)

На рис. 8.5 приведены функции пространственного распределения нейтронов с фиксированной конечной энергией E, соответствующие отдельным спектральным полосам (линиям) спектра, и результирующее распределение, соответствующее всему спектру.

Форма результирующего пространственного распределения отличается от формы распределений, порождённых отдельными спектральными линиями. Это явление называется *спектральным эффектом* полиэнергетического источника и обусловлено тем, что вклад различных участков спектра в результирующую плотность потока нейтронов сильно изменяется с увеличением расстояния от источника. Если на малых расстояниях от источника основной вклад даёт «мягкая» часть спектра, то на больших определяющий вклад даёт «жёсткая» часть спектра. Иными словами, с точки зрения пространственного распределения нейтронов на больших расстояниях, полиэнергетический источник как бы вырождается в жёсткий моноэнергетический.

Благодаря спектральному эффекту, функция пространственного распределения нейтронов полиэнергетического источника приобретает более простую форму по сравнению с функциями распределения отдельных спектральных линий. В координатах $\lg \Phi_0 = f(r)$ она как бы «спрямляется» (линеаризуется).

Анализ результатов многочисленных экспериментов показал, что пространственное изменение плотности потока нейтронов полиэнергетических источников в различных средах (исключая малые водородосодержания) можно аппроксимировать простыми выражениями типа:

$$\Phi_0^*(r,E) = \alpha(E)\frac{e^{-r/\Lambda(E)}}{r^k}, \qquad (8.64)$$

где k принимает значение 0 или 1.

Это распределение справедливо для практически важной пространственной области — на средних и больших расстояниях от источника. В выражении (8.64) имеются два свободных параметра α и Λ, для определения которых используются следующие точные условия:

$$\int\limits_{(\infty)} \Phi_0^*(r,E)\,dV = \Phi_0(E) \qquad (8.65)$$

(спектр плотности потока в бесконечной однородной среде с равномерно распределёнными источниками; интегрирование распространено на весь бесконечный объём V). При отсутствии поглощения — это просто закон сохранения числа замедленных нейтронов во всём бесконечном пространстве.

$$\int\limits_{(\infty)} r^2\Phi_0^*(r,E)\,dV \Big/ 6\int\limits_{(\infty)} \Phi_0^*(r,E)\,dV = \tau_s^*(E) = L_s^*(E)^2, \qquad (8.65')$$

где $\tau_s^*(E)$ — полный возраст нейтронов полиэнергетического источника; $L_s^*(E)$ — длина замедления нейтронов. Таким образом, интегральные характеристики приближенного распределения $\Phi_0^*(r,E)$ должны совпадать с точными. Последние могут быть вычислены с учётом неупругого рассеяния и дифракционной анизотропии, а также спектра полиэнергетического источника. Условия (8.65) позволяют определить свободные параметры эмпирического распределения.

При *k=0*, определяя параметры α и Λ, получаем (Я.Б. Зельдович, И.И. Гуревич):

$$\Phi_0^*(r,E) = \frac{\Phi_0(E)}{8\pi\Lambda^3(E)}e^{-r/\Lambda(E)}, \qquad (8.66)$$

где

$$\Lambda(E) = \frac{1}{\sqrt{2}}L_s^*(E). \qquad (8.66')$$

При $k=1$ распределение (8.64) называется *диффузионным*, или *одногрупповым* ядром. Оно лучше согласуется с экспериментальными данными (особенно для водородсодержащих сред) и обладает более широкой областью применимости.

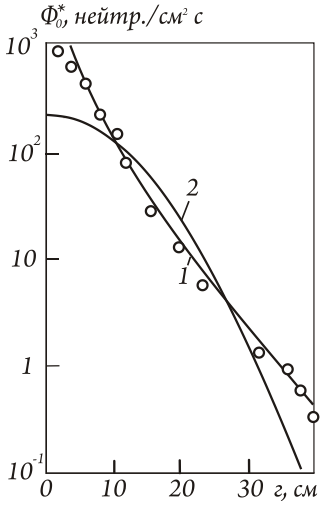


Рис. 8.6. *Распределение индиевых нейтронов* Ra-Be–*источника в воде в сравнении с результатами расчётов в одногрупповом диффузионном приближении* (кривая 1) L_s^* =6,8 см. Кривая 2 иллюстрирует неправильное применение возрастного приближения (полный возраст нейтронов полиэнергетического источника отождествлён с фермиевским)

Определяя свободные параметры, как выше, находим:

$$\Phi_0^*(r,E) = \Phi_0(E)\frac{e^{-r/\sqrt{\tau_s^*(E)}}}{4\pi r\tau_s^*(E)}. \qquad (8.67)$$

На рис. 8.6 показаны результаты расчёта пространственного распределения плотности потока надтепловых (индиевых) нейтронов *Ra-Be* -источника в воде в одногрупповом диффузионном приближении в сравнении с экспериментальными данными. Практически на всех исследованных расстояниях r от источника (исключая окрестность источника) распределение (8.67) хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Это распределение имеет одно важное практическое преимущество, заключающееся в том, что оно удовлетворяет хорошо изученному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\Delta\Phi_0^* - \frac{1}{\tau_s^*(E)}\Phi_0^* = -\frac{1}{D(E)}Q(r). \qquad (8.68)$$

Уравнение (8.68) совпадает с уравнением диффузии, поэтому основанное на нём приближение (8.64) называют *одногрупповым диффузионным приближением* (*ОДП*). В этом приближении распределение замедленных нейтронов полиэнергетического источника (каждому участку энергетического спектра которого соответствует своя «группа» нейтронов) заменяется одной группой нейтронов, характеризующейся величиной $\tau_s^*(E)$.

Численное решение этого уравнения с соответствующими краевыми и граничными условиями позволяет распространить рассмотренный способ приближенного описания пространственного распределения замедленных нейтронов в бесконечной однородной среде на более общий (и с практической точки зрения значительно более важный) случай системы скважина–пласт.

Величина $\sqrt{\tau_s^*(E)}$ (длина замедления нейтронов) играет роль диффузионной длины, а смысл коэффициента диффузии $D(E)$ имеет величина:

$$D(E) = E^{-1}\Phi_0^{-1}(E)\tau_s^*(E) \equiv \xi(E)\sum\nolimits_s(E)\tau_s^*(E) = \kappa_s(E)\tau_s^*(E),$$

где $\kappa_s(E)$ — замедляющая способность среды.

Коснёмся вопроса об условиях применимости решений уравнения (8.64). С одной стороны, уравнение диффузии предполагает выполнение закона Фика и неравенства:

$$\left|D\,grad\,\Phi_0^*\right| << \Phi_0^*.$$

Это означает, что уравнение (8.68) перестаёт быть справедливым, когда коэффициент диффузии и плотность потока нейтронов заметно изменяются на расстояниях порядка длины замедления. Последнее всегда имеет место вблизи границ раздела сред с различными нейтронными свойствами, что характерно для скважинных условий применения нейтронных методов.

С другой стороны, аналогия уравнения (8.68) с уравнением диффузии является формальной, поэтому строгое ограничение уравнения диффузии не может механически переноситься на уравнение, которому удовлетворяет аппроксимирующее распределение.

Несмотря на свою простоту, ОДП позволяет сделать целый ряд практически полезных и важных выводов относительно закономерностей стационарных нейтронных методов в системе скважина–пласт.

Можно показать [7], что возраст $\tau_s^*(E)$ и длина замедления $L_s^*(E)$ нейтронов *полиэнергетического* источника равны возрасту и длине замедления нейтронов *моноэнергетического* источника с энергией E_0, равной средней энергии E_0^{cp} спектра полиэнергетического источника:

$$\tau_s^*(E) = \tau_s(E, E_0^{cp}); \tag{8.69}$$

$$E_0^{cp} = \int_{E_0} g(E_0)E_0 dE_0. \tag{8.70}$$

Для более полного раскрытия физического смысла параметра L_s^* рассмотрим функцию

$$p(r,E) = 4\pi r^2 N_0(r,E)\,dr\,, \tag{8.71}$$

описывающую число нейтронов с заданной энергией E в сферическом слое толщиной dr на расстоянии r от источника. При $dr = 1$ эта функция характеризует пространственное распределение замедленных нейтронов в сферических слоях единичной толщины. Функция $p(r,E)$ обладает максимумом (рис. 8.7), положение которого $R_{\max}(E)$ легко найти из условия:

$$\frac{\partial}{\partial r} p(r,E)\Big|_{r=R^{\max}} = 0\,,$$

из которого следует

$$R^{\max}(E) = \sqrt{\tau_s^*(E)} = L_s^*(E)\,. \tag{8.72}$$

Таким образом, длина замедления нейтронов равна расстоянию от источника до максимума функции распределения по сферическим слоям нейтронов с заданной энергией E.

Значение $p_{\max}(\varepsilon)$ функции $p(r,\varepsilon)$ в максимуме будет:

$$p_{\max}(E)/N_0(E) = (eL_s^*(E))^{-1}$$

Отсюда следует, что при фиксированной конечной энергии E с уменьшением замедляющей способности среды максимальная амплитуда функции $p_{\max}(E)/N_0(E)$ убывает (амплитуда функции $p_{\max}(E)$ возрастает).

Определим пространственную дисперсию $D\big[(E)\big]$ функции $p^*(r,E)$. По определению $D\big[(E)\big]$ равна:

$$D\big[(E)\big] = \overline{R^2(E)} - \overline{R(E)}^2\,. \tag{8.73}$$

Здесь $\overline{R(E)}^2$ — второй пространственный момент функции $N_0^*(r,E)$, равный по определению:

$$\overline{R^2(E)} = 6\tau_s^*(E)\,,$$

$\overline{R(E)}$ — первый пространственный момент функции $N_0^*(r,E)$, равный:

$$\overline{R(E)} = \sqrt{\tau_s^*(E)}\,.$$

Подставляя эти величины в (8.114), находим:

$$D\big[r(E)\big] = 2\tau_s^*(E)\,. \tag{8.74}$$

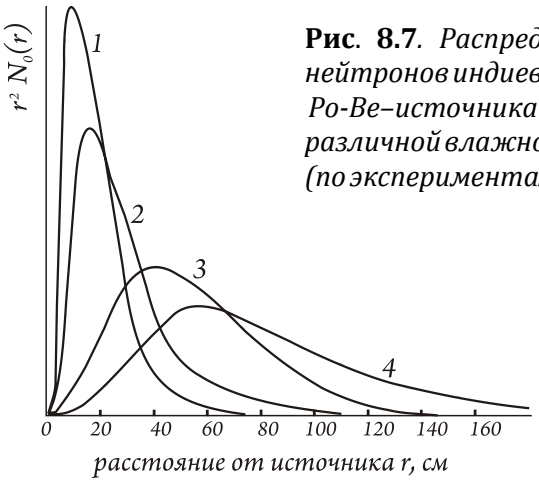


Рис. 8.7. *Распределения по сферическим слоям нейтронов индиевого резонанса* (E=1,46 эВ) *Po-Be–источника в воде* (1) *и кварцевом песке различной влажности:* 35% (2), 7% (3), 3% (4) *(по экспериментальным данным А.В. Золотова)*

Итак, пространственная дисперсия функции распределения нейтронов по сферическим слоям равна удвоенному значению полного возраста нейтронов.

На рис. 8.7 приведены распределения по сферическим слоям надтепловых нейтронов *Po-Be*–источника в кварцевом песчанике с различной водонасыщенной пористостью, построенные по экспериментальным данным А.В. Золотовым (1956). Поскольку выражение (8.67) особенно хорошо описывает пространственное распределение нейтронов в средах с высоким водородсодержанием, для последних результат (8.74) обладает количественной достоверностью.

Сравнивая расстояния до максимума этих распределений с соответствующими значениями длины замедления нейтронов *Po-Be*–источника в воде, можно убедиться, что это соотношение выполняется.

Для определения полного возраста (квадрата длины замедления) по результатам измерений обычно строят графики функций $p(r;E)$ и $r^2 p(r,E)$, и вычисляют площади, ограниченные полученными кривыми, после чего величина τ_s^* определяется из отношений этих площадей:

$$\tau_s^*(E) = \int_0^\infty r^2 p(r,E)\,dr \Big/ 6\int_0^\infty p(r,E)\,dr\,. \qquad (8.75)$$

«Радиус замедления» нейтронов

Полное число нейтронов с заданной энергией *E*, замедлившихся в объёме, ограниченном сферической поверхностью радиуса *R*, равно

$$p(R,E)=\int_0^R p(r,E)\,dr\,,$$

а число нейтронов с энергией E во всём бесконечном объёме замедлителя будет:

$$\int_0^\infty p(r,E)\,dr = N_0(E)\,.$$

Поскольку длина замедления нейтронов — конечная величина, процесс замедления нейтронов развивается в конечном объёме бесконечного замедлителя, ограниченном сферической поверхностью некоторого радиуса, центр которой совпадает с расположением источника нейтронов.

Величина отношения $\delta(R,E)$:

$$\delta(R,E)=\delta=\frac{p(R,E)}{N_0(E)},\quad (0\le\delta\le 1)$$

показывает, какая часть от общего числа нейтронов с данной энергией E замедляется в сферическом объёме $V(R)$, ограниченном поверхностью заданного радиуса R.

Поставим вопрос: каков радиус $R_s(E)$ такого сферического объёма, в котором замедляется до заданной энергии E подавляющая часть, например, 95% всех нейтронов $(\delta=0,95)$.

Величина $R_s(E)$, которую назовём *радиусом замедления*, находится из уравнения:

$$\frac{1}{N_0(E)}\int_0^{R_s(E)} p(r,E)\,dr = 0,95\,. \qquad (8.76)$$

Подставляя сюда (8.71), находим:

$$R_s(E)\approx 4L_s^*(E)\,, \qquad (8.77)$$

то есть радиус замедления равен четырём длинам замедления.

Таким образом, пространственное распределение нейтронов точечного источника в однородном замедлителе, ограниченном сферической поверхностью, радиус которой превышает радиус замедления, совпадает с распределением замедленных нейтронов в бесконечной однородной среде.

8.5. *Энергетический спектр нейтронов при наличии поглощения*

Типы взаимодействий между нейтронами и атомными ядрами существенно определяются энергией нейтронов, поэтому значительное внимание приходится уделять теории нейтронного спектра в горных породах.

При поисках и разведке полезных ископаемых нейтронными методами как в полевых, так и в скважинных условиях могут использоваться спектральные эффекты, обусловленные резонансными рассеянием и поглощением нейтронов в процессе их замедления в горных породах.

При высоких энергиях ($E \approx 10 \div 14$ *МэВ*) поглощение нейтронов в пороговых реакциях влияет на их распределение в горных породах. В области надтепловых энергий для горных пород и руд характерно присутствие сильно поглощающих элементов. Почти у всех породообразующих элементов в надтепловой области сечение поглощения растёт с уменьшением энергии по закону $1/\upsilon$. В резонансной области сечения поглощения ряда тяжёлых (рудных) элементов достигают очень высоких значений, на несколько порядков (в тысячи и десятки тысяч раз) превосходящих величину сечений рассеяния.

Знание нейтронных спектров в горных породах необходимо также для изучения распределения гамма-излучения неупругого рассеяния, захватного гамма-излучения и активационных эффектов. Если энергетический спектр $\Phi_0(E)$ замедленных нейтронов известен, то спектр $G(E_\gamma)$ гамма-излучения, возникающего при неупругом рассеянии нейтронов, определяется следующим образом:

$$G\left(E_\gamma\right) = \int_{E_0}^{E} \Phi_0\left(E'\right)\tilde{\Sigma}\left(E' \mid E_\gamma\right)dE',$$

где $\sum(E' \mid E_\gamma)$ — сечение испускания гамма-кванта энергии E_γ при неупругом рассеянии нейтрона с энергией E'. Аналогично вычисляется спектр $G_a\left(E_\gamma\right)$ гамма-излучения, возникающего при поглощении нейтронов в процессе замедления:

$$G_a\left(E_\gamma\right) = \int_{E_0}^{E} \Phi_0\left(E'\right) j\left(E' \mid E_\gamma\right)dE',$$

где $j(E'|E_\gamma)=\sum_{M,l}\left[\nu_l(E_\gamma)\Sigma_a(E)\right]_M$ — излучающая способность среды;

$\nu_l(E_\gamma)$ — число гамма-квантов данной энергии на один, поглощённый данным ядром нейтрон; $\Sigma_a(E)$ — макроскопическое сечение поглощения нейтронов ядром типа M; суммирование ведётся по ядрам всех элементов (изотопов) и всем линиям (l) в спектре каждого излучателя.

В физике биологической защиты от нейтронного облучения поглощённая, или экспозиционная доза $Д$ определяется выражением:

$$Д=\int_0^\infty \beta(E')\Phi_0(E')dE',$$

где $\beta(E)$ — доза, создаваемая единичной плотностью потока нейтронов с фиксированной энергией E.

В поглощающей среде плотность столкновений $\psi_0(u_0\,|\,u)$ нейтронов моноэнергетического источника с летаргией u_0 удовлетворяет уравнению:

$$\psi_0(u_0\,|\,u)=\sum_M\int_{u_0}^{u}h(u')h_M(u')\psi_0(u_0\,|\,u')W_{0M}(u'\,|\,u)du'+\delta(u-u_0), \qquad (8.78)$$

где $h(u')$ — полная вероятность рассеяния, $h(u)=1-g(u)$; $g(u)$ — полная вероятность поглощения; $h_M(u')$ — парциальная вероятность рассеяния на ядрах элемента с массовым числом $M=A$ (суммирование распространяется на все элементы).

Решение этого интегрального уравнения в случае сечений рассеяния и поглощения, сильно изменяющихся с энергией нейтронов, представляет значительные трудности. Поэтому рассмотрим эквивалентную неканоническую форму этого уравнения, впервые полученную А. Вейнбергом и Е. Вигнером, Н. Корнголдом и В.В. Орловым:

$$\psi_0(u_0\,|\,u)=h(u_0)R_0(u_0\,|\,u)-\int_{u_0}^{u}g(u')\psi_0(u_0\,|\,u')R_0(u'\,|\,u)du'. \qquad (8.79)$$

Это уравнение является простейшей пространственно-однородной формой неканонического уравнения Кожевникова–Хавкина (8.26). Здесь $R_0(u_0\,|\,u)$ — плотность столкновений нейтронов в среде без поглощения, т.е. $R_0(u_0\,|\,u)=\psi(u_0\,|\,u)$ при $g(u)=0$ [$h(u)=1$].

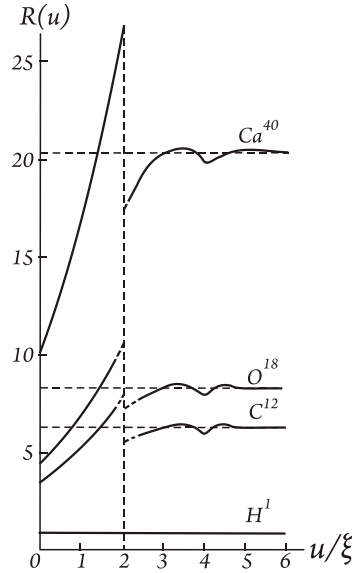


Рис. 8.8. *Функция Плачека для водорода, углерода, кислорода и кальция;*
шкала летаргии — в единицах средней логарифмической потери энергии ξ для соответствующих элементов

Функция $R_0(u_0 \mid u)$ называется *функцией Плачека*. В отличие от уравнения (8.78), в уравнении (8.79) спектр в поглощающей среде $\psi_0(u_0 \mid u)$ выражается через спектр $R_0(u_0 \mid u)$, в среде без поглощения — через решение значительно более простой задачи. Это обстоятельство является важным преимуществом неканонических форм уравнения переноса, преобразующихся в дифференциальные уравнения, обеспечивающие возможность нахождения их решений в аналитической форме для весьма сложных энергетических зависимостей сечений взаимодействия.

Для среды, состоящей из одного элемента, функция Плачека $R_0(u_0 \mid u)$ обладает следующими свойствами: в интервале первого рассеяния $u < u_0 + q_M$ она экспоненциально возрастает; при $u = u_0 + q_M$ имеет разрыв (в случае водорода разрыв отсутствует); при дальнейшем увеличении летаргии испытывает гармонические колебания с затухающей амплитудой около своего асимптотического значения $R_0 = \xi^{-1}$ (ξ — среднее изменение летаргии в одном столкновении); имеет разрыв производной по u при $u = u_0 + 2q_\mu$ и при $u > u_0 + 3q_M$ достигает асимптотической величины. Можно строго показать, что в *непоглощающей среде произвольного состава* и при произвольной энергетической зависимости сечений рассеяния от энергии нейтронов уже после нескольких первых столкновений спектр имеет асимптотический вид:

$$R_0(u_0|u) = 1/\xi(u) \tag{8.80}$$

т.е. не зависит от начальной энергии нейтронов, но зависит от конечной энергии замедления.

Переходя от плотности столкновений к измеряемой величине — плотности потока нейтронов $\Phi_0(u)$, получаем:

$$\Phi_0(u) = \left[\Sigma(u)\xi(u)\right]^{-1} = \kappa_s^{-1}(u), \tag{8.81}$$

где $\kappa_s(u)$ — замедляющая способность среды.

Следовательно, энергетическое распределение замедленных нейтронов при отсутствии поглощения имеет следующий вид:

$$\Phi_0(E) = \Phi_0(u)\left(-\frac{du}{dE}\right) = \frac{1}{E\kappa_s(E)}. \tag{8.81′}$$

Поскольку замедляющая способность среды при $E > 50$ *кэВ* существенно зависит от энергии, спектр нейтронов, вообще говоря, отличается от $1/E$. Точнее, на фермиевский закон $1/E$, определяющий общий характер спектра, накладывается локальная «тонкая» структура, обусловленная резонансным характером зависимости полного сечения рассеяния от энергии нейтронов. Из выражения (8.81′) следует, что резонансным максимумам сечения рассеяния соответствуют провалы («депрессии») в спектре нейтронов, а интерференционным минимумам сечения — «всплески» плотности потока нейтронов. Это важное свойство присуще энергетическому спектру замедленных нейтронов не только в чисто рассеивающих средах, но и в поглощающих.

Вернёмся к изучению спектра замедленных нейтронов в поглощающих средах. Используя свойства функции Плачека $R_0(u_0 \mid u)$, представим её в виде разности асимптотического (соответствующего большим значениям летаргии) значения $\xi^{-1}(u)$ и осциллирующей добавки $\tilde{R}(u_0 \mid u)$, которая отлична от нуля лишь в интервале первых трёх-четырёх столкновений:

$$R_0(u_0|u) = \frac{1}{\xi(u)} - \tilde{R}(u_0|u). \tag{8.82}$$

Подставив (8.82) в уравнение (8.79), получим:

$$q_0(u_0 \mid u) = h(u_0) - \int_{u_0}^{u} a(u')\,q_0(u_0 \mid u')\,du' + \xi(u)\times$$

$$\times \int_{u_0}^{u} a(u')\, q_0(u_0 \mid u')\, \tilde{R}(u' \mid u)\, du\,, \qquad (8.83)$$

где $q_0(u_0 \mid u)$ называется *плотностью замедления*:

$$q_0(u_0|u) = \xi(u)\psi_0(u_0|u); \quad a(u) = g(u)/\xi(u)\,.$$

Для решения этого уравнения применим метод, который назовём методом *спектральных приближений*. Последовательные приближения в этом методе соответствуют последовательно возрастающей точности, с которой учитываются неасимптотические свойства функции Плачека.

В первом спектральном приближении примем $\tilde{R}(u' \mid u) = 0$, т.е. откажемся от учёта осцилляции функции Плачека. Интегральное уравнение (8.83) сводится к дифференциальному уравнению первого порядка типа Бернулли, решение которого с начальным условием $q_0(u_0 \mid u_0) = h(u_0)$:

$$\psi_0(u_0 \mid u) = \frac{h(u_0)}{\xi(u)} \exp\left[-\int_{u_0}^{u} g(u') \frac{du'}{\xi(u')} \right] \qquad (8.84)$$

совпадает с известным в теории резонансного поглощения приближением Вигнера. В случае поглощения при замедлении в чистом водороде оно даёт точный результат и служит хорошим приближением при хорошо разрешённых резонансных сечениях поглощения, когда ширина резонанса мала по сравнению с интервалом однократного рассеяния, а расстояния между резонансами превышают несколько таких интервалов. Спектральное приближение Вигнера является исходным при определении резонансного интеграла поглощения.

Для вычисления следующего спектрального приближения воспользуемся тем обстоятельством, что функция $\tilde{R}(u' \mid u)$ отлична от нуля лишь в малой окрестности верхнего предела интегрирования в уравнении (8.83), и вынесем произведение $g(u')\psi(u_0 \mid u')$ за знак интеграла со значением в верхнем пределе:

$$q_0(u_0 \mid u) = h(u_0) - \int_{u_0}^{u} a(u')\, q_0(u_0 \mid u')\, du' + g(u)\gamma_1(u)\, q_0(u_0 \mid u)\,, \quad (8.85)$$

где

$$\gamma_1(u) = \int_{u_0}^{u} \tilde{R}(u' \mid u)\, du'\,.$$

Это интегральное уравнение также сводится к дифференциальному (уравнение Бернулли), решение которого имеет вид:

$$\psi_0(u_0 \mid u) = \frac{h(u_0)}{\xi(u)\left[1 - g(u)\gamma_1(u)\right]} \exp\left[-\int_{u_0}^{u} \frac{a(u')\,du'}{1 - g(u')\gamma_1(u)} \right] \quad (8.86)$$

Неудобство использования этого спектрального приближения обусловлено необходимостью численного расчёта величины $\gamma_1(u)$ для каждой конкретной среды. Однако, если вблизи конечной энергии замедления парциальные вероятности рассеяния не зависят (или слабо зависят) от энергии нейтронов, величина γ_1 не зависит от летаргии и представима в удобном для расчётов виде:

$$\gamma_1 = 1 - \frac{\gamma}{\xi};\ \gamma = \frac{\overline{\xi^2}}{2\xi}; \quad (8.87)$$

$$\overline{\xi}^2_{\mu} = 2\xi_{\mu} - \alpha_{\mu} e^{-q_{\mu}} q_{\mu}^2. \quad (8.88)$$

Требование постоянства парциальных вероятностей рассеяния означает, что сечения рассеяния нейтронов на ядрах различных элементов, входящих в состав среды, или не зависят от энергии нейтронов, или изменяются с энергией по одному и тому же закону. Для сред, не содержащих водород (или содержащих его в очень малом количестве), $\gamma_1 > 0$, а для водородсодержащих сред при $m > 1\%$, $\gamma_1 > 0$. При добавлении водорода в смесь тяжёлых ядер, параметр γ_1 меняет знак и достигает величин, по модулю гораздо бóльших 1/3. Объясняется это тем, что при добавлении водорода само асимптотическое решение убывает гораздо быстрее (за счёт резкого увеличения средней логарифмической потери энергии в среде), чем уменьшаются неасимптотические отклонения от фермиевского спектра.

Подставив выражение (8.87) в (8.86), получим:

$$\psi_0(u_0 \mid u) = \frac{h(u_0) \exp\left[-\int_{u_0}^{u} \frac{g(u')\,du'}{\xi h(u') + \gamma g(u')} \right]}{\xi h(u) + \gamma g(u)}. \quad (8.89)$$

Этот результат совпадает с так называемым приближением Грюлинга–Гертцеля. Процесс вычисления спектральных приближений можно продолжить, но результаты уже потеряют наглядность.

Из выражений (8.84) и (8.89) следует, что энергетический спектр нейтронов в поглощающей среде можно записать в виде произведения спектра нейтронов в среде без поглощения $R_0(u)$ на вероятность $P_a(u_0 \mid u)$ избежать поглощения при замедлении до заданной летаргии:

$$\psi_0(u_0|u) = R_0(u)\, P_a(u_0|u). \tag{8.90}$$

В случае $\sigma_a(E) \sim 1/\upsilon$ хорошо выполняется условие применимости спектрального приближения Грюлинга–Гертцеля. Поскольку при начальной энергии нейтронов порядка единиц мегаэлектронвольт поглощением можно пренебречь, выражение для спектра плотности потока нейтронов $\Phi_0(E)$ имеет следующий вид:

$$\Phi_0(E) = \frac{P_a(E)}{E}\left[\,\xi\,\Sigma_s(E) + \gamma\,\Sigma_a(E)\right]^{-1}, \tag{8.91}$$

$P_a(E)$ — вероятность избежать поглощения при замедлении до энергии E:

$$P_a\left(E\right) = h\left(E_0\right)\exp\left[-\int\limits_{E_0}^{E}\frac{\Sigma_a\left(E'\right)}{\xi\,\Sigma_s\left(E'\right)+\gamma\,\Sigma_a\left(E'\right)}\,\frac{dE'}{E'}\right] \equiv P_a\left(E;E_0\right). \tag{8.92}$$

Для полиэнергетического источника соответствующая величина

$$P_a^*\left(E\right) = \int\limits_0^{\infty} g\left(E_0\right) P_a\left(E;E_o\right) dE_0\,. \tag{8.92′}$$

Интеграл в выражении (8.92) можно вычислить аналитически при условии, что сечение рассеяния не зависит (или слабо зависит) от энергии. Полагая $\Sigma_a(E) \sim E^{-1/2}$, находим:

$$P_a(E) = \left(1+\frac{\gamma}{\xi}\,\frac{\Sigma_a(E)}{\Sigma_s}\right)^{-\frac{2}{\gamma}}. \tag{8.92″}$$

Подставив (8.92″) в (8.91), окончательно получим:

$$\Phi_0(E) = \frac{1}{E\kappa_s}\left[1+\gamma\,\frac{\Sigma_a(E)}{\kappa_s}\right]^{-1-\frac{2}{\gamma}}. \tag{8.93}$$

Требование постоянства сечения рассеяния ограничивает область применимости выражения (8.93). В реальном случае сечений рассеяния, зависящих от энергий нейтронов (в резонансной области), при $\sum_a \sim 1/\upsilon$ величина $P_a(E)$ по-прежнему монотонно зависит от энергии нейтронов, однако энергетический спектр $\Phi_0(E)$ приобретает тонкую структуру, обусловленную резонансами сечения рассеяния. Тем не менее, результат, полученный в приближении $\sum_s(E) = const$, практически весьма полезен при изучении влияния присутствия поглощающих элементов на распределение замедленных нейтронов, поскольку при энергиях менее 50 *кэВ* сечение рассеяния для породообразующих элементов, как правило, слабо зависит от энергии.

Для водородсодержащих сред ($\gamma \approx 1$) хорошим приближением служит более простая формула:

$$\Phi_0(E) \approx \frac{1}{E\kappa_s}\left[1+\frac{\sum_a(E)}{\kappa_s}\right]^{-3}. \qquad (8.94)$$

Отметим, что параметр $\sum_a(E)/\kappa_S$ представляет собой (с точностью до постоянного множителя) отношение двух характеристических параметров импульсного режима: времени собственно замедления и времени жизни нейтронов относительно поглощения при конечной энергии замедления:

$$\frac{\sum_a(E)}{\kappa_s} \sim \frac{t_0(E)}{\tau_a(E)},$$

поскольку $t_0(E) = \frac{2}{\upsilon\kappa_s}$; $\tau_a(E) = \frac{1}{\upsilon\sum_a(E)}$.

На рис. 8.9 приведены результаты наиболее тщательных измерений спектра нейтронов в различных средах. Как видно, с уменьшением энергии нейтронов, когда сечение поглощения увеличивается, возрастает и отклонение от фермиевского спектра $1/E$, устанавливающегося в среде без поглощения.

Влияние концентрации поглотителя на величину плотности потока нейтронов иллюстрирует рис. 8.9 б, на котором показана зависимость отношения плотности потока нейтронов Φ_a в поглощающей среде к плотности потока Φ_s в той же среде без поглощения от параметра $\sum_a/\kappa_s$ при различных

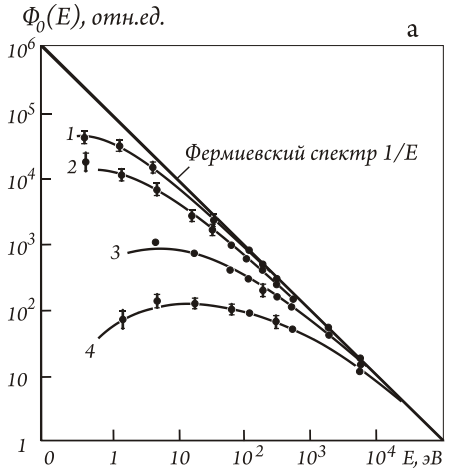


Рис. 8.9 а. *Энергетические спектры, нейтронов в поглощающих средах и в средах без поглощения (по В.Н.Аваеву).*
Экспериментальные данные сопоставлены с расчётами в спектральном приближении Грюлинга–Гертцеля:
1 — смесь полиэтилена, железа и бора;
2 — спектр в железе;
3, 4 — смесь полиэтилена и карбида бора в различных концентрациях

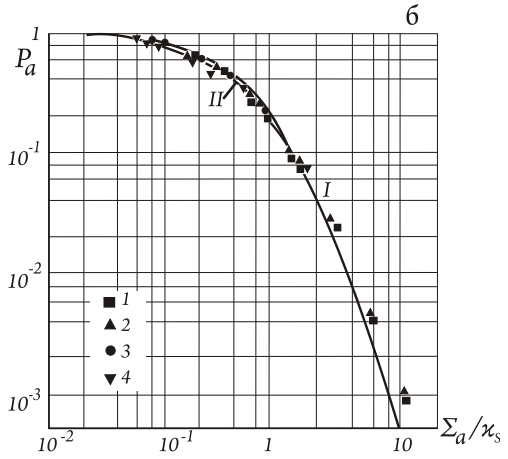


Рис. 8.9 б. *Уменьшение плотности потока нейтронов в веществах с поглощением по закону* $1/\upsilon$ *относительно плотности потока в тех же средах при чистом рассеянии* (*по В.Н.Аваеву).* Экспериментальные данные соответствуют измерениям в следующих средах:
1 — смесь железа с карбидом бора;
2 — смесь графита с бором; 3 — железо;
4 — смесь железа с полиэтиленом и карбидом бора. I — расчёт в спектральном приближении Грюлинга–Гертцеля;
II (1, 2, 3, 4) — расчёт в спектральном приближении Вигнера

энергиях нейтронов. Приближение Грюлинга–Гертцеля значительно лучше согласуется с экспериментальными данными. Некоторое расхождение расчётной кривой с экспериментальными точками в области сильных поглощений объясняется пространственной зависимостью плотности потока замедленных нейтронов. На малых расстояниях от источника энергетическое распределение нейтронов определяется спектром $\Phi_0(E)$, устанавливающимся в среде с равномерно распределёнными источниками. С увеличением поглощения пространственная зависимость функции пространственно-энергетического распределения нейтронов усиливается, что и приводит к отклонению измеренного спектра от пространственно-однородного.

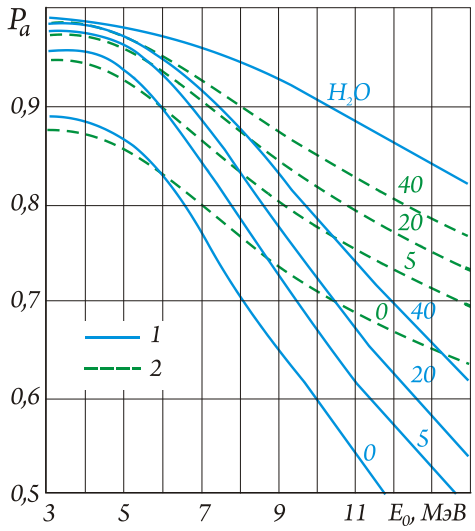


Рис. 8.10. *Вероятность избежать поглощения при замедлении в песчанике и известняке в зависимости от начальной энергии нейтронов* (E=0,1 эВ) [*по данным А.Крефта, с дополнениями*]. 1 — песчаник; 2 — известняк. Шифр кривых — объёмная водонасыщенность m в %

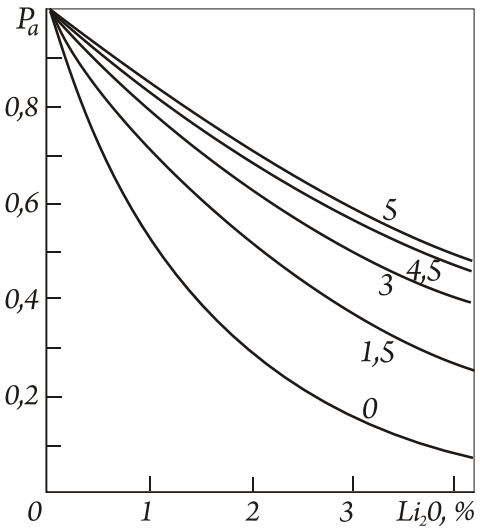


Рис. 8.11. *Зависимость вероятности избежать поглощения при замедлении от содержания окиси лития в пегматите* (*по Е.И.Крапивскому*). Шифр кривых — влажность пегматита в %. Источник Ро-Ве

Знание спектра замедленных нейтронов, не зависящего от координат (для равномерно распределённых источников), позволяет правильно описывать основные спектральные закономерности поля, образованного ло кализованным моноэнергетическим источником. Однако в случае локализованного источника происходит пространственное изменение спектра.

В горных породах при энергиях нейтронов $E > 3-4$ *МэВ* идут реакции с вылетом заряженных частиц, приводящие к поглощению нейтронов, поэтому с увеличением энергии нейтронов вероятность избежать поглощения в процессе замедления уменьшается и тем сильнее, чем меньше водородосодержание среды (рис. 8.10, 8.11). В области надтепловых энергий величина P_a возрастает при наличии поглотителей типа $1/\upsilon$. Но и в этом случае P_a тем меньше, чем меньше водородосодержание. Если в замедлителе присутствуют резонансные поглотители, величину $P_a(E)$ в приближении Вигнера можно преобразовать к виду, удобному для оценки влияния резонансного поглощения на энергетический спектр нейтронов.

Величина показателя экспоненты в выражении (8.92″) для вероятности избежать поглощения в процессе замедления

$$P_a(E_0, E) = h_0 e^{-\chi(E)} \tag{8.95}$$

определяется не только величиной, но и характером энергетической зависимости макроскопического сечения поглощения и замедляющей способности среды:

$$\chi(E) = \int_{E_0}^{E} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_s(E') + \Sigma_a(E')} \frac{dE'}{E'\xi(E')}.$$

Возраст нейтронов полиэнергетического источника

Плотность потока $\Phi_0^*(r, E)$ нейтронов с энергией E, регистрируемая на расстоянии r от полиэнергетического источника со спектром $g(E_0)$, определяется выражением (8.62). Пользуясь определениями (8.55) и (8.62), можно показать, что в общем случае:

$$\tau_s^*(E) = \frac{1}{P_a^*(E)} \int g(E_0) P_a(E_0, E) \tau_s(E_0, E) dE_0; \quad E = E_r, \tag{8.96}$$

где $\tau_s(E_0, E)$ — полный возраст нейтронов моноэнергетического источника с энергией E_0; $P_a(E_0, E)$ — вероятность избежать поглощения при замедлении до энергии E нейтронов с начальной энергией E_0; $P_a^*(E)$ — то же для нейтронов полиэнергетического источника $(8.92')$.

Если поглощением нейтронов в интервале замедления или, по крайней мере, в области определения спектра источника можно пренебречь, то спектр замедленных нейтронов не зависит от начальной энергии.

Тогда $\Phi_0(E_0, E) = \Phi_0(E)$, и выражение (8.96) упрощается:

$$\tau_s^*(E) = \int_0^{\infty} g(E) \tau_s(E_0, E) dE_0 = L_s^2(E)^*. \tag{8.96'}$$

Возрасты нейтронов $\tau_A^*(E)$ и $\tau_B^*(E)$ с соответствующими спектрами «А» и «В» связаны соотношением:

$$\tau_A^*(E) = \left(\tau_B^* - \tau_B^0\right) K^{AB} + \tau_A^0(E), \tag{8.96″}$$

где τ_{AB}^0 — возрасты для нижних границ спектров «*A*» и «*B*», K^{AB} — средние энергии этих спектров:

$$K^{AB} = \frac{< E_0 > A}{< E_0 > B}, < E_0 >_{AB} = \int\limits_{(E_0)} g_{A.B}\left(E_0\right) E_0 \, dE_0$$

Спектральные весовые функции основных полиэнергетических источников (*Po-Be, Po-B, Ra-Be, Pu-Be, Ac-Be,* ^{252}Cf, спектр деления ^{235}U) известны [НХ].

На рис. 8.12 приведены зависимости длин замедления полиэнергетических источников от водонасыщенной пористости для известняка.

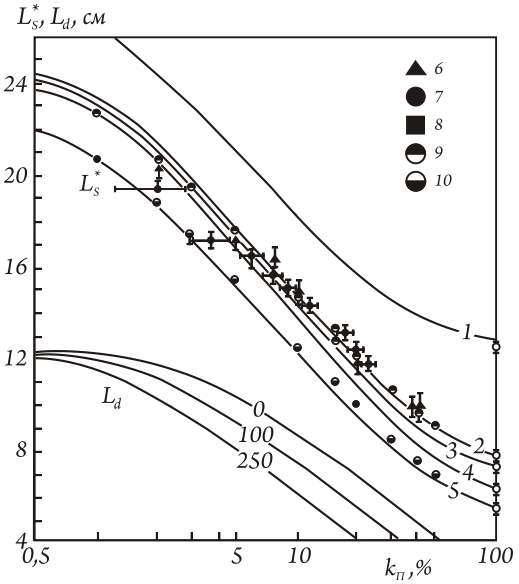


Рис. 8.12. *Длина замедления нейтронов с энергией 1,46 эВ различных нейтронных источников и длина диффузии тепловых нейтронов как функция водонасыщенной пористости чистого известняка (кальцита).*

Расчётные зависимости для источников соответственно: 1 — D,T;
2 — Po-Be (Pu-Be);
3 — Ra-Be;
4 — Po-B;
5 — спонтанного деления ^{252}Cf;
6 — расчёт методом Монте–Карло для источника Po-Be (*Ф.Х. Еникеева, Б.К. Журавлев*);
7 — эксперимент Д.А. Кожевникова, Н.Н. Марьенко и др.; 8 — данные В.В. Миллера и В.А. Барышева; многогрупповой расчёт А.Крефта: 9 — Po-Be; 10 — ^{252}Cf. Длина диффузии приведена для воды с минерализацией 0, 100 и 250 г *NaCl*/литр раствора

8.6. *Кинетика замедления нейтронов*

С разработкой компактных нестационарных источников — импульсных и модулированных генераторов нейтронов с большим выходом — нестационарные нейтронные поля стали «инструментом» исследования состава и свойств вещества не только в ядерной геофизике, но и во многих других областях науки и техники. Возможности использования наносекундной измерительной аппаратуры, потребности спектрометрии нейтронов по времени замедления (а также измерения реактивности и других критических параметров реакторных систем, проблема получения холодных нейтронов) — всё это сделало энергетически-временное распределение нейтронов в веществе объектом интенсивного экспериментального и теоретического изучения.

С использованием генераторов нейтронов реализованы, в частности, импульсный метод количественного определения урана в горных породах, основанный на измерении временного распределения мгновенных нейтронов деления в надтепловой части спектра, а также спектрально-резонансный анализ горных пород по времени замедления нейтронов. Для интерпретации результатов измерений с импульсным генератором необходимо знать физические закономерности кинетики замедления нейтронов.

Пространственно-энергетически-временное распределение $\psi_0(r,E,t)$ нейтронов, инжектированных в бесконечно однородную среду точечным импульсным источником, приближенно можно представить в следующей мультипликативной форме:

$$\psi_0(r,E,t) \approx \psi_0(r,E)\psi_0(t,E), \qquad (8.97)$$

где $\psi_0(r,E)$ — пространственно-энергетическое распределение нейтронов точечного стационарного источника, а $\psi_0(t,E)$ — энергетически-временное распределение нейтронов от импульсных источников, равномерно заполняющих всё пространство.

Факт строго формального разделения переменных (пространственных координат и времени) в представлении для $\psi_0(r,E,t)$, вообще говоря, не имеет места. Если бы равенство выполнялось строго, то величина $t_s(r,E)$ полного времени замедления нейтронов до заданной энергии E на заданном расстоянии r не зависела бы от пространственной переменной. Аналогично возраст нейтронов $\tau_s(t,E)$, замедлившихся до энергии E за время t, в этом случае не зависел бы от величины t.

В действительности, зависимости $t_s(r)$ и $\tau_s(t)$ существуют, но оси настолько слабы, что корреляцией между пространственно-энергетическим $\psi_0(r,E)$ и энергетически-временным $\psi_0(t,E)$ распределением можно пренебречь. Специальные расчёты по методу Монте–Карло, проведённые для сред с различным водородосодержанием, подтверждают возможность использования приближенного соотношения (8.97) при всех временах, представляющих практический интерес.

Поскольку основные закономерности пространственно-энергетического распределения нейтронов стационарных источников рассмотрены выше,

перейдём к анализу энергетически-временного распределения нейтронов в случае импульсного источника.

Для вещества произвольного состава и сечений взаимодействия, изменяющихся с энергией нейтронов, временное распределение замедленных нейтронов описывается гамма-распределением с плотностью:

$$\psi_0(t,u) = \psi_0(u)\,\alpha\frac{(\alpha t)^{\kappa} e^{-\alpha t}}{\Gamma(\kappa+1)}. \qquad (8.98)$$

Параметры этого распределения $\alpha \equiv \alpha(u)$ и $\kappa \equiv \kappa(u)$ определяются интегральными характеристиками кинетики замедления — полным временем замедления $t_s(u)$ и дисперсией импульса $D\left[t(u)\right]$:

$$\alpha(u) = \frac{t_s(u)}{D[t(u)]};$$

$$\kappa(u) = \frac{t_s(u)^2}{D[t(u)]} - 1. \qquad (8.99)$$

Эти параметры можно вычислять в различных спектральных приближениях. Выражение (8.98) справедливо при практически неограничительном условии $t >> \tau_0(\kappa+1)$ в силу малости $\tau_0 = \lambda_0/\upsilon_0$. При малом водородосодержании $\kappa >> 1$, $t_S(u) >> \alpha^{-1}(u)$, поэтому $t_{\max}(u) \cong t_s(u)$ и гамма-распределение переходит нормальное:

$$\psi_0(t,u) = \psi_0(u)\frac{\exp\left[-\dfrac{\left(t - t_s(u)\right)^2}{2D\left[t(u)\right]}\right]}{\sqrt{2\pi D\left[t(u)\right]}}. \qquad (8.100)$$

Изменение концентрации поглотителей влияет, главным образом, на амплитуду импульса замедленных нейтронов.

В спектральном приближении Грюлинга–Гертцеля плотность столкновений $\psi_0(t,u)$ замедленных нейтронов от импульсного источника в поглощающей среде произвольного состава с постоянными сечениями взаимодействия определяется выражением:

$$\psi_0(t,u) = \psi_0(u)\frac{(\beta\theta)^{\nu} e^{-\beta\theta}}{\tau(u)\,\Gamma(\kappa+1)}; \quad \theta = t/\tau(u), \qquad (8.101)$$

где $$\beta = g + h\frac{\xi}{\gamma}, \quad \nu = \frac{2h\xi}{\beta\gamma^2}\ , \tag{8.101'}$$

$\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера. При отсутствии поглощения $g = 0$, откуда вытекают результаты, полученные В.Ф. Захарченко и Ж. Коппелем. Результат спектрального приближения Вигнера получается из выражения (8.101), как частный случай при $\xi = \gamma$, когда $\beta = 1$, $\kappa = 2h/\xi$ (этот результат впервые получен И.Г. Дядькиным). В общем виде результат (8.98) получен Д.А. Кожевниковым.

Распределение (8.98) достигает максимума по истечении промежутка времени $t_0(u)$, называемого временем собственно замедления.

Приближение Вигнера правильно определяет положение максимума временного распределения и удовлетворительно описывает увеличение плотности потока замедленных нейтронов при малых временах. Однако, при временах, превышающих время собственного замедления $t_0(u)$, приближение Вигнера не согласуется с имеющимися экспериментальными данными, предсказывая значительно более сильное затухание импульса замедленных нейтронов в среде, чем это бывает в действительности. Причиной такого расхождения является неучёт влияния неасимптотических отклонений функции Плачека.

Энергетически-временное распределение нейтронов практически не зависит от начальной энергии нейтронов и определяется характеристиками взаимодействия их со средой при фиксированной конечной энергии. Влияние неупругого рассеяния проявляется в уменьшении времени замедления и увеличении дисперсии импульса замедленных нейтронов. Но это влияние настолько слабо, что им практически можно пренебречь. Это значит, что энергетический спектр источника и неупругое рассеяние фактически не влияют на временное распределение замедленных нейтронов.

На рис. 8.13 сопоставлены временные распределения плотности замедления $q_0(t)$ нейтронов в кварцевом песчанике различной водонасыщенности, вычисленные методом Монте–Карло[6] с учётом энергетических зависимостей

[6] Рассчитано Пшеничником А.И. и Лухминским Б.Е.

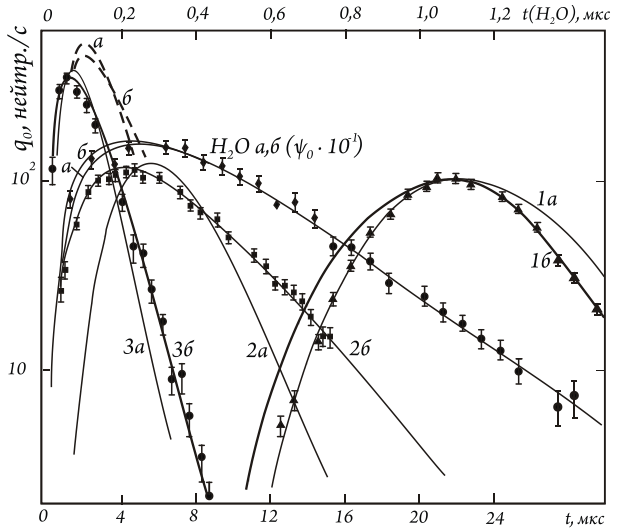


Рис. 8.13. *Зависимость плотности замедления от времени для нейтронов с энергией 5 эВ* (импульсный источник E_0=14 *МэВ*) *для воды* (верхняя шкала) *и кварцевого песчаника* с m=0 (1), с m=5% (2), с m=20% (3).
Сопоставление результатов расчётов в спектральных приближениях Вигнера (**а**) и Грюлинга–Гертцеля (**б**) с данными матмоделирования по методу Монте–Карло (точки). Пунктирные кривые соответствуют плотности столкновений

сечений взаимодействия, а также в спектральных приближениях Вигнера и Грюлинга–Гертцеля.

Поскольку методом Монте–Карло вычисляется не плотность потока замедленных нейтронов, а функционал от него — плотность замедления, временные распределения на рис. 8.13 сравниваются в терминах плотности замедления. Рисунок иллюстрирует существенное различие временных распределений плотности замедления и плотности столкновений.

Аналитический расчёт в спектральном приближении Грюлинга–Гертцеля хорошо согласуется с результатами численных расчётов, тогда как приближение Вигнера даёт удовлетворительный результат лишь в случае воды (напомним, что для чистого водорода оно совпадает с точным решением).

Для воды распределение асимметрично, при отсутствии водорода, в соответствии с (8.100), оно имеет форму гауссоиды. То обстоятельство, что формулы, по которым производился аналитический расчёт, получены в приближении постоянных сечений, а данные математического моделирования относятся к переменным сечениям, нисколько не ухудшает согласия теории

с экспериментом. Это объясняется определяющим влиянием на временное распределение заключительной стадии процесса замедления, на которой сечения взаимодействия изменяются с энергией нейтронов сравнительно слабо.

Одной из интересных особенностей кинетики замедления нейтронов является эффект так называемой «фокусировки» по энергии (более точно — монохроматизации спектра) в процессе замедления, поскольку дисперсия $D\left[E(t)\right]$ энергетического распределения нейтронов со временем изменяется по закону $D[E(t)] \sim \xi t^{-4}$, т.е. резко уменьшается со временем. В каждый фиксированный момент дисперсия тем меньше, чем меньше среднее изменение летаргии нейтронов в среде. Эта закономерность, наиболее сильно проявляющаяся в тяжёлых средах, существенно используется в спектрометрах по времени замедления нейтронов и в спектрально-резонансном анализе вещества.

8.7. *Время замедления нейтронов и его дисперсия*

Время замедления нейтронов и его дисперсия — важнейшие характеристики процесса нестационарного замедления нейтронов в веществе.

Полное время замедления нейтронов $t_s(u)$ определяется следующим образом:

$$t_s(u) = \int_0^\infty t\Phi_0(t,u)\,dt \Big/ \int_0^\infty \Phi_0(t,u)\,dt ,$$

$\Phi_0(t,u)$ — энергетически-временное распределение замедленных нейтронов от начального импульса высокой энергии, инжектированного в среду.

Выражение для времени замедления имеет следующий вид:

$$t_s(u) = \tau(0) + t_0(u) + \tau(u)/\beta . \qquad (8.102)$$

Все три слагаемых в этой формуле имеют ясный физический смысл. Первый член $\tau(0)$ — есть время свободного пробега при начальной энергии ($u = 0$) до первого столкновения в среде, которым начинается процесс замедления. Величина τ/β соответствует промежутку времени, в течение которого нейтрон, сохраняя заданное значение конечной энергии, движется в среде, пока последующее столкновение не выведет его из рассматриваемого энергетического интервала.

Величина $$t_0(u)=\frac{1}{2}\int_0^u \frac{\nu}{\beta}\tau(u')\,du' \qquad (8.103)$$

определяет время собственно замедления.

Интеграл в (8.103) может быть вычислен аналитически. Это возможно благодаря экспоненциальному росту с летаргией времени свободного пробега

$$\tau(u)=\frac{\lambda(u)}{\upsilon_0}e^{u/2},$$

вследствие чего основной вклад в величину интеграла даёт окрестность верхнего предела. Поэтому все функции, слабо изменяющиеся с летаргией (по сравнению с экспонентой), могут быть вынесены за знак интеграла со значением в верхнем пределе:

$$t_0(u)=\frac{\nu}{\beta}\tau(u)\left[1+0\left(e^{-u/2}\right)\right], \qquad (8.103')$$

так что $$t_s=\frac{\nu+1}{\beta}\tau(u). \qquad (8.104)$$

Среды, для которых $\xi(u)<<1$ (исключение составляют среды с высоким водородосодержанием), характеризуются совпадением полного времени замедления с временем собственно замедления. Рис. 8.14 иллюстрирует высокую точность, с которой расчётные значения времени собственно замедления согласуются с экспериментально измеренными величинами (по данным многих исследователей).

Из выражения (8.103′) вытекает, что время замедления при $u>>1$ зависит лишь от конечной энергии нейтронов, следовательно, временное распределение замедленных нейтронов определяется заключительной стадией процесса замедления и позволяет получать полезную информацию о взаимодействии с веществом не только надтепловых, но и тепловых нейтронов.

Хотя в области тепловых энергий расчёты с использованием формулы (8.104) для среднего изменения летаргии ξ неправомерны[7], в случае воды расчётные значения $t_0(E)$ хорошо согласуются с экспериментальными дан-

[7] В связи с тем, что неправомерно распространение закона рассеяния надтепловых нейтронов в область тепловых энергий.

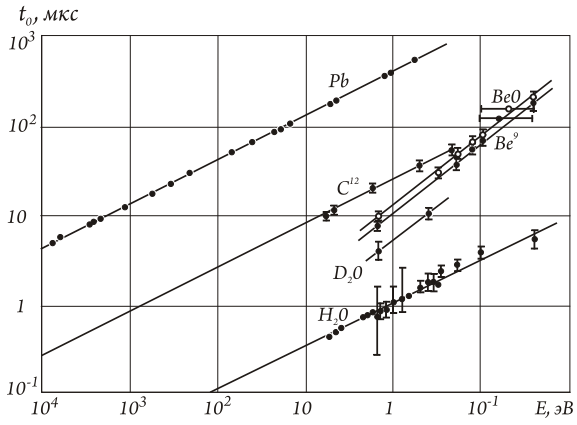


Рис. 8.14. *Зависимость времени собственно замедления от энергии нейтронов в некоторых веществах*. Сводка экспериментальных данных различных исследователей:
^{12}C— Ж. Коппеля и др., А. Такахаши и К. Сумиты;
Pb — А.И. Исакова (ФИАН); H_2O — М. Крауха, Дж. Де Юрена, А. Накаямы, А. Шуклы и А. Волтнера, Е. Мёллера и Н. Шостранда;
^{9}Be и BeO — И.Ф. Жежеруна (ИАЭ)

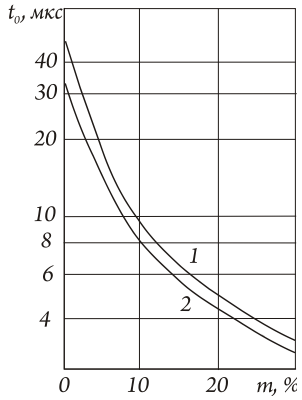


Рис. 8.15. *Зависимости времён замедления нейтронов до энерги индиевого резонанса* (1,46 эВ) *в песчанике* (**1**) *и известняке* (**2**) *от водонасыщенной пористости m* (*по Д.А. Кожевникову*)

ными. Таким образом, величина замедляющей способности воды не изменяется при переходе от надтепловых энергий к тепловым.

На рис. 8.15 приведена зависимость от водородосодержания времени замедления надтепловых нейтронов в песчанике и известняке.

В приближении Грюлинга–Гертцеля дисперсия времени замедления определяется выражением:

$$D\left[t(u)\right] = \tau^2(0) + \int_0^u \frac{\nu}{\beta^2}\tau^2(u')\,du' + \frac{\tau^2(u)}{\beta^2}. \qquad (8.105)$$

Вычисляя выступающий интеграл аналогично (8.103), и пренебрегая очень малой поправкой за первый пробег, находим:

$$D\left[t(u)\right] = \frac{\nu+1}{\beta^2}\tau^2(u). \qquad (8.105')$$

Времена замедления, вычисленные в приближениях Вигнера и Грюлинга–Гертцеля, отличаются не более чем на 15%. В тех же приближениях величины дисперсий различаются более чем в два раза, причём они изменяются качественно различно при изменении водородосодержания замедлителя (рис. 8.16). Величина дисперсии в приближении Вигнера монотонно убыва-

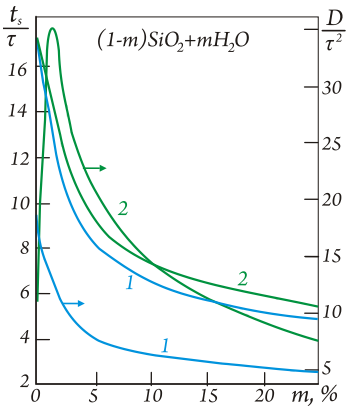


Рис. 8.16. *Время замедления нейтронов* (в единицах τ) *и его дисперсия* (в единицах τ^2) *как функция водонасыщенной пористости кварцевого песчаника;* где τ — время свободного пробега при конечной энергии.
Результаты расчётов в приближениях Вигнера (**1**) и Грюлинга–Гертцеля (**2**)

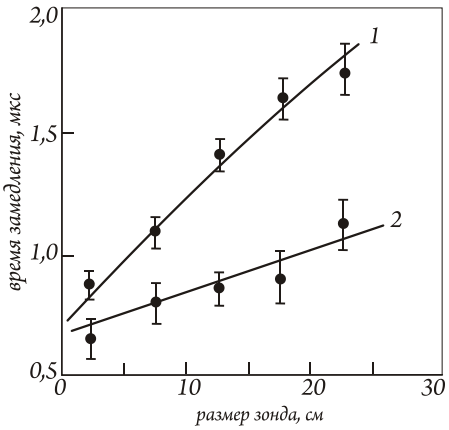


Рис. 8.17. *Время замедления нейтронов до энергии 5 эВ в зависимости от размера зонда в заполненной водой необсаженной скважине диаметром 160 см.*
Пласт кварцевого песчаника m=0 (1) и *m*=5% (2); диаметр прибора 100 *мм* (*по данным А.И.Пшеничнюка;* расчёт методом Монте–Карло)

ет с ростом m, а в приближении Грюлинга–Гертцеля сначала растёт и достигает максимума при $m \approx 0{,}03\%$, после чего убывает, сохраняя заметное различие с вигнеровским значением во всём диапазоне $m \leq 40\%$ (это различие обусловлено неасимптотическим поведением функции Плачека). Таким образом, при количественных оценках нестационарного замедления нейтронов в горных породах приближением Вигнера пользоваться нельзя.

Поскольку время замедления определяется конечной энергией нейтронов, при которой определяющим является взаимодействие с водородом (упругое рассеяние), оно в однородных средах сильно зависит от водородосодержания и слабо — от минерального состава матрицы. В системе скважина–пласт (рис. 8.17) дополнительно необходимо учитывать наличие водорода в скважине, а при изучении реального коллектора — также наличие остаточной водонефтенасыщенности, химически и кристаллизационно связанного водорода в матрице и цементе (нижняя граница пористости превышает величину полной водоудерживающей способности коллектора).

8.8. *Закономерности замедления нейтронов в однородных средах*

С увеличением энергии нейтронов величина полного сечения взаимодействия, как правило, уменьшается (длина свободного пробега увеличивается), поэтому расстояния, на которые нейтроны удаляются от источника в процессе замедления, определяются преимущественно первыми столкновениями, пока ещё энергия нейтронов достаточно велика, и они имеют бóльшую длину свободного пробега. В последующих столкновениях смещение становится всё меньше и меньше. Поскольку сечение рассеяния нейтронов на ядрах водорода особенно сильно зависит от энергии нейтронов, в водородсодержащих веществах плотность столкновений нейтронов при энергиях, близких к начальной, определяется в основном эффектами взаимодействия с более тяжёлыми ядрами. При меньших энергиях становится существенным рассеяние на ядрах водорода. Это объясняется, помимо характера энергетической зависимости сечений, также тем, что первые столкновения с протонами приводят к равномерному распределению нейтронов по энергии практически вплоть до нуля (тепловое движение ядер здесь можно не учитывать).

Напротив, первые столкновения с тяжёлыми ядрами вызывают относительно малые изменения энергии нейтронов и, следовательно, влияют на их пространственное распределение, главным образом, вследствие неупругого рассеяния лишь при энергии, близкой к начальной.

Таким образом, при использовании нейтронных источников с «жёсткими» спектрами коэффициент дифференциации показаний по водородосодержанию будет меньше, чем при использовании источников с «мягкими» спектрами типа ^{252}Cf или *Po-B*. Для последних выигрыш в чувствительности к изменению водородосодержания достигается как в однородных средах, так и в системе скважина–пласт.

Наиболее общей физической закономерностью кинетики замедления нейтронов является свойство мультипликатности распределения (8.97). Впервые это свойство было отмечено М.В. Казарновским для тяжёлого моноэлементного замедлителя. Можно показать, что мультипликативность строго выполняется для сред произвольного состава в границах применимости воз-

растного приближения, т.е. для практически интересных расстояний — для сред с малым водородосодержанием. На больших расстояниях в средах с высоким водородосодержанием стационарное пространственно-энергетическое распределение нейтронов определяется первыми пробегами — начальным этапом замедления. Временное распределение замедленных нейтронов определяется заключительным этапом замедления (время свободного пробега растёт с уменьшением энергии нейтронов), поэтому можно полагать, что в общем случае нестационарного режима пространственное и временное распределения формируются независимо (после некоторого числа столкновений) и в средах с высоким водородосодержанием. В этом случае область применимости (8.97) должна быть достаточно широкой для практического использования свойства мультипликативности. Результаты расчётов по методу Монте–Карло для сред различного состава (В.А. Велижанин) полностью подтвердили этот вывод.

По характеру спектров нейтронов, формирующихся в процессе замедления в различных средах, последние можно разделить на три группы:

1) среды с высоким водородосодержанием;
2) «резонансные» замедлители — среды, характеризующиеся резонансной структурой сечений взаимодействия;
3) «тяжёлые» замедлители — среды с высоким содержанием тяжёлых элементов, для которых основным механизмом замедления нейтронов является неупругое рассеяние.

В средах с высоким водородосодержанием спектр нейтронов определяется свойствами водорода. Сечение рассеяния нейтронов на водороде быстро растёт с уменьшением энергии нейтронов, причём в одном столкновении нейтрон теряет, в среднем, половину своей энергии. В связи с этим на большие расстояния от источника могут проникнуть только нейтроны с относительно высокой энергией и малым сечением взаимодействия (велика длина свободного пробега). Это значит, что с увеличением расстояния спектр замедленных нейтронов обогащается нейтронами со всё более высокой энергией, т.е. становится более жёстким.

Если источник нейтронов полиэнергетический, то вклад различных участков его спектра в результирующую плотность потока нейтронов сильно изменяется с увеличением расстояния от источника: на малых расстояниях основной вклад даёт «мягкая» часть спектра, а на больших — «жёсткая» часть спектра. Иными словами, с точки зрения пространственного распределения нейтронов, на больших расстояниях полиэнергетический источник как бы вырождается в жёсткий моноэнергетический (средняя энергия спектра «источника» с расстоянием растёт, а дисперсия уменьшается).

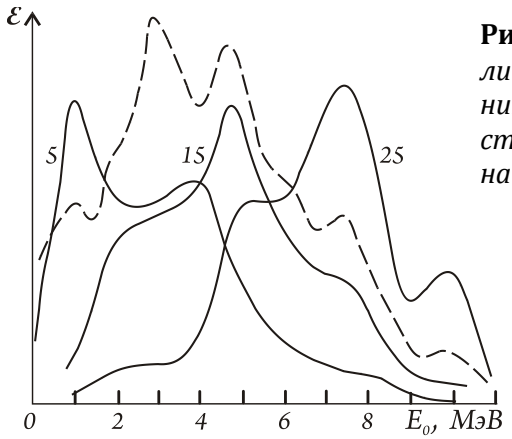


Рис. 8.18. *Относительный вклад ε различных участков спектра Ро-Ве–источника в результирующую плотность столкновений индиевых нейтронов в воде на различных расстояниях от источника.*

Спектр источника показан пунктиром. Шифр кривых — расстояние от источника, см (*по Д.А. Кожевникову*)

В этом заключается *спектральный эффект полиэнергетического источника* (рис. 8.18). Этот эффект тесно связан с зависимостью сечения рассеяния от энергии нейтронов (можно сказать, порождается этой зависимостью) и наиболее заметно проявляется в водородсодержащих средах (особенно, в средах с высоким водородосодержанием), будучи характерным для любых сред, поскольку зависимость сечения рассеяния от энергии нейтронов наблюдается практически во всех средах.

В «*резонансном*» замедлителе в спектре нейтронов чётко проявляется резонансная структура полного сечения, причём амплитуда нерегулярностей спектра заметно увеличивается с расстоянием (рис. 8.19 а). В интервале энергий $0{,}5 \le E \le 1$ *МэВ* наблюдается некоторое ужестчение спектра, а при $E \le 0{,}5$ *МэВ* (сечения слабо зависят от энергии) спектр нейтронов подчиняется закону $1/E$.

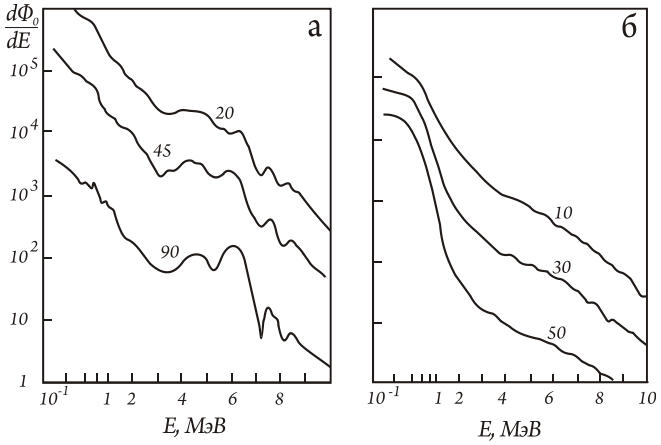


Рис. 8.19 а, **б**. *Энергетические спектры нейтронов в «резонансном» замедлителе — графите* (**а**) *и в «тяжёлом» замедлителе — титане* (**б**). Шифр кривых — расстояние от источника нейтронов, *см* (*по А.П. Весёлкину, Ю.А. Егорову и др.*)

В «*тяжёлом*» замедлителе при энергиях, превышающих порог неупругого рассеяния E^*, основной механизм замедления — неупругое рассеяние, причём сечение этого процесса слабо зависит от энергии при $E > 3$ *МэВ*, но быстро убывает с уменьшением энергии нейтронов. В связи с этим, на большие расстояния от источника могут проникать только нейтроны с $E < E^*$, т.е. с увеличением расстояния происходит смягчение спектра (рис. 8.19 б).

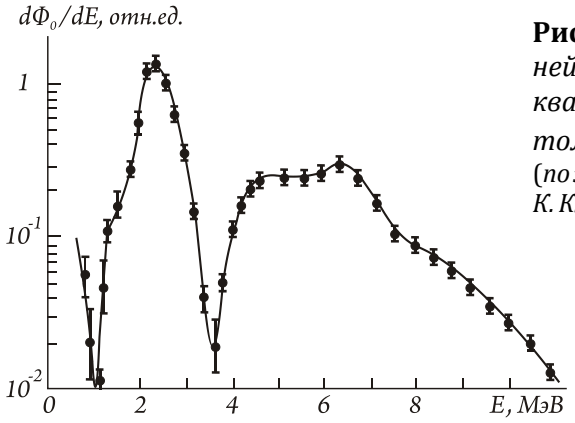


Рис. 8.20. *Энергетический спектр нейтронов, прошедших слой кварцевого песчаника массовой толщиной 90 г/см* ^{2} (*по экспериментальным данным К. Клиффорда*)

Горные породы относятся преимущественно к «резонансным» замедлителям. Для горных пород и природных сред в целом характерны высокие содержания ядер кислорода, поскольку основные породообразующие минералы входят в них, как правило, в виде окислов. Поэтому резонансная структура энергетической зависимости сечения рассеяния нейтронов на кислороде (рис. 8.20) определяет характер изменения спектра быстрых нейтронов при прохождении их через горные породы, и проявляется очень ярко.

Присутствие ядер водорода обусловливает ужестчение спектра при сохранении его резонансной структуры, причём оба эффекта усиливаются с увеличением расстояния от источника.

Спектр замедленных нейтронов полиэнергетического источника сохраняет «отпечаток» первичного спектра источника.

При простой форме энергетического спектра источника (например, спектр спонтанного деления ^{252}Cf) резонансная структура сечения кислорода проявляется в спектре замедления наиболее отчётливо.

Если спектр источника имеет сложную форму (источники типа *Po-Be, Pu-Be, Ra-Be*), то тонкая структура спектра, обусловленная резонансным рассеянием, «маскируется» нерегулярностями первичного спектра.

Вследствие определяющей роли кислорода спектр быстрых нейтронов в горных породах не является характеристическим.

Нейтронная спектрометрия горных пород с целью количественного определения концентрации резонансных поглотителей требует применения методики резонансных фильтров, нейтронных спектрометров с достаточно высоким разрешением (определяемым шириной основного резонанса поглощения) либо использования эффекта «фокусировки» нейтронного импульса.

Ещё одной практически важной закономерностью является свойство *спектрального подобия* пространственных распределений надтепловых и тепловых нейтронов от полиэнергетических источников с различными спектрами.

Выше было показано, что вторые пространственные моменты функций распределения надтепловых и тепловых нейтронов связаны со *спектральными модулями* полиэнергетических источников. Это позволяет по результатам эксперимента (или теоретического расчёта) для некоторого конкретного спектра вычислить аналогичные нейтронные характеристики для нейтронных полей, образованных источниками с отличными спектрами. Следовательно, должна существовать определённая связь непосредственно между самими пространственными распределениями.

Возраст $\tau_A^*(E)$ нейтронов источника со спектром «*A*» связан с возрастом $\tau_B^*(E)$ нейтронов источника со спектром «*B*» соотношением, вытекающим из (8.96″):

$$\tau_A^*(E) = K_\tau^{AB}(E)\,\tau_B^*(E) \qquad (8.106)$$

(такое же соотношение справедливо для площадей миграции тепловых нейтронов).

Пространственное распределение нейтронов полиэнергетических источников в различных средах можно описать *одногрупповым диффузионным приближением*, которое справедливо в практически важной пространственной области — на средних и больших расстояниях от источника (но неприменимо на малых расстояниях, в области применимости возрастного приближения). Подставив соотношение (8.106) в (8.67), получим:

$$\Phi_A^*(r,E) = \left[K_\tau^{AB}(E)\right]^{-3/2} \Phi_B^*\left[r\sqrt{K_\tau^{AB}(E)}\right]. \qquad (8.107)$$

Аналогичное соотношение устанавливается также в рамках *возрастного приближения*, справедливого на малых расстояниях (если пренебречь незначительным отличием возрастных модулей, определяемых по фермиевскому и полному возрасту нейтронов). Следовательно, соотношение (8.107) можно считать справедливым на всех расстояниях от источника.

Таким образом, существует весьма простое преобразование подобия, позволяющее параллельным переносом оси ординат (логарифмическая шкала) и сжатием или растяжением оси абсцисс (линейная шкала) преобразовать кривую пространственного распределения нейтронов источника со спектром «*A*» в кривую пространственного распределения нейтронов источника со спектром «*B*» (и обратно).

На рис. 8.21 (а) приведены полученные экспериментально пространственные распределения нейтронов с энергией индиевого резонанса (1,46 эВ) для полиэнергетических источников с различными спектрами: (α, n)–источников *Po-Be* и *Ra-Be*, фотонейтронного *Sb-Be* и источника со спектром деления U^{235}.

Правило *спектрального подобия* справедливо для *однородного* замедлителя произвольного состава. Оно справедливо также для *неоднородной*

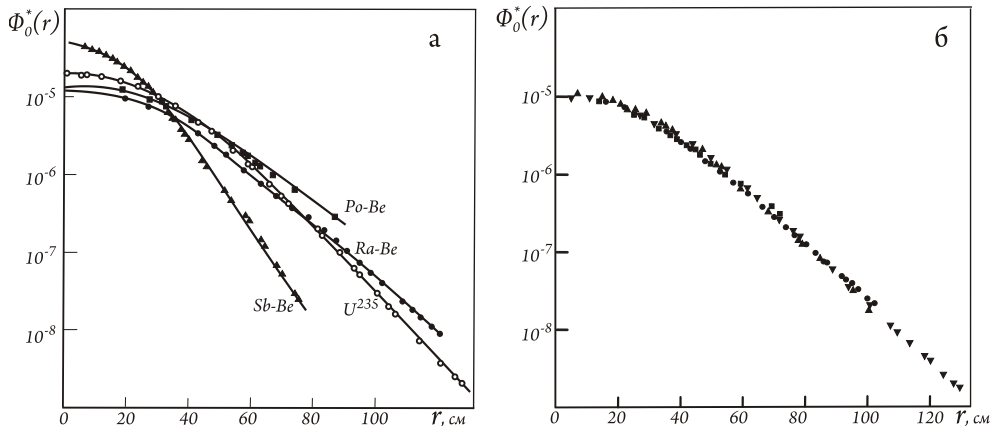


Рис. 8.21 а, б. *Иллюстрация «спектрального подобия» пространственных распределений надтепловых нейтронов в графите:*

а) для различных полиэнергетических источников; **б**) те же распределения, пересчитанные на спектр Ra-Be–источника (*по Д.А. Кожевникову*)

среды, составленной из *различных* замедлителей с высоким водородосодержанием, независимо от величины расстояний между границами раздела (в этом случае возрастной модуль совпадает со спектральным и является общим коэффициентом подобия).

8.9. *Диффузия тепловых нейтронов*

Процесс переноса нейтронов можно считать состоящим из этапов замедления, диффузии и переходного этапа — термализации.

На этапе термализации решающую роль играет неупругое молекулярное рассеяние, а также неупругое взаимодействие нейтронов с кристаллической решёткой, в результате которых нейтроны как теряют, так и приобретают энергию, причём обмен энергией определяется не только массой атомов и молекул, сечением взаимодействия, но также температурой среды и типом химической связи.

При слабом поглощении распределение тепловых нейтронов является результатом большого числа рассеяний. Обмен энергией между нейтронами и атомами замедлителя приводит систему нейтронный газ-атомы вещества в состояние термодинамического равновесия, при котором спектр нейтронов $f(E,T)$ описывается распределением Максвелла–Больцмана $M(E,T_n)$:

$$f(E) \equiv M(E, T_n) = \frac{E}{(kT_n)^2} e^{-E/kT_n}, \qquad (8.108)$$

с наиболее вероятной энергией

$$\overline{E} = kT_n, \qquad (8.108')$$

где T_n — эффективная температура спектра тепловых нейтронов («температура нейтронов»); k — постоянная Больцмана.

Распределение (8.108) применимо для описания энергетического спектра атомов (молекул) вещества, которое находится в газообразном состоянии. В этом случае T_n совпадает с термодинамической температурой среды. Для замедлителей в твёрдом или жидком состоянии можно использовать две модели твёрдого тела, предложенные Эйнштейном и Дебаем для расчёта удельной теплоёмкости. В этих моделях распределение молекул по энергиям максвелловское, однако, соответствующие температуры не совпадают с обычной термодинамической температурой T. Различие температур является следствием квантово-механического эффекта, обусловленного дискретным спектром энергии; гармонических осцилляции молекул. Для типов связи, отличных от тех, которые подчиняются закону Гука, распределение молекул по энергии отличается от максвелловского, однако при высоких температурах величина T_n совпадает с T независимо от природы сил связи, а энергетический спектр подчиняется закону Максвелла.

Разновесный спектр нейтронов достигается в средах со слабым поглощением, в которых время жизни тепловых нейтронов больше времени термализации. Если время жизни тепловых нейтронов меньше времени термализации, замедленные нейтроны поглощаются, не достигнув равновесного состояния, и температура нейтронов превышает температуру замедлителя.

При слабом поглощении спектр тепловых нейтронов практически не зависит от расстояния до источника с фермиевским спектром, и в любой точке однородной среды может быть описан спектром $M(E, T_n)$ в бесконечной среде с равномерно распределёнными источниками.

Иными словами, для плотности потока тепловых нейтронов должно выполняться мультипликативное представление:

$$\Phi(\mathbf{x}) \equiv \Phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\omega}; T) = \phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, t; T)\, M(E, T_n) \qquad (8.109)$$

Рассмотрим уравнение переноса для тепловых нейтронов:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\upsilon}\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\mathbf{x})+\boldsymbol{\omega}\nabla\Phi(\mathbf{x})+\Sigma_a(E,T)\Phi(\mathbf{x})=\\&=\iint\Phi(\mathbf{r},E',\boldsymbol{\omega}',t)W(E',\boldsymbol{\omega}'\mid E,\boldsymbol{\omega};T)\,dE'\,d\boldsymbol{\omega}'-\ ,\\&-\iint\Phi(\mathbf{x})W(E',\boldsymbol{\omega}'\mid E,\boldsymbol{\omega};T)\,dE'd\boldsymbol{\omega}'+Q(\mathbf{x})\end{aligned}\qquad(8.110)$$

где $Q(\mathbf{x})$ — распределение источников тепловых нейтронов.

В этом уравнении интегрирование по энергии ведётся от нуля до E, где E — «граничная» энергия, отделяющая область замедления от области термализации; $\sum_a(E,T)$ — макроскопическое сечение поглощения:

$$\sum_a(E,T)=\frac{\sigma(T)}{\sigma_0}\sum_M n_M(T_0)\,\sigma_{aM}(E,T)$$

суммирование проводится по всем элементам смеси; $\sigma_0=\sigma(T_0)$; $T_0=293^\circ C$; $W(E',\boldsymbol{\omega}'\mid E,\boldsymbol{\omega};T)$ — индикатриса рассеяния тепловых нейтронов

$$W(E',\boldsymbol{\omega}'|E,\boldsymbol{\omega};T)=\frac{\sigma(T)}{\sigma_0}\sum_M n_M(T_0)\,\sigma_{sM}(E,T)W_M(E',\boldsymbol{\omega}'|E,\boldsymbol{\omega};T)\,,$$

нормированная условием:

$$\iint W(E',\boldsymbol{\omega}'\mid E,\boldsymbol{\omega};T)\,dE'\,d\boldsymbol{\omega}'=\Sigma_s(E,T)\,,$$

где Σ_s — макроскопическое сечение рассеяния:

$$\Sigma_s(E,T)=\frac{\sigma(T)}{\sigma_0}\sum_M n_M(T_0)\,\sigma_{sM}(E,T)\,.$$

Энергетический спектр $f(E,T_n)$ удовлетворяет пространственно-однородному уравнению:

$$\Sigma_a(E,T)\,f(E,T_n)=\iint W(E'\mid E;T)\left[f(E',T_n)-f(E,T_n)\right]dE'\,.\qquad(8.111)$$

В поглощающих средах отклонение спектра тепловых нейтронов от максвелловского, определяется в основном не параметрами индивидуального взаимодействия, а соотношением поглощающих и рассеивающих свойств среды. В связи с этим для изучения спектра тепловых нейтронов в горных породах целесообразно пользоваться простейшей моделью замедлителя — моделью тяжёлого одноатомного газа, основанной на предположении, что атомы вещества свободны и имеют лишь поступательную степень свободы (тепловое движение).

Введём функцию $\psi(E,T)$, характеризующую отклонение энергетического спектра тепловых нейтронов $f(E,T)$ в поглощающей среде от максвелловского спектра:

$$M(E,T_n)/\psi(E,T) = f(E,T)/M(E,T_n).$$

Разложив $f(E',T)$ в подынтегральном выражении (8.111) в ряд Тейлора и выражения для энергетических моментов индикатрисы рассеяния, получаемой в модели тяжёлого одноатомного газа, будем иметь следующее уравнение относительно $\psi(\mathbf{x})$, $x = E/kT$:

$$x\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + (2-x)\frac{\partial\psi}{\partial x} - \alpha\psi = 0, \qquad (8.112)$$

где $\alpha = \Sigma_a / \xi\Sigma_s > 0$ (ξ — среднее изменение летаргии; $\xi\Sigma_s = \kappa_s$ — замедляющая способность вещества). Это уравнение определяет вырожденную гипергеометрическую функцию $\psi(x) = F(\alpha, 2, x)$.

Использовав асимптотическое представление $F(\alpha,2,x)$ по x, получим:

$$f(x) \sim xe^{-x}\left(e^x x^{\alpha-2}\right) \sim x^{\alpha-1}$$

или

$$f(E) \sim E^{\alpha-1}.$$

Это значит, что резкой границы между энергетическими спектрами нейтронов в областях термализации и замедления (фермиевский спектр $1/E$ при отсутствии поглощения, когда $\alpha = 0$, не существует.

Если сечения захвата и рассеяния постоянны или одинаково зависят от энергии, то параметр α может быть определён по результатам измерений спектра надтепловых нейтронов, а также эффективной температуры спектра тепловых нейтронов(см. ниже).

Используя разложение $F(\alpha,2,x)$ при слабом поглощении, получим:

$$\bar{x} = \frac{T_n}{T}\int_0^{x_0} x f(x)\,dx = 1 + c(x_0)\alpha, \qquad (8.113)$$

где x_0 — условная верхняя граница теплового спектра (в единицах kT).

Следовательно,

$$T_n = T\left(1 + const\,\frac{\Sigma_a}{\xi\Sigma}\right). \qquad (8.113')$$

Таким образом, температура линейно зависит от величины параметра α.

Поскольку время замедления нейтронов $t_0 = 2/\upsilon\xi\sum$ и время их жизни относительно поглощения $\tau = 1/\upsilon\sum_a$, то

$$T_n = T\left(1 + const\frac{t_0}{\tau}\right).$$

Выражение $(8.113')$ получено в приближении тяжёлого одноатомного газа. Однако, численные расчёты, а также эксперименты с водными растворами борной кислоты подтвердили, что эта зависимость сохраняется и при учёте молекулярных эффектов. Особенности теоретической модели и физическое состояние замедлителя влияют только на величину константы *c* и на диапазон изменения параметра α, для которого справедливо установленное соотношение.

Измерения температуры нейтронов на моделях пластов и в скважинах на месторождении боратов показали, что спектр тепловых нейтронов не зависит от размера зонда (расстояния до источника быстрых нейтронов) как в однородной среде, так и в скважинных условиях. При измерениях в сухих скважинах T_n характеризует замедляющие и поглощающие свойства породы по параметру α (рис. 8.22). К сожалению, заполнение скважины водой существенно снижает дифференциацию.

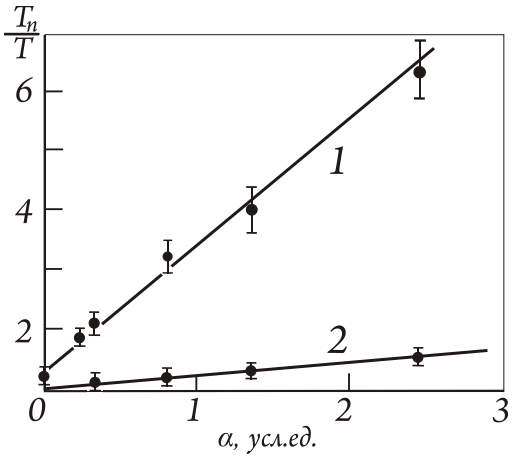


Рис. 8.22. *Зависимости температуры тепловых нейтронов от параметра* α *в сухой* (**1**) *и заполненной водой* (**2**) *скважине* $d_c = 110$ *мм* (*по Ш.А. Губерману и К.И. Якубсону*)

8.10. *Кинетика диффузии нейтронов*

Применив к уравнению (8.110) метод сферических гармоник в P_1–приближении, учтя (8.30′) и выполнив интегрирование по углам и энергиям, получим[8]:

$$\left(\left\langle\frac{1}{\upsilon}\right\rangle\frac{\partial}{\partial t}+\overline{\Sigma}_a(T)-\overline{Д}(T)\Delta\right)\varphi_0(\mathbf{r},t;T)=Q(\mathbf{r},t;T). \quad (8.114)$$

Это уравнение совпадает с уравнением диффузии, коэффициенты в котором определяются следующим образом:

$$\left\langle\frac{1}{\upsilon}\right\rangle=\int\frac{1}{\upsilon}M\left(E,T_n\right)dE; \quad (8.115)$$

$$\overline{\Sigma}_a\left(T\right)=\int\Sigma_a\left(E,T\right)M\left(E,T_n\right)dE; \quad (8.116)$$

$$\overline{Д}\left(T\right)=\int Д\left(E,T\right)M\left(E,T_n\right)dE, \quad (8.116')$$

$Д(E,T)=\frac{1}{3}\lambda_{tr}(E,T)$ — коэффициент диффузии для плотности потока;

λ_{tr} — длина переноса, или транспортная длина свободного пробега тепловых нейтронов при температуре T:

$$\lambda_{tr}(E,T)=\left\{\Sigma_a(E,T)+[1-\overline{\cos\gamma}(E,T)]\Sigma_s(E,T)\right\}^{-1}.$$

Следовательно, коэффициент диффузии тепловых нейтронов зависит не только от рассеивающих, но и от поглощающих свойств среды. Однако, как видно ниже, эта зависимость слаба, поскольку при сильном поглощении само уравнение (8.114) становится неприменимым (в силу неприменимости закона Фика), и коэффициент диффузии теряет физический смысл.

Приняв, что сечение поглощения $\Sigma_a(E)$ изменяется с энергией нейтронов по закону $1/\upsilon$, будем иметь:

$$\overline{\Sigma}_a\left(T\right)=\frac{\sqrt{2\pi}}{2\sigma_0}\sigma\left(T\right)\Sigma_a\left(T_0\right)\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2}; \quad (8.117)$$

$$\left\langle\frac{1}{\upsilon}\right\rangle\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{T_0}{T_n}\right)^{1/2},$$

где T_0 — абсолютная температура, соответствующая нормальной t = 20°C, $\sigma_0=\sigma(T_0)$.

[8] Кожевников Д.А. Температурная зависимость диффузионных характеристик замедлителя //Атомная энергия. — 1963. — Т.14, вып.6. — С.525–529.

Уравнение (8.114), записанное относительно плотности нейтронов $N = N(r,t)$, принимает следующий вид:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\tau} N - D\Delta N = Q, \tag{8.118}$$

где

$$\frac{1}{\tau} = \overline{\Sigma}_a(T)\left\langle \frac{1}{\upsilon} \right\rangle^{-1}. \tag{8.119}$$

Величина τ, которая есть не что иное, как время жизни тепловых нейтронов, зависит от температуры среды только через плотность σ (в случае $\Sigma_a \sim 1/\upsilon$)[9].

Коэффициент диффузии для плотности нейтронов:

$$D \equiv D(T) = \overline{Д}\left\langle \frac{1}{\upsilon} \right\rangle^{-1}. \tag{8.120}$$

Подстановкой $N(r,t) = n(r,t)\exp\left(-t/\tau\right)$ уравнение (8.118) упрощается:

$$\partial n/\partial t = D\Delta n + Q \tag{8.118}$$

и формально совпадает с уравнением возраста (8.40), по аналогии с решением которого функцию Грина $G(r,t)$ нестационарного уравнения диффузии с точечным мгновенным $\left(t_0 = 0\right)$ изотропным источником тепловых нейтронов в безграничной изотропной среде можно написать сразу:

$$n(r,t) = \left(4\pi Dt\right)^{-3/2} \exp\left(-\frac{t}{\tau} - \frac{r^2}{4Dt} \right). \tag{8.119}$$

Пространственная дисперсия временного распределения равна (по А. Эйнштейн, М. Смолуховский, 1905)

$$\sigma^2(t) = Dt. \tag{8.120}$$

Общее для бесконечной однородной среды решение уравнения (8.118) имеет следующий вид:

$$N(r,t) = \int_0^t dt' \int_{(\infty)} Q(\mathbf{r}',t)\, G\left(\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|, t - t' \right) d\mathbf{r}'. \tag{8.121}$$

---

[9] Для максвелловского спектра $\left\langle \frac{1}{\upsilon} \right\rangle^{-1} \equiv \left\langle \upsilon \right\rangle$.

Используя свойство мультипликативности функции пространственно-временного распределения замедленных нейтронов, согласно которому $Q(\mathbf{r},t)=Q(\mathbf{r})\,q(t)$, получим:

$$N(r,t)=\int_0^t q(t')\,dt'\int_{(\infty)} Q(\mathbf{r}')G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,\,t-t')\,d\mathbf{r}'.$$

Процесс замедления нейтронов протекает во времени гораздо быстрее процесса диффузии, детали кинетики замедления не могут влиять на временное распределение тепловых нейтронов. Приближенно можно считать, что источники тепловых нейтронов рождаются мгновенно, в момент, равный времени собственно замедления нейтронов до тепловой энергии:

$$q(t)=q_0\delta(t-t_0), \tag{8.122}$$

где q_0 — число нейтронов в импульсе генератора; t_0 — время собственно замедления до тепловой энергии, по малости которого можно положить $t_0=0$. Тогда:

$$N(r,t)=q_0\int_{(\infty)} Q(\mathbf{r}')G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|,\,t)\,d\mathbf{r}'. \tag{8.123}$$

Величина интеграла (8.123) сравнительно слабо зависит от выбора функции $Q(\mathbf{r})$ (особенно при больших t). Беря $Q(\mathbf{r})$ в возрастном приближении, имеем:

$$N(r,t)=q_0\left[4\pi\sigma^2(t)\right]^{-3/2}\exp\left(-\frac{t}{\tau}-\frac{r^2}{4\sigma^2(t)}\right), \tag{8.124}$$

где $\sigma^2(t)$ — возраст тепловых нейтронов (пространственная дисперсия временного распределения $N(r,t)$:

$$\sigma^2(t)=\tau_s+Dt, \tag{8.120′}$$

причём τ_s — полный возраст до тепловой энергии. Выбор других обоснованных аппроксимаций $Q(\mathbf{r})$ не меняет (при достаточно больших t) принципиальных свойств решения и влияет лишь на вид слагаемого, не зависящего от t, в выражении для σ^2. По этой причине фермиевский возраст в последнем выражении заменён полным.

Решение (8.124) обладает достаточно широкой областью применимости: при малом водородосодержании оно справедливо для произвольных r,

t, при малых *r* — для произвольных времён $(t > t_0)$ и водородосодержаний, при больших *t* — для произвольных водородосодержаний и расстояний от источника. Это отвечает физически ясному представлению о кинетике процессов замедления и диффузии нейтронов, в соответствии с которым при больших *t* пространственно-временное распределение тепловых нейтронов определяется процессом диффузии и практически не зависит от первоначального их распределения. Поскольку в системе скважина–пласт (при условии $\tau_{скв} < \tau_{пл}$) первоначальное распределение нейтронов определяется свойствами заполняющей скважину среды, фундаментальное простое решение (8.124) (для бесконечной однородной изотропной среды) имеет важное практическое значение.

8.11. *Двухгрупповое диффузионное приближение*

Стационарное пространственное распределение тепловых нейтронов $N(\mathbf{r})$ описывается уравнением диффузии:

$$\Delta N(\mathbf{r}) - \frac{1}{L_d^2} N(\mathbf{r}) = -\frac{1}{D} Q(\mathbf{r}) ; L_d^2 = D\tau , \qquad (8.125)$$

где $Q(\mathbf{r})$ — плотность замедления надтепловых нейтронов, являющаяся распределённым в пространстве источником тепловых нейтронов.

Решение этого уравнения следующее:

$$N(\mathbf{r}) = \int Q(\mathbf{r}') G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}' , \qquad (8.126)$$

где $G(\mathbf{r}')$ — функция Грина уравнения диффузии для бесконечной однородной среды имеет вид:

$$G(\mathbf{r}) = \frac{e^{-r/L}}{4\pi D r} . \qquad (8.127)$$

Если поле нейтронов рассматривается в веществе, для которого выполняется неравенство $L_d^2 << \tau_s$ (τ_s — полный возраст нейтронов), то распределение тепловых нейтронов должно повторять распределение надтепловых (поглощение происходит вблизи места их рождения). В этом случае диффузионное ядро $G(\mathbf{r})$ очень быстро убывает с увеличением разности $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$.

Представив плотность замедления нейтронов $Q(\mathbf{r})$ в окрестности точки $\mathbf{r}'$ разложением:

$$Q(\mathrm{r}') \approx Q(\mathrm{r}) + (\mathrm{r} - \mathrm{r}')\nabla Q(\mathrm{r}), \qquad (8.128)$$

подставив выражение (8.128) в (8.126) и учтя неравенство $L_d^2 << \tau_s$, получим (выполнив интегрирование):

$$N(\mathbf{r}) \approx \tau Q(r)\left[1 + 0\left(L/\sqrt{\tau_s}\right)\right], \qquad (8.129)$$

Из выражения (8.129) вытекает возможность оценки среднего времени жизни тепловых нейтронов τ по результатам измерений пространственного распределения надтепловых и тепловых нейтронов от стационарного источника (в однородной безграничной среде).

Поскольку для стационарного источника плотность замедления $Q(\mathbf{r})$ приближенно пропорциональна плотности $N_{нт}(\mathbf{r})$ надтепловых нейтронов, то, вычислив отношение $N_т / N_{нт}$, получим:

$$K = N_т / N_{нт} \sim \alpha^{-1} = \kappa_s / \Sigma_a \qquad (8.130)$$

(эта величина определяется по так называемому «кадмиевому отношению», представляющему собой отношение показаний двух счётчиков, один из которых экранирован кадмиевой фольгой). Величина K^{-1} пропорциональна макроскопическому сечению поглощения среды и, следовательно, линейно зависит от концентрации поглотителя. Этот практически важный вывод подтверждается результатами экспериментальных измерений в скважинах.

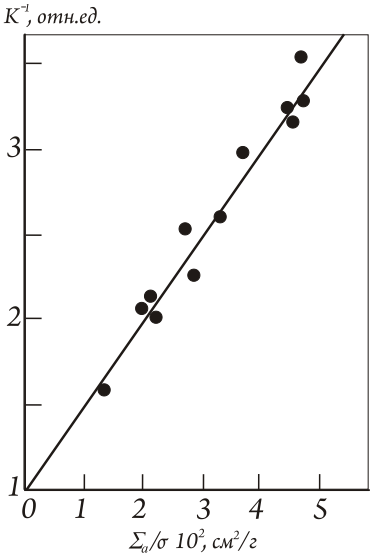


Рис. 8.23. *Обратная величина «кадмиевого отношения» в скважине как функция массового сечения поглощения* (*по Е.И. Крапивскому*)

На рис. 8.23 приведена зависимость величины K^{-1} от массового сечения поглощения, нормированная к нулевой концентрации поглотителя (бор). Измерения выполнены в необсаженной скважине диаметром 60 *мм* прибором диаметром 40 *мм*; размер зонда 25 *см*; источник ^{252}Cf ; счётчик нейтронов — СНМ-16 с борной экранировкой от заполнения скважины. Возможность перехода к эквивалентной по сечению поглощения концентрации позволяет прокалибровать эту зависимость по концентрации любого поглотителя.

Распределение надтепловых нейтронов практически нечувствительно к изменению сечения поглощения среды (в частности, к изменению минерализации пластовой жидкости), поэтому соотношение (8.129) позволяет оценить изменение плотности тепловых нейтронов в переходной зоне водонефтяного контакта (без учёта влияния скважины, уменьшающего дифференциацию). Учитывая, что в пласте–коллекторе изменение характера флюида, насыщающего поровое пространство (при неизменной пористости и при измерениях на фиксированном размере зонда), обусловливает лишь изменение времени жизни тепловых нейтронов τ при постоянстве водородосодержания, получаем:

$$N_н / N_в \approx \tau_н / \tau_в , \qquad (8.131)$$

где $N_н$ и $N_в$, $\tau_н$ и $\tau_в$ — плотности и времена жизни тепловых нейтронов в нефтеносной и водоносной частях коллектора соответственно.

Рассмотрев пространственное распределение замедляющихся нейтронов в одногрупповом диффузионном приближении и, подставив (8.127) в (8.126), получим:

$$N(\mathbf{r}) = \frac{Q\tau\left(e^{-r/L_s} - e^{-r/L_d}\right)}{4\pi r\left(L_s^2 - L_d^2\right)}. \qquad (8.132)$$

Справедливость этого выражения, полученного в двухгрупповом диффузионном приближении для описания пространственного распределения тепловых нейтронов, от точечного источника быстрых нейтронов была подтверждена экспериментами с *Pu-Be*–источником нейтронов в водных растворах окиси бора при различных температурах (от 35 до 75°С) и различных концентрациях поглотителя (до 80 *г/л*).

Средний квадрат расстояния, проходимого нейтронами в процессе замедления и диффузии до поглощения, определяет важную нейтронную характеристику среды, называемую площадью миграции нейтронов M^2:

$$M^2 = \int_0^\infty N(\mathbf{r}) r^4 \, dr \Big/ 6\int_0^\infty N(\mathbf{r}) r^2 dr = \tau_s + L_d^2 \, . \qquad (8.133)$$

При совпадении длин замедления и диффузии, когда $L_s = L_d = \Lambda,$ получаем (раскрыв неопределённость типа 0/0 по Лопиталю):

$$\Phi_0^*(r,E) = \frac{\Phi_0(E)}{8\pi\Lambda^3(E)} e^{-r/\Lambda(E)} . \qquad (8.134)$$

Величина $M = \sqrt{M^2}$ называется *длиной миграции*. Знание этой величины позволяет описывать пространственное распределение тепловых нейтронов от источника быстрых нейтронов в одногрупповом диффузионном приближении. Для изучения закономерностей распределения тепловых нейтронов в системе прибор–скважина–пласт удобнее пользоваться не длиной миграции *M,* а обратной ей величиной α_M :

$$\alpha_M = M^{-1}.$$

Из выражения (8.132) следует, что на больших расстояниях от источника быстрых нейтронов пространственное распределение тепловых нейтронов зависит от свойств среды или через длину замедления L_s или через длину диффузии L_d в зависимости от того, какой из этих параметров обладает наибольшей величиной. Поскольку в водоносных породах, насыщенных минерализованной пластовой жидкостью, длина диффузии всегда меньше длины замедления, на достаточно больших расстояниях выражение (8.132) можно с хорошим приближением заменить выражением:

$$N(\mathbf{r}) \approx \frac{Q\tau}{4\pi\left(L_s^2 - L_d^2\right)} \frac{e^{-r/L_s}}{r} \, . \qquad (8.134')$$

Отношение $A(r_1, r_2)$ плотностей тепловых нейтронов, измеренных на двух различных (но достаточно больших) расстояниях от источника r_1 и r_2 уже не зависит от нейтронных характеристик среды для тепловых нейтронов (а также мощности источника):

$$A(m \mid r_1, r_2) = \frac{N(r_1)}{N(r_2)} \approx \frac{r_1}{r_2} e^{-(r_1 - r_2)/L_s(m)} .$$

Величина этого отношения весьма чувствительна к изменению водородосодержания и более стабильна по отношению к изменениям минерализации пластовой воды и типа горной породы. Этот вывод остаётся справедливым и в условиях скважинных измерений. При рассмотрении отношения $A(m)$ как интерпретационного параметра ННМ в двухзондовой модификации (ННМ-2), он приобретает одно важное и нетривиальное качество.

Таковым является *механизм автоматической помехоустойчивости* к неконтролируемым изменениям параметров «ближней зоны», каковыми являются изменения диаметра скважины, эксцентриситет прибора и др. Однако обосновать это свойство мы сможем только тогда, когда изучим закономерности полей нейтронов в системе скважина–пласт.

8.12. *Гамма-излучение от захвата тепловых нейтронов в горных породах*

Закономерности поля захватного гамма-излучения определяются последовательной трансформацией полей излучений в результате следующих процессов: замедление быстрых нейтронов до надтепловой энергии → термализация надтепловых нейтронов (пространственное перемещение нейтронов в процессе термализации иногда называют «трансфузией») → диффузия тепловых нейтронов до их поглощения ядрами породообразующих элементов → захват нейтронов и снятие возбуждения ядер высвечиванием характеристического гамма-излучения → рассеяние (диффузия) захватного гамма-излучения.

После поглощения теплового нейтрона ядро атома возбуждается на величину энергии связи захваченного нейтрона ε ($\varepsilon \approx 8$ *МэВ*). Избыток энергии высвечивается преимущественно в виде гамма-излучения, небольшая часть уносится электронами и электрон-позитронными парами внутренней конверсии, поэтому в достаточно широком энергетическом диапазоне для спектра захватного гамма-излучения хорошо выполняется соотношение:

$$\sum_k E_k \nu(E_k) \cong \varepsilon,$$

$\nu(E_k)$ — число гамма-квантов с энергией E_k (индекс k — номер линии в спектре), испускаемых в результате поглощения одного нейтрона;
ε — энергия связи нейтрона в ядре.

Энергетические спектры захватного гамма-излучения условно делятся на три типа. Первый характеризуется малым числом гамма-квантов на один поглощённый нейтрон (захват), причём преобладает прямой переход из возбуждённого состояния в основное; бóльшая часть избыточной энергии испускается в виде одного гамма-кванта с энергией, равной энергии связи (спектрами этого типа обладают ядра лёгких и «магических» элементов).

Спектры второго типа имеют чётко выраженную линейчатую структуру, определяемую каскадными переходами из возбуждённого состояния в основное (типичны для элементов со средними массовыми числами).

Спектры третьего типа являются сплошными при малом выходе захватного гамма-излучения (типичны для тяжёлых элементов, за исключением свинца).

Пространственное распределение захватного гамма-излучения определяется выражением:

$$J_{n\gamma}(r) = \int dE_{0\gamma}\, j\left(E_{0\gamma}\right) \int dE_{\gamma}\, \eta\left(E_{\gamma}\right) \int \Sigma_a \Phi\left(\mathbf{r}'\right) G_{\gamma}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}', E_{0\gamma}, E_{\gamma}\right) d\mathbf{r}' =$$
$$= \tau^{-1} \int dE_{0\gamma}\, j\left(E_{0\gamma}\right) \int dE_{\gamma}\, \eta\left(E_{\gamma}\right) \int N\left(\mathbf{r}'\right) G_{\gamma}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}', E_{0\gamma}, E_{\gamma}\right) d\mathbf{r}' \qquad , (8.135)$$

где $j(E_{0\gamma})$ — излучающая способность среды, равная числу гамма-квантов с энергией $E_{0\gamma}$, излучаемых единицей объёма среды (1 $см^3$) при поглощении одного нейтрона [для удобства обычно числа захватных гамма-квантов $j(E_{\gamma})$ приводятся на 100 захватов]:

$$j\left(E_{\gamma}\right) = \sum_M g_M\, j_M\left(E_{\gamma}\right) \equiv \sum_M \frac{\Sigma_{aM}}{\Sigma_a}\, j_M\left(E_{\gamma}\right) = \tau \sum_M \frac{j_M\left(E_{\gamma}\right)}{\tau_M}; \qquad (8.136)$$

g_M — парциальная вероятность поглощения тепловых нейтронов элементом с массовым числом M; Ф — плотность потока тепловых нейтронов; τ_M — время жизни тепловых нейтронов относительно поглощения элементом с массовым числом M; $G(\mathbf{r}, E_{0\gamma}, E_{\gamma})$ — функция распределения гамма-излучения с энергией E_{γ} от точечного источника с энергией $E_{0\gamma}$; $\eta(E_{\gamma})$ — спектральная эффективность детектора гамма-излучения; j_M — излучающая способность элемента (изотопа) с массовым числом M.

Для безграничной однородной изотропной среды интегральной характеристикой пространственного распределения $J_{n\gamma}(r)$ является площадь миграции (n,γ)-излучения:

$$M^2_{n\gamma} = \int_0^\infty r^4 J_{n\gamma}(r)\,dr \Big/ 6\int_0^\infty r^2 J_{n\gamma}(r)\,dr = M^2_n + L^2_\gamma \equiv L^2_s + L^2_d + L^2_\gamma, \quad (8.137)$$

где L^2_γ — квадрат длины переноса (диффузии) гамма-квантов;

$$L^2_\gamma = \int_0^\infty G_\gamma(r) r^4 dr \Big/ 6\int_0^\infty G_\gamma(r)\, r^2 dr = \\ = \int j\left(E_{0\gamma}\right) dE_{0\gamma} \int \eta\left(E_\gamma\right) L^2_\gamma\left(E_{0\gamma}, E_\gamma\right) dE_\gamma \Big/ \int j\left(E_{0\gamma}\right) dE_{0\gamma} \int \eta\left(E_\gamma\right) dE_\gamma .$$

При выполнении расчётов и анализе закономерностей нейтронного гамма-метода необходимо учитывать весьма существенный вклад в регистрируемые показания гамма-излучения неупругого рассеяния. В осадочных породах этот вклад достигает 40% для *Po-Be*–источника и 50% для (*D,T*)-генератора (однако, быстро уменьшается с увеличением размера зонда).

Для жёсткого (нерассеянного) гамма-излучения:

$$L^2_\gamma = \frac{1}{3\mu_0^2}; \qquad \mu_0 = \mu(E_{0\gamma}).$$

Подчеркнём, что при изучении закономерностей поля вторичного (нейтронного) гамма-излучения в системе скважина–пласт введение параметра L^2_γ теряет смысл, поскольку в результирующих показаниях детектора вклады излучений отдельных зон складываются аддитивно. Распространение закономерностей однородной среды на систему скважина–пласт привело бы к неверным выводам относительно характера основных интерпретационных зависимостей.

Задавшись явным видом пространственного распределения плотности потока тепловых нейтронов $\Phi(r)$, можно получить выражения, описывающие пространственное распределение захватного гамма-излучения в бесконечной однородной среде. В скважинных условиях измерений эти выражения полезны для приближенного описания излучения, приходящего из пласта, в зависимости от размера зонда и физических свойств исследуемой породы. Однако они не дают правильного представления о результирую-

щей зависимости показаний НГМ, слагающейся, кроме излучения пласта, из излучений, возникающих в среде, заполняющей скважину, корпусе глубинного прибора и промежуточных зонах.

Рассмотрим выражение для $J_{n\gamma}(r)$ в частном случае однородной среды с изменяющейся концентрацией поглотителей тепловых нейтронов (например, переменной минерализацией жидкости). Для сред с высоким водородосодержанием выполняется неравенство $L_d^2 << \tau_s$, и справедливо соотношение (8.129):

$$N_m(\mathbf{r}) = \tau Q_{нт}(\mathbf{r}),$$

где $Q_{нт}(\mathbf{r})$ — плотность замедления надтепловых нейтронов.

Учитывая, что $Q_{нт}(\mathbf{r})$ и коэффициенты поглощения гамма-квантов μ_0 в рассматриваемом случае не зависят от минерализации, пренебрегая зависимостью μ_0 от E_γ и обозначая через $J_{n\gamma}$ и q^* величины, соответствующие минерализованной жидкости, а через $\tilde{J}_{n\gamma}$ и $\tilde{q}^*$ — пресной жидкости, получаем:

$$J_{n\gamma} / \tilde{J}_{n\gamma} = q^* / \tilde{q}^*, \qquad (8.138)$$

где

$$q^* = \int \eta(E_\gamma) q(E_\gamma) dE_\gamma$$

и интегрирование распространено на весь спектр энергий гамма-квантов радиационного захвата. Это соотношение полезно тем, что оно позволяет пересчитать эталонную «водяную» единицу для НГМ (показание прибора в пресной воде) на показание в пластовой минерализованной воде.

Подставляя (8.129) в (8.135), получим:

$$J_{n\gamma} = \bar{j} I(m), \qquad (8.135')$$

где $\bar{j}$ — излучающая способность (усреднённая по спектру и эффективности детектора), а $I(m)$ — величина интеграла:

$$I(m) = \int Q_{нт}(\mathbf{r}) G_\gamma |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| d\mathbf{r}'.$$

Величина $\bar{j}$ зависит от содержания поглотителей, но не зависит от пористости, а величина интеграла I не зависит от содержания поглотителей, но зависит от водородосодержания (пористости) через $Q_{нт}$ и G_γ (через объёмную плотность при комптоновском рассеянии). Из (8.136) следует, что по-

казания НГМ линейно зависят от концентрации поглотителя при малых концентрациях, с её ростом меняются нелинейно и выходят на насыщение, теряя чувствительность к концентрации. В нейтронной гамма-спектрометрии при отсечке влияния водорода выражение применимо для системы скважина–пласт, и ограничения интегральной регистрации снимаются.

8.13. *Диффузионные характеристики вещества и их расчёт*

Полученное в диффузионном приближении выражение для длины диффузии справедливо лишь в случае слабого поглощения.Отказавшись от рассмотрения уравнения переноса тепловых нейтронов в диффузионном приближении, можно показать, что в общем случае длина диффузии определяется трансцендентным уравнением (приводим без вывода):

$$A_0(\kappa)+\sum_{l=1}^{\infty}(2l+1)\left(l\kappa\right)^{-l}B_l A_l(\kappa)\beta_l(\kappa)=h^{-1}, \qquad (8.139)$$

$\kappa=\lambda/L_d$; $A_l(\kappa)=\dfrac{1}{\kappa}Q_l\left(\dfrac{1}{\kappa}\right)$, $Q_l(x)$ — функция Лежандра II рода порядка l.

Величины B_l представляют собой коэффициенты разложения индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра относительно косинуса угла рассеяния. Функции $\beta_l(\kappa)$ удовлетворяют рекуррентному соотношению:

$$\beta_l(\kappa)=\frac{2l-1}{l-1}(1-hB_{l-1})\beta_{l-1}(\kappa)-\frac{l-1}{l-2}\kappa^2\beta_{l-2}\left(\kappa\right), \qquad (8.140)$$

причём

$$\beta_1=1-h\equiv g\,; \qquad \beta_2(\kappa)=3g(1-h\overline{\mu})-\kappa^2\,.$$

Величина κ зависит от полной вероятности рассеяния h и типа индикатрисы рассеяния, определяемого набором коэффициентов её разложения $\{B_l\}$. Следовательно, имеется возможность приближенного определения типа индикатрисы рассеяния на основании диффузионных измерений в замедлителях известного состава.

На рис. 8.24 представлены результаты измерений длины диффузии более чем в тридцати различных замедлителях, обработанные в координатах $\kappa^2=f(g)$, и зависимости, вычисленные по уравнению (8.139) для изотропной и линейно-анизотропной индикатрис рассеяния (для последней — при

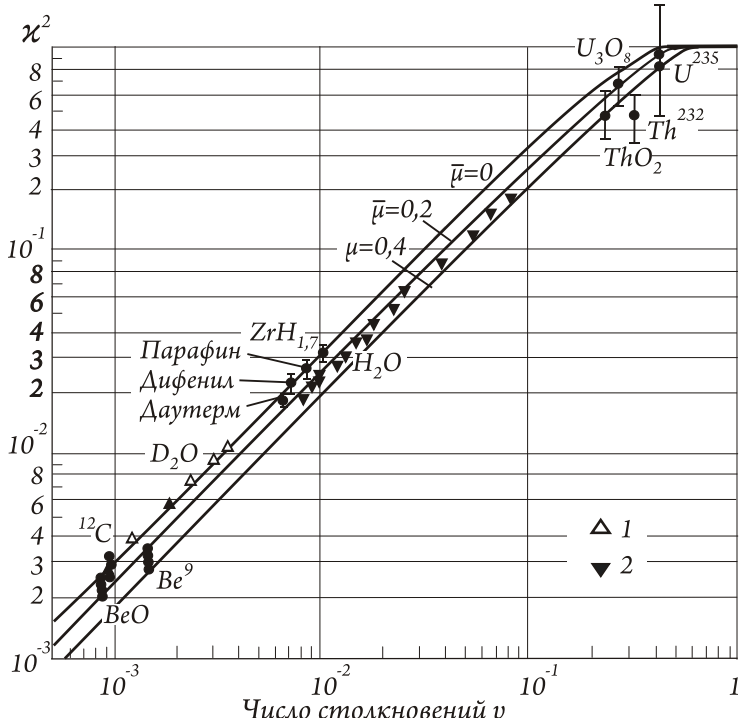


Рис. 8.24. *Универсальная зависимость для определения обратного квадрата длины диффузии тепловых нейтронов в единицах* λ (*по Д.А. Кожевникову*).

1 — D_2O (отравление бором); **2** — H_2O (отравление бором и кадмием).

Экспериментальные данные различных исследователей:

по ^{12}C — А.В. Антонов и др. (ФИАН); Ч. Титтл, Э. Сегре, Л. Карлбом, И. Саго и Г. Телье; по *BeO* — И.Ф. Жежерун (ИАЭ), А. Кехлин; по Be^9 — А.К. Красин и др., И.Ф. Жежерун (ИАЭ), данные КАЭ США; по D_2O — С. Кэш и Д. Вудс; В. Раевский, Н. Бауманн, Н. Гангули и др.; по *даутерму* — М. Кюхле, Л.Н. Юрова и др. (МИФИ), Ф. Деманинс; по *дифенилу* — Л.Н. Юрова и др., Р. Бауэр, А. Бод и др.;

по *парафину* — Ч. Титтл, Б. Гримланд, Л. Эш; по *гидриду циркония* — Дж. Мидоус; по H_2O — А.В. Антонов и др.; М. Рейер, Н. Матееску и В. Нагорняк, Дж. Де Юрен и Г. Розенвассер; Н. Шостранд, Г. Фон Дардел; по ThO_2, U_3O_8, ^{232}Th и ^{238}U — данные комиссии по атомной энергии США.

двух значениях среднего косинуса угла рассеяния $\overline{cos\gamma} \equiv \overline{\mu_0}$). Экспериментально полученные зависимости дифференцированы по типам индикатрис рассеяния, причём это особенно заметно в случае «отравленных» сред (H_2O и D_2O). Важно отметить, что для интерпретации всего многообразия данных оказывается достаточным представление об анизотропии рассеяния первого порядка. Усиление анизотропии рассеяния в водных растворах поглотителя

при увеличении концентрации последнего объясняется ужестчением спектра тепловых нейтронов (повышением температуры нейтронного газа).

Зависимость $\kappa^2(g)$ есть, по существу, зависимость обратного квадрата длины диффузии тепловых нейтронов от числа рассеивающих столкновений ν до поглощения в среде (совпадающего с обратной величиной вероятности поглощения g^{-1}). Физически этот результат следует из того, что число ν столкновений до поглощения равно отношению длины пути λ_a, проходимого нейтроном до поглощения, к полной длине свободного пробега λ:

$$\nu = \lambda_a / \lambda \equiv g^{-1}.$$

При слабом поглощении ($g<<1$) уравнение (8.139) даёт явное выражение для κ^2:

$$\kappa^2 = \frac{3\cdot 5}{5\cdot 3\alpha}\gamma - \frac{(7+5\alpha)3^3 5^2}{7(5+3\alpha)^3}\gamma^2 + ..., \qquad (8.141)$$

где $$\alpha = 3g\bar{\mu};\ \gamma = \frac{\langle\Sigma_a\rangle\langle\Sigma_{tr}\rangle}{\langle\Sigma_s\rangle\langle\Sigma_t\rangle}.$$

Если выполняется (при слабом поглощении) условие $\alpha<<1$ $(g\bar{\mu}<<1/3)$, то (8.141) приобретает вид:

$$\kappa^2 = 3\gamma_0 - 5{,}40\gamma_0^2 + 7{,}868\gamma_0^3 - ..., \qquad (8.142)$$

где $$\gamma_0 = \frac{g}{1-g}(1-\bar{\mu}).$$

Диффузионному приближению, справедливому при слабом поглощении, соответствует первый член в разложении (8.141).

На рис. 8.25 показана зависимость обратного квадрата длины диффузии от величины полного макроскопического сечения поглощения водного раствора поглотителя (в единицах макроскопического сечения поглощения тепловых нейтронов протонами), построенная по экспериментальным данным различных исследователей в сравнении с предсказанием теории диффузии. Этот график служит конкретной иллюстрацией области применимости диффузионного приближения в поглощающих средах.

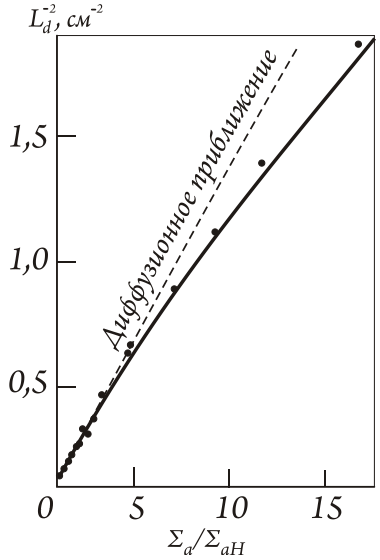


Рис. 8.25. *Зависимость обратного квадрата длины диффузии от величины полного макроскопического сечения поглощения водного раствора поглотителя* $\sum_a / \sum_{aH} = \gamma$.

Результаты экспериментов по методу «отравления»
(*М. Рейер, М. Матеску, В. Нагорняк*)

При бóльших поглощениях уравнение диффузии и уравнение переноса дают качественно различные результаты. Согласно диффузионному приближению $\kappa(g \to 1) \to \infty$, тогда как из теории переноса и очевидных физических соображений необходимо, чтобы $\kappa \to 1$ (при $g \to 1$ число взаимодействий тепловых нейтронов $\nu \to 1$). Интересное обстоятельство, выявленное при численном расчёте, состоит в том, что минимальная величина длины диффузии, равная величине полного свободного пробега, достигается не асимптотически, а выходит на насыщение при некотором конечном сечении поглощения.

Рассмотрим температурную зависимость длины диффузии и коэффициента диффузии тепловых нейтронов. После открытия явления замедления нейтронов оставалось неясным, достигают замедленные нейтроны тепловых скоростей или нет. П.И. Лукирский и Т.В. Царёва (1935 г.) впервые убедительно показали, что в спектре замедленных нейтронов существует область, зависящая от термодинамической температуры замедлителя. Таким образом, было установлено, что замедленные нейтроны действительно приходят в тепловое равновесие с веществом замедлителя. Зависимость длины диффузии тепловых нейтронов от температуры была обнаружена Э. Ферми, и грубо измерена для воды уже в 1942 г.

Температурные зависимости диффузионных параметров измерены для целого ряда замедлителей. Наибольшее число экспериментов выполнено с обычной водой (рис. 8.26).

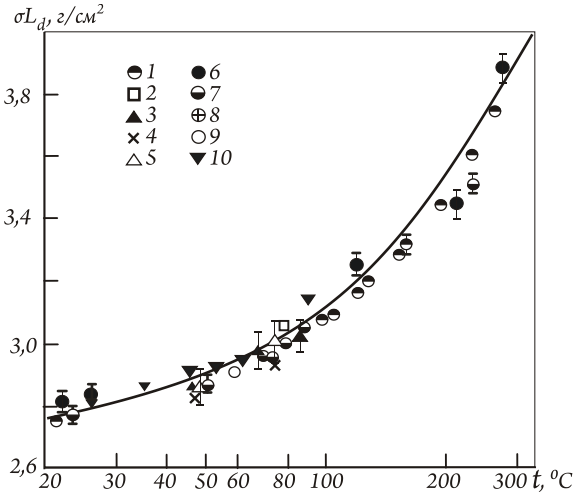


Рис. 8.26. *Расчётная зависимость (кривая) массовой длины диффузии* σL_d *тепловых нейтронов в воде от температуры* (*по Д.А. Кожевникову*).
Экспериментальные данные:
1 — А.В. Антонов и др. (1962 г.);
2 — А.В. Антонов и др. (1955 г.);
3 — И. Чикаи и др.; **4** — В. Дно;
5 — В. Дио, Е. Шоппер;
6 — М. Кюхле;
7 — В. Лопец, Л. Байстер;
8 — М. Рейер, Дж. Де Юрен;
9 — К. Рокей, В. Сколник;
10 — В. Уилсон и др.

Изменение диффузионных параметров тепловых нейтронов с повышением температуры замедлителя объясняется ужестчением спектра тепловых нейтронов и изменением плотности вещества. Повышение скорости нейтронов вызывает увеличение коэффициента диффузии и, вследствие уменьшения сечения захвата, — длины диффузии.

Изменение диффузионных параметров с температурой наиболее существенно влияет на пространственное распределение тепловых нейтронов в средах со слабым поглощением, когда длина диффузии больше длины замедления или сравнима с ней по величине.

Рассмотрим количественную связь диффузионных характеристик замедлителя с его температурой при слабом поглощении, когда:

$$L^2(T) = \left[3\left\langle \Sigma_a(T) \right\rangle \left\langle \Sigma_{tr}(T) \right\rangle \right]^{-1}.$$

Примем, что сечение переноса тепловых нейтронов изменяется с энергией по закону:

$$\Sigma_{tr}(E,T) \sim \sigma(T) E^{-n}; \quad n > 0,$$

а сечение захвата — по закону $1/\upsilon$:

$$\Sigma_a(E,T) - \sigma(T) E^{-1/2}.$$

Тогда:

$$\left\langle \Sigma_{tr}(T) \right\rangle = \frac{\sigma(T)}{\sigma_0} \int \Sigma_{tr}(E,T_0) M(E,T)\, dE = \frac{1}{\Gamma(2+n)} \frac{\sigma(T)}{\sigma_0} \Sigma_{tr}(T_0) \left(\frac{T_0}{T} \right)^{n+1/2}$$

(интегрирование распространено до бесконечности, поскольку подынтегральная функция быстро убывает при $E \to \infty$); $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера.

Зависимость длины диффузии от температуры приобретает следующий вид:

$$L_d(T) = L(T_0)\frac{\sigma_0}{\sigma(T)}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{2n+1}{4}}, \qquad (8.143)$$

где $$L_d(T_0) = \left[\frac{2}{3\sqrt{\pi}}\,\Gamma(2+n)\,\lambda_a(T_0)\,\lambda_{tr}(T_0)\right]^{1/2}.$$

При относительно слабом поглощении коэффициент диффузии тепловых нейтронов определяется выражением:

$$D(T) = L_d^2(T)/\tau(T)$$

(при сильном поглощении эта величина, в отличие от длины диффузии, теряет физический смысл).

При поглощении по закону $1/\upsilon$ произведение $\sigma(T)\tau(T)$ не зависит от температуры. Температурная зависимость величины $\tau(T)D(T)$ совпадает с температурной зависимостью квадрата длины диффузии:

$$\frac{\sigma(T)}{\sigma_0}D(T)\tau(T) = \frac{\sigma^2(T)}{\sigma_0^2}L_d^2(T)$$

и, следовательно,

$$D(T) = \frac{\sigma_0}{\sigma(T)}D(T_0)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{n+\frac{1}{2}}, \qquad (8.144)$$

где $$D(T_0) = \frac{2}{3\sqrt{\pi}}\,\Gamma(2+n)\,\lambda_{tr}(T_0)\upsilon_0;$$

$$\upsilon_0 = 2{,}2\cdot 10^5 \ \ см/с.$$

Отсюда следует, что по результатам измерений температурных зависимостей диффузионных характеристик можно установить характер зависимости сечений переноса от энергии нейтронов. Результаты расчётов температурной зависимости длины диффузии нейтронов в воде, выполненных по формуле (8.143) [рис. 8.26], хорошо согласуются с экспериментальными

данными при $n = 0{,}5$, т.е. длина переноса тепловых нейтронов в воде пропорциональна скорости нейтронов.

Температурные зависимости диффузионных параметров углеводородов могут быть более сильными (моноизопропилдифенил, тетрадекан) и более слабыми (парафин, дифенил), чем в случае воды, обнаруживая определённую корреляцию с температурной зависимостью вязкости (рис. 8.27, табл. 8.1).

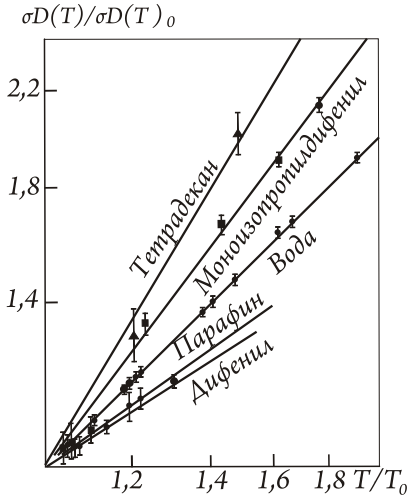


Рис. 8.27. *Температурная зависимость массового коэффициента диффузии тепловых нейтронов для воды и некоторых углеводородных соединений* (*по экспериментальным данным Л.Н. Юровой и др.*)

Табл. 8.1. *Показатель n температурных зависимостей диффузионных характеристик для воды и некоторых углеводородных соединений* (*по Д.А. Кожевникову*)

Вещество	**n**
Вода	0,45±0,05
Тетрадекан	0,80±0,11
Дифенил	0,35±0,05
Спирт	0,65+0,05
Моноизопропилдифенил	0,70±0,05
Анизол	0,65±0,10

Повышение температуры спектра тепловых нейтронов с ростом температуры замедлителя вызывает некоторое уменьшение длины замедления нейтронов до тепловой энергии. Относительное изменение длины замедления εL_s легко может быть оценено:

$$\varepsilon L_s = 1 - \frac{L_s(T)}{L_s(T_0)} < \frac{1}{2u} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right), \quad T > T_0 \ (u \text{—летаргия}).$$

Поскольку для быстрых нейтронов, замедляющихся до тепловых энергий, $E_0 \le 14$ МэВ, $u \approx 20$, $T/T_0 < 5$, то $\varepsilon L_s < 0{,}04$. Изменение пространственного распределения надтепловых нейтронов при высоких температурах и давлениях обусловлено изменением физических свойств замедлителя (плотности).

Среди методов измерения диффузионных характеристик τ и D наибольшее распространение получили импульсный метод и метод «отравления» [6]. Первый основан на измерении декремента λ временного спада импульса тепловых нейтронов в образце исследуемого вещества определённой формы различного размера. Измеряемая величина λ связана с определяемыми параметрами τ и D уравнением:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} + DB^2 - CB^4 + \ldots, \qquad (8.145)$$

в котором B^2 — т.н. «материальный параметр» (минимальное собственное число оператора Лапласа для образца данной формы и размеров), C — коэффициент диффузионного охлаждения. Таким образом, измеряя зависимость $\lambda(B^2)$ и аппроксимируя её параболой (8.145), можно определить τ, D и C.

В методе «отравления» длина диффузии тепловых нейтронов исследуется как функция сечения поглощения вещества. Обратный квадрат длины диффузии L_d^{-2} может быть выражен через нейтронные параметры, измеряемые импульсным методом (Г. Хонэк):

$$L_d^{-2} = (D\tau)^{-1}\left(\gamma - \frac{C}{D^2\tau}\gamma^2 + \frac{2C}{D^4\tau^2}\gamma^3 - \ldots\right), \qquad (8.146)$$

где γ — макроскопическое сечение поглощения, измеренное в единицах макроскопического сечения поглощения «неотравленного» замедлителя. Это соотношение позволяет вычислить длину диффузии не только по параметрам импульсного метода, измеренным в этой же среде, но и по параметрам «неотравленной» среды в «отравленном» замедлителе.

В качестве иллюстрации практического применения соотношения (8.146) на рис. 8.27 сплошной линией показана зависимость $L_d^{-2}(\gamma)$ для воды:

$$L_d^{-2} = 0{,}136\gamma - 0{,}0021\gamma^2 + 0{,}640\cdot 10^{-4}\gamma^3; \qquad (8.146')$$

эта зависимость вычислена по данным А.В. Антонова и др.
($\tau = 207\cdot 10^{-6}\,c$; $D = 0{,}355\cdot 10^5\ см^2/c$; $C = 4\cdot 10^3\ см^4/c$).

ГЛАВА 9. СТАЦИОНАРНЫЕ НЕЙТРОННЫЕ МЕТОДЫ

9.1. *Закономерноти рапределения нейтронов в системе скважина–пласт*

Закономерности распределения нейтронов в системе прибор–скважина–пласт — это те закономерности, которым подчиняются показания нейтронных методов в различных геотехнических условиях. Знание этих закономерностей необходимо для оптимизации конструкций глубинных приборов, разработки методик измерений, способов и алгоритмов интерпретации. Гетерогенная в целом, система скважина–пласт представляет собой совокупность цилиндрических зон, характеризующихся (иногда с некоторым приближением) радиальной однородностью физических свойств: корпус глубинного прибора; слой глинистого раствора, окружающего прибор; обсадная колонна; цементное кольцо; глинистая корка; зона внутренней глинизации; зона проникновения глинистого раствора в пласт; неизмененная часть пласта.

Наиболее характерной особенностью методов радиометрии скважин является очень сильное влияние изменений скважинных условий (при фиксированных свойствах исследуемого пласта) на показания детекторов нейтронного и гамма-излучения. В системе скважина–пласт детектор находится в пространственной области, отличающейся резким изменением плотности потока излучения в осевом и радиальном направлениях. На показания детектора влияют свойства пласта, конструкция и заполнение скважины, конструкция прибора, положение его (и колонны) в скважине и радиальное изменение физических свойств в прискважинной зоне пласта.

Учёт влияния радиальной неоднородности прискважинной зоны пласта и параметров самой скважины — одна из сложнейших задач, которые возникают при количественной интерпретации результатов исследований скважин методами ядерной геофизики (как со стационарными, так и с импульсными источниками).

В изучении закономерностей поля излучения в системе прибор–скважина–пласт многие важные результаты впервые были получены с помощью методов физического и математического моделирования. Однако многопараметрический анализ показаний детектора при необходимости учёта большого числа цилиндрических зон, физические параметры которых могут изменяться в широких пределах, вызывает большие трудности при решении соответствующих прямых и обратных задач даже при использовании современных ЭВМ и мощных вычислительных алгоритмов.

Тщательные физические эксперименты на натурных моделях пластов, впервые выполненные А. В. Золотовым в 1952–1955 гг., показали, что строение полей надтепловых и тепловых нейтронов в системе скважина–пласт существенно изменяется при вариации не только свойств пласта, но и скважинных условий (рис. 9.1 а, б).

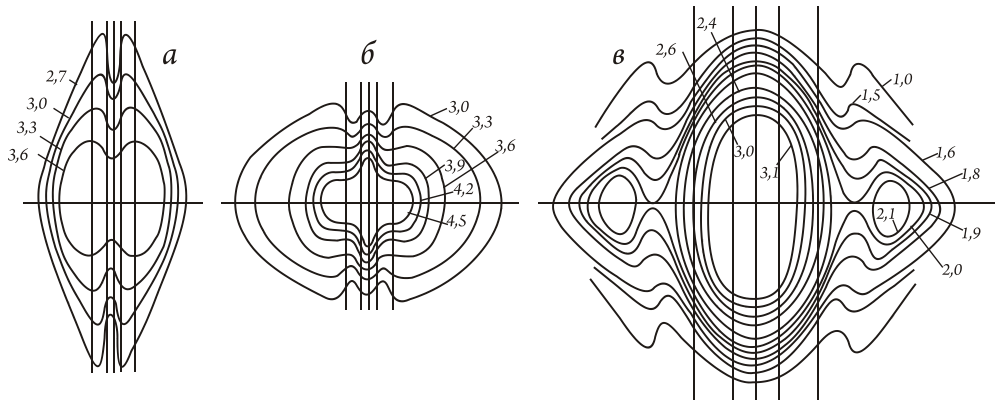


Рис. 9.1 а, б, в. *Линии равных скоростей счёта (lg N) нейтронов в плоскости, проходящей через ось скважины: для индиевых нейтронов (E=1,46 эВ) в песчаном пласте и необсаженной скважине*:

а — скважина сухая, $m = 35\%$;

б — скважина заполнена водой, $m = 7\%$ (*по А.В. Золотову*);

в — то же для резонансных нейтронов $^{109}_{47}Ag$ (E=4,9 эВ)

в пласте известняка с $m = 30\%$ (*по О.А. Барсукову и др.*).

Вертикальными линиями обозначены стенки прибора и скважины;

диаметр скважины $d_c = 200$ мм, диаметр прибора $d_{пр} = 100$ мм

По данным измерений О.А. Барсукова и В.С. Авзянова, в осевом и радиальном направлениях поле спадает немонотонно (рис. 9.1 в). В плоскости источника, перпендикулярной к оси скважины, наблюдаются локальные максимумы. Последующие эксперименты Д.И. Лейпунской с сотрудниками подтвердили эти результаты.

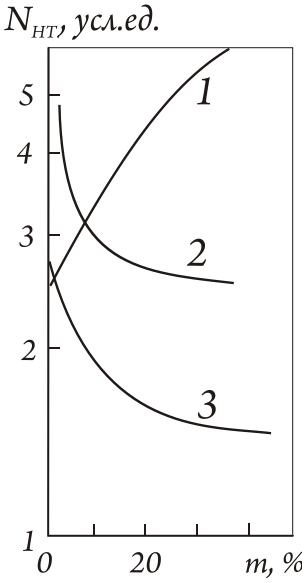


Рис. 9.2. *Влияние изменения конструкции и заполнения скважины на характер зависимости показаний ННМнт от водонасыщенности песчаного пласта* (*по Б.М. Бурову, Г.Н. Дарвойду и др.*).
Размер зонда *Z*=50 *см*; источник Po-Be, $d_c = 300$ *мм*;
1 — сухая необсаженная скважина;
2 — сухая обсаженная скважина (диаметр колонны $d_{K(MI)} = 150$ *мм*);
3 — обсаженная скважина, заполненная водой

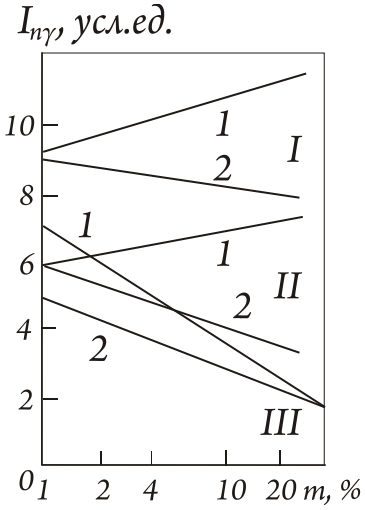


Рис. 9.3. *Влияние изменения размера зонда, диаметра и заполнения необсаженной скважины на характер зависимости показаний НГМ от водонасыщенности пласта известняка* (*по И.Т. Дивану*)
Источник Ra-Be: диаметр скважины 255 *мм* (**1**) и 150 *мм* (**2**).
I — скважина сухая, размер зонда *Z*=50 *см*;
II — то же, *Z*=66 *см*
III — скважина заполнена водой, *Z*=50 *см*

Следствием высокой чувствительности поля медленных нейтронов к изменению физических и геометрических параметров системы прибор–скважина–пласт является резкое изменение характера зависимостей показаний нейтронных методов (по надтепловым и тепловым нейтронам и нейтронного гамма-метода) от водонасыщенной пористости пласта с изменением конструкции и заполнения скважины (рис. 9.2, рис. 9.3).

9.2. *Принцип подобия в ядерной геофизике*

При изучении интерпретационных зависимостей различных ядерно-физических методов возникают вопросы, требующие экспериментального изучения закономерностей полей излучений на моделях пластов. Такие измерения трудны или вообще невозможны. Дело в том, что в лабораторных условиях невозможно воспроизвести модель пласта с плотностью реальной породы в условиях её естественного залегания. Принцип подобия (Ш. А. Губерман, 1961)[1] позволяет пересчитать результаты измерений, выполненных в насыпных средах, на породы реальной плотности.

Пусть плотности реальной и модельной сред σ и σ' отличаются в C раз (*коэффициент подобия*):

$$\sigma/\sigma' = C\,.$$

Тогда плотности потока нейтронов (или гамма-квантов) N и N' в средах с реальной и модельной плотностями связаны соотношением:

$$N(r) = N'(r')/C^2\,,$$

на расстояниях («длинах зондов») от точечного источника r и r' соответственно:

$$r = r'/C\,.$$

Условия подобия: среды геометрически подобны, химический состав соответствующих областей одинаков, источники геометрически подобны, имеют подобную форму колебаний излучений во времени, одинаковую угловую и спектральную (по энергии) характеристики. Уменьшение пространственно-временных масштабов в C раз эквивалентно увеличению плотности в C раз. Это позволяет моделировать процессы с помощью сред другой плотности, но на установках другого размера или в ином масштабе времени (для импульсных источников).

Например, экспериментально изучались зависимости показаний детекторов надтепловых и тепловых нейтронов в однородных кварцевом песчанике

[1] Губерман Ш.А. Теория подобия и радиометрия скважин. М.: Гостоптехиздат, 1962.

и известняке от водонасыщенной пористости m в диапазоне $0{,}3\% < m < 35\%$ с мелким шагом 1,5%–3%. Чтобы добиться такого высокого разрешения по водородосодержанию, изменение последнего обеспечивалось смешиванием сухого кварцевого песка со снегом, а для известняка — смешиванием мраморной крошки с гранулированным полиэтиленом и снегом[2].

В некоторых случаях оказывается полезным соблюдение *приближенного подобия*[3].

9.3. *Пространственный декремент поля нейтронов в системе скважина–пласт*

Как показывают результаты многочисленных экспериментальных исследований и численных расчётов, наиболее устойчивым для системы скважина–пласт является характер зависимости показаний детектора от размера зонда Z. Независимо от вида генерируемого и регистрируемого излучения (нейтроны, гамма-кванты), конструкции прибора и скважины, типа её заполнения и положения прибора в ней, минерального состава скелета породы, её пористости и типа флюида, заполняющего ёмкостное пространство, показания детектора всегда убывают с увеличением размера зонда Z:

$$\frac{d}{dZ}\ln I\left(Z\right) = -\alpha\left(Z\right) < 0\,. \tag{9.1}$$

Это — устойчивая закономерность, общая для всех активных (использующих внешние, не присущие самой горной породе, источники излучения) ядерно-физических методов исследования горных пород. Функция $\alpha(Z)$ сравнительно слабо изменяется с изменением Z и стремится к константе (зависящей от свойств пласта) с увеличением размера зонда j. Величина $\alpha(Z)$ — это физический параметр системы скважина–пласт–декремент простран-

[2] Кожевников Д.А. и др. Экспериментальное изучение нейтронных полей в однородных водородосодержащих средах. //Труды МИНХ и ГП им. И.М.Губкина, вып. 111. М.: Недра, 1974. — С. 40–56.

[3] Губерман Ш.А. и др. Применение теории подобия при изучении процессов переноса излучения. //Radioisotope Instruments in Industry and Geophysics. Vol 2. IAEA, Vienna, 1966. — P. 85–99.

ственного (по оси Z) изменения в скважине поля излучения, сформированного пластом с фиксированными физическими свойствами. Для двухзондовых (и многозондовых) приборов эта величина может быть непосредственно измерена и становится интерпретационным параметром, позволяющим количественно охарактеризовать петрофизические свойства пласта.

Уравнение (9.1) можно рассматривать как алгоритм определения декремента затухания стационарного поля излучения в скважине:

$$\alpha(Z) = -\frac{1}{I(Z)}\frac{\partial I(Z)}{\partial(Z)}. \qquad (9.1')$$

Закон изменения показаний детектора в зависимости от размера зонда Z в общем случае имеет вид

$$I(Z) = I_0 \exp\left[-\int_0^z \alpha(\zeta)\, d\zeta\right]. \qquad (9.2)$$

Предэкспоненциальный множитель I_0 представляет собой показания прибора на нулевом зонде $(Z = 0)$. Эта величина пропорциональна мощности источника Q и эффективности детектора и зависит от свойств пласта, скважинных условий измерений и конструкции прибора.

Введём в системе скважина–пласт цилиндрические координаты (r, ζ, φ), совместив полярную ось с осью цилиндрических зон (для простоты все зоны считаем коаксиальными), и функцию $\Phi(r,\zeta,\varphi|Z)$ — такую, что произведение $d\Phi(r,\zeta,\varphi|Z)dV$ определяет вклад излучения выделенного объёма $dV = 2\pi r\, dr\, d\varphi\, d\zeta$ радиуса r толщиной dr высотою $d\zeta$ и центральным углом при вершине $d\varphi$, около точки (r, ζ, φ) в показания детектора на зонде Z. Величина $d\Phi$ соответствует абсолютному вкладу в показания детектор излучения, прошедшего из источника в элемент объёма dV, а из него — на детектор через соответствующие промежуточные среды (зоны) и не испытавшего взаимодействия более удалённых (чем dV) объёмах среды.

Тогда показание прибора записывается виде:

$$I(z) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \int_0^{\infty} \Phi(r,\zeta,\phi|Z)\, r dr \equiv \sum_{k=1}^{n} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \tilde{\Phi}(r|Z) r dr, \qquad (9.3)$$

где для краткости обозначено:

$$\tilde{\Phi}(r \mid Z) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Phi}(r, \zeta, \varphi \mid Z)\, d\zeta$$

и суммирование распространено на все цилиндрические зоны, характеризующиеся радиальной однородностью физических свойств. Предполагается, что свойства всех зон, включая зону проникновения и неизменную часть пласта, не изменяются вдоль оси ζ .

Каждое слагаемое в (9.3) соответствует абсолютному вкладу в показание детектора излучения, приходящего из цилиндрического слоя радиально-однородной среды, заключённой между цилиндрическими поверхностями радиусов r_{k-1} и r_k .

Введём функцию

$$G_k(Z) \equiv G(Z, r_{k-1}, r_k) = \frac{1}{I(Z)} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \tilde{\Phi}(r \mid Z)\, r\, dr = G(Z \mid r_k) - G(Z \mid r_{k-1}), \quad (9.4)$$

R—радиусы образующих цилиндрического слоя *k*-той зоны. Она имеет смысл интегрального радиального геометрического фактора *k*-той цилиндрической зоны. Величина $G_k(Z)$ представляет собой относительный интегральный вклад излучения, приходящего из радиально-однородного цилиндрического слоя толщиной $(r_k - r_{k-1})$ в детектор, т.е. определяет влияние *k*-го слоя (зоны) по его вкладу в результирующее показание детектора.

Величина $$g(R \mid Z) = \frac{\partial G(R \mid Z)}{\partial R} = \frac{R\tilde{\Phi}(R \mid Z)}{I(Z)} \quad (9.4')$$

определяет относительный дифференциальный вклад в показания детектора от элементарного цилиндрического слоя единичной толщины на расстоянии *R* от оси прибора. Она имеет смысл дифференциального геометрического фактора элементарного цилиндрического слоя единичной толщины.

Из равенства (9.3) и определения (9.4) следует соотношение:

$$\sum_{k=1}^{n} G_k(Z) = 1. \quad (9.5)$$

Применим теперь к выражению (9.3) общий алгоритм (9.1') определения декремента затухания $\alpha(Z)$ стационарного поля. Выполнив в (9.3) дифференцирование по параметру Z под знаком интеграла, найдём:

$$\alpha(Z)=\frac{1}{I(Z)}\sum_{k=1}^{n}\int_{r_{k-1}}^{r_k}\tilde{\Phi}(r\,|\,Z)\left[-\frac{1}{\tilde{\Phi}(r)Z}\,\frac{\partial\tilde{\Phi}(r)Z}{\partial Z}\right]rdr\,. \qquad (9.6)$$

Очевидно, что величина $\Phi(r\,|\,Z)$ при $r_{k-1}\le r\le r_k$ зависит не только от физических свойств пласта, но также от геометрических и физических характеристик остальных зон, формирующих поле излучения в рассматриваемой системе. Можно предположить, однако, что в пределах каждой зоны соответствующий декремент

$$\alpha_k=-\frac{\partial}{\partial Z}\ln\tilde{\Phi}(r\,|\,Z),\quad r_{k-1}\le r\le r_k \qquad (9.7)$$

определяется только её физическими свойствами и, в силу радиально-осевой однородности зоны, не зависит от переменных (r, Z). Это значит, что функция Φ приближенно представима в виде:

$$\tilde{\Phi}(r\,|\,Z)\sim f(r)e^{-\alpha_k Z},\quad r_{k-1}\le r\le r_k,$$

где $$\alpha_k=\begin{cases}(L_S)_k^{-1}\ для\ ННМнт\\(M)_k^{-1}\ для\ ННМт\end{cases},$$

L_S, M — длины замедления и миграции надтепловых и тепловых нейтронов.

На основании (9.7), (9.3) и (9.4) получим:

$$\alpha(Z)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k G_k(Z)\alpha\,. \qquad (9.8)$$

Таким образом, результирующий декремент затухания $\alpha(Z)$ аддитивен относительно декрементов затухания в каждой из выделенных зон, взвешенных с соответствующими функциями влияния G_k. Ниже рассмотрим свойства этих функций, которые имеют смысл относительных вкладов излучений зон в результирующие показания.

9.4. *Геометрические факторы зон в системе скважина–пласт*

Относительное влияние *k*-й цилиндрической зоны на показания детектора на зонде *Z* определяется соотношением:

$$G_k(Z) = \frac{I(R_k;Z) - I(R_{k-1};Z)}{I_\infty(Z)} = G(R_k;Z) - G(R_{k-1};Z), \qquad (9.9)$$

где $I(R;Z) = \int_0^R \tilde{\Phi}(r \mid Z)\, rdr; \quad I_\infty(Z) = \int_0^\infty \tilde{\Phi}(r \mid Z)\, rdr$.

Величина $I(R;Z)$ — показание детектора на зонде *Z* глубинного прибора, окружённого совокупностью сред, ограниченных цилиндрической поверхностью радиуса *R* (рис. 9.4 а). Если $R < r_c$ зависимость $I(R;Z)$ одинакова для пластов различного состава; при $R < r_c$ показания растут с увеличением *R*, асимптотически стремясь к величине $I(Z) = I_\infty(Z)$, регистрируемой в реальных условиях.

Величина $G(R;Z) = I(R;Z)/I(Z)$ — геометрический фактор цилиндрического объёма (бесконечной длины) конечного радиуса *R*. Зависимость $G(R;Z)$ изображается кривой насыщения (рис. 9.4).

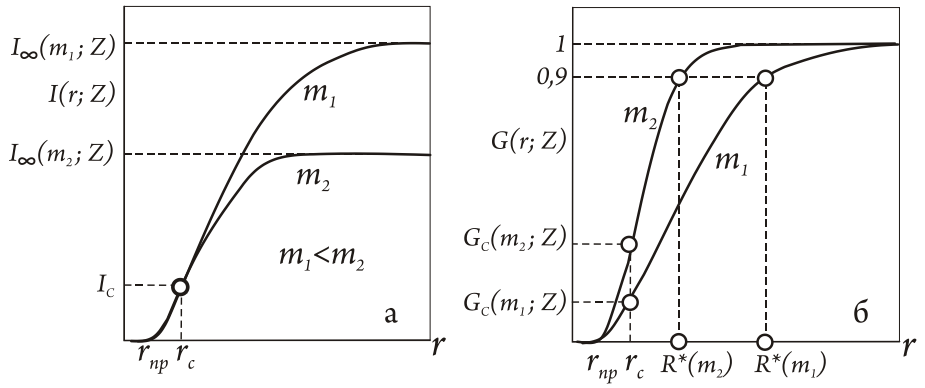


Рис. 9.4 а, б. *Схема радиального насыщения показаний детектора медленных нейтронов* (**а**) *и геометрического фактора цилиндрического объёма* (**б**) *в скважине и пластах различного водонасыщения* m_1 и m_2 $(m_1 < m_2)$; $r_{пр}$ — радиус прибора; r_c — радиус скважины, I_c — «излучение скважины», G_c — геометрический фактор скважины, R^* — «геометрический» радиус исследования

Как видно из рис. 9.4 (б), геометрический фактор скважины зависит не только от её диаметра (и диаметра глубинного прибора), но также от размера зонда и от свойств пласта. Сказанное справедливо не только для геометрического фактора скважины и пласта, но и для геометрических факторов других промежуточных зон. В свою очередь, *G*-фактор пласта определяется свойствами и радиальными размерами остальных зон (а также размером зонда *Z*, которым производятся измерения).

Амплитудные и декрементные интерпретационные модели

Пространственные геометрические факторы используются при решении прямых и обратных задач различных методов ГИС. Различаются два типа интерпретационных моделей: амплитудные и декрементные.

При отсутствии в скважинном приборе внешнего источника поля, измеряемый в скважине сигнал ε является суммой сигналов ε_k, обусловленных отдельными зонами системы скважина–пласт:

$$\varepsilon = \sum_k \varepsilon_k G_k, \quad \sum_k G_k = 1, \tag{9.10}$$

где ε_k — сигнал, измеряемый при заполнении всего пространства веществом со свойствами *k*-й зоны Ω_k:

$$\Omega_k = K\,\varepsilon_k.$$

Понятия «размер зонда», «время задержки» у «пассивных» методов отсутствуют, а величина *K* («коэффициент зонда») является метрологической характеристикой измерительного прибора. Определяемый эффективный параметр Ω^* связан с истинными параметрами сред Ω_k и их геометрическими (не зависящими от физических свойств) характеристиками G_k соотношением:

$$\Omega^* = \sum_k \Omega_k G_k. \tag{9.10′}$$

Это — *амплитудные модели.*

В силу соотношения (9.8) для активных методов радиометрии свойство аддитивности выполняется не относительно амплитуды поля, а относительно его пространственного или временного декремента. Это — *декремент-*

ные модели. Кроме того, выступающие в (9.8) геометрические факторы G_k отдельных зон зависят не только от геометрических, но и от физических характеристик системы скважина–пласт.

9.5. *Глубинность исследования*

Геометрический фактор характеризует представительность цилиндрических объёмов различного радиуса R по величине их относительного вклада в результирующие показания (независимо от конкретной решаемой задачи), поэтому знание радиального изменения $G(R)$ позволяет определить геометрическую глубинность исследования.

Геометрическая глубинность исследования («радиус исследования») $R^*(Z)$ есть радиус такого цилиндрического объёма, из которого поступает определённая доля, например, 90% или 95% всего регистрируемого на зонде Z излучения (рис. 9.4 б); величина $R^*(Z)$ определяется непосредственно через геометрический фактор:

$$G(R^*;Z) = 0,9\,. \qquad (9.11)$$

Геометрическая глубинность изучалась экспериментально и теоретически в связи с задачей определения размеров цилиндрических моделей пласта, обеспечивающих отсутствие краевых эффектов. Кривые, аналогичные приведённым на рис. 9.4 (б), нередко называют кривыми глубинности. Для различных ядерно-физических методов эти кривые имеют форму кривых насыщения, которые, однако, заметно различаются по величине геометрической глубинности (рис. 9.5).

На рис. 9.6 показана зависимость радиуса исследования ННМт от размера зонда для обсаженной скважины ($d_c = 197$ *мм*, $d_{кол} = 127$ *мм*), заполненной водой, и пластов с водонасыщением 1 и 20%, вычисленная по декрементной интерпретационной модели, в сравнении с результатами расчётов по методу Монте–Карло. Расхождение с данными аналитического расчёта наблюдается только для сравнительно больших зондов, где погрешность расчётов по методу Монте–Карло уже велика.

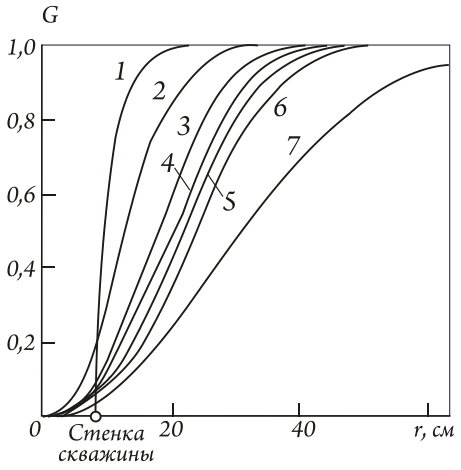


Рис. 9.5. *Кривые глубинности для различных методов радиометрии скважин* (*по данным многих авторов, схематизировано*).
1 — спектрометрический нейтронный гамма-метод по гамма-излучению неупругого рассеяния на ядрах ^{12}C;
2 — плотностной гамма-гамма-метод;
3 — нейтрон-нейтронный метод по надтепловым нейтронам;
4 — нейтрон-нейтронный метод по тепловым нейтронам;
5 — метод наведённой активности (по излучению ^{24}Na);
6 — нейтронный гамма-метод;
7 — импульсный нейтрон-нейтронный метод

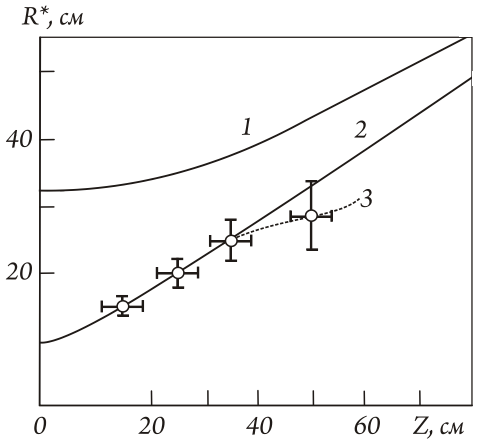


Рис. 9.6. *Геометрический радиус исследования ННМт как функция размера зонда в обсаженной скважине, заполненной водой.*
Расчёт методом Монте–Карло (*по данным И.Л.Дворкина и В.Н.Старикова*)
$d_c = 197$ *мм*, $d_{кол} = 127$ *мм*,
$d_{пр} = 42$ *мм*, источник Ро-Ве.
Вода в скважине, цементе и пласте — пресная.
1 — m=1%;
2 — m=20%;
3 — m=20%

Выполненные расчёты показывают, что радиус исследования существенно зависит от размера зонда, водородосодержания пласта (изменение хлоросодержания, учитываемое в ННМт, влияет слабо), диаметра, конструкции и заполнения скважины, диаметра глубинного прибора, а также спектра нейтронного источника.

Наряду с понятием геометрической глубинности целесообразно рассматривать понятие «*информационной глубинности*» исследования, которая измеряется радиусом цилиндрического объёма, изменение свойств исследуемой среды, вне которого на заданную величину вызывает изменение показаний прибора, превышающее погрешность измерений.

Общее определение информационной глубинности исследования таково: пусть $I(R; x_1, x_2 = x_1 + \Delta x)$ — показание прибора, определяемое параметрами двух сред x_1 и x_2, из которых первая заключена в цилиндрическом слое толщиной $R - r_c$ (соосном со скважиной), вторая — вне этого цилиндра. Если $\Delta I(R; x_1, x_2)$ — изменение показаний прибора, вызванное заданным возмущением Δx, то информационной глубинностью исследования (радиусом исследования) по параметру x называется такое значение $R_\varepsilon(x, \Delta x)$, при котором

$$\Delta I(R_\varepsilon, x_1, \Delta x) = k\varepsilon, \tag{9.12}$$

где ε — заданная погрешность измерений, k — параметр надёжности.

Информационный радиус исследования зависит от свойств пласта, параметра, для определения которого применяется данный метод, от конструкции скважины и прибора, от стабильности и эффективности регистрирующей аппаратуры и мощности источника. Непосредственно через фактор G эта величина не выражается. Важнейшими примерами информационной глубинности являются впервые введённые А. В. Золотовым понятия «глубинность исследования по хлору» и «глубинность исследования по водороду».

Понятие информационной глубинности проиллюстрируем на практически важном примере глубинности исследования по хлору, определённой по результатам математического моделирования методом Монте–Карло (рис. 9.7). Следуя И. Л. Дворкину, радиусом исследования по хлору назовём разность $R - r_c$, где R — радиус зоны проникновения пресного фильтрата глинистого раствора в пласт, насыщенный минерализованной водой, r_c — радиус скважины, при условии, что показания ННМт в пласте с пресным проникновением отличаются от показаний в пласте, полностью насыщенном пресной водой, на величину погрешности измерений.

Расчёты выполнены для двух случаев: скважина сухая (соответствует прибору, наружный диаметр которого близок к внутреннему диаметру обсадной колонны, рис. 9.7, кривая *1*) и скважина заполнена водой (соответствует измерениям прибором малого диаметра, рис. 9.7, кривая *2*).

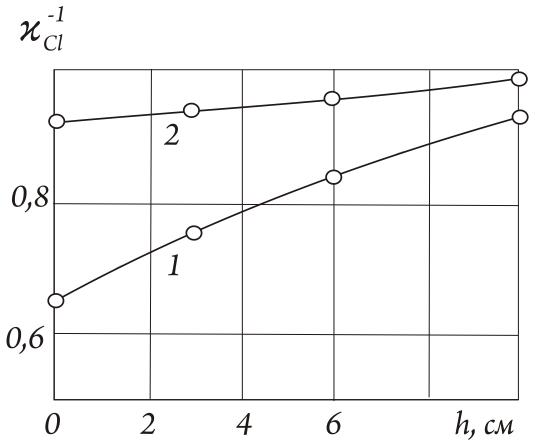


Рис. 9.7. *Зависимость коэффициента дифференциации показаний ННМт по хлору от глубины проникновения h пресной жидкости в пласт, насыщенный минерализованной водой.*
Расчёт методом Монте–Карло (*по И.Л.Дворкину и др*).
Размер зонда *Z*=25 *см*, d_c=197 *мм*, $d_{кол}$=127 *мм*, $d_{пр}$=42 *мм*, источник Po-Be

Коэффициент дифференции показаний по хлору κ_{Cl} представляет собой отношение показаний $N_н$ в пласте, насыщенном солёной водой, к показаниям $N_в$ в пласте с зоной проникновения пресной воды, в зависимости от глубины проникновения $h = R - r_c$. Приняв погрешность измерений $\varepsilon = 5\%$, по кривым рис. 9.7 можно определить, что в скважине, заполненной водой, радиус исследования по хлору составляет всего 3–5 *см*, а в сухой скважине — около 10 *см*. Поскольку радиус исследования по хлору определяется длиной диффузии тепловых нейтронов, а радиус исследования по водороду — и длиной замедления, и длиной диффузии, второй значительно больше первого.

Из-за увеличения погрешности измерений с ростом размера зонда информационный радиус исследования как функция *Z* имеет максимум.

9.6. *Свойства геометрических факторов зон*

Анализ свойств геометрических факторов скважины, пласта и цементного камня (для практически интересного случая обсаженной скважины, заполненной водой) позволяет выявить важные закономерности поля излучения в наиболее наглядной форме.

Геометрические факторы очень сильно зависят от размера зонда: на малых зондах показания определяются параметрами скважины и её заполнения, на больших зондах — свойствами пласта (рис. 9.8, рис. 9.9). Физическое объяснение этого факта состоит в том, что обсаженная скважина, как

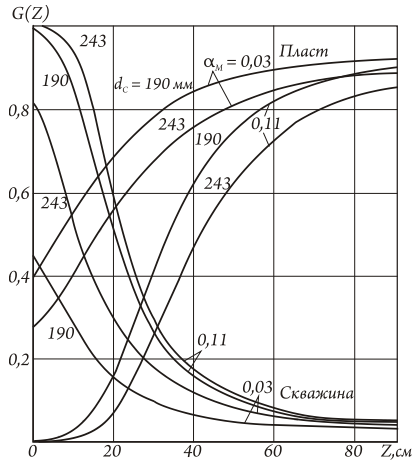


Рис. 9.8. *Геометрические факторы заполнения скважины и пласта как функции длины зонда для скважин различного диаметра и различных значений обратной длины миграции тепловых нейтронов.*
Диаметр прибора ННМт 42 *мм*
(*по Д.А. Кожевникову*)

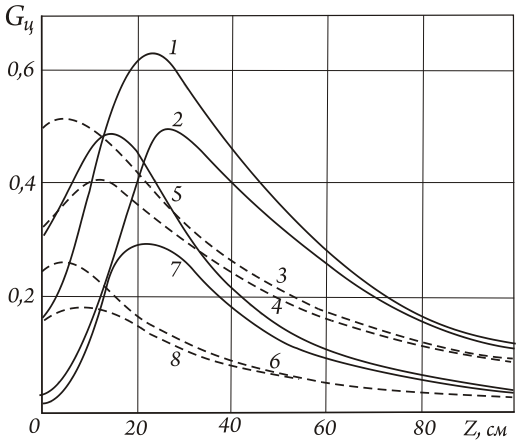


Рис. 9.9. *Зависимость геометрического фактора цементного кольца от размера зонда для обсаженных скважин и приборов различного диаметра.*
Сплошные линии — для m=22%,
пунктирные — для m=0,5%.
для кривых 1–4: d_c=300 мм, $d_{кол}$=150 мм;
для кривых 5–8: d_c=197 *мм*, $d_{кол}$=127 мм;
1, 3, 5, 7: $d_{пр}$=102 *мм*;
2, 4, 6, 8: $d_{пр}$=42 *мм*

гетерогенная металло-водная смесь, характеризуется малыми длинами замедления и диффузии (гораздо меньшими, чем в пласте). В связи с этим, показания больших зондов определяются нейтронами, замедлившимися в пласте, тогда как показания малых зондов — нейтронами, замедлившимися в скважине. Геометрические факторы скважины, цементного кольца и пласта существенно зависят от водородосодержания последнего. Изменение диаметров скважины и глубинного прибора заметно влияет на геометрические факторы скважины и цементного кольца, и слабее — на фактор пласта, особенно при измерениях большими зондами.

Поскольку с увеличением размера зонда величина геометрического фактора пласта растёт, чувствительность показаний к петрофизической характеристике пласта (водо-, нефте- и газонасыщенность, глинистость) также повышается. Это — общая для всех нейтронных методов закономерность.

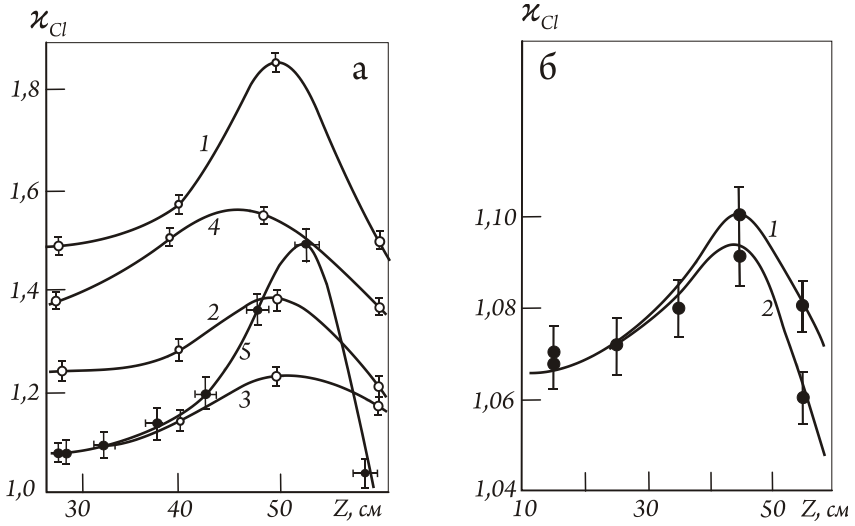


Рис. 9.10 а, б. *Зависимость коэффициента дифференциации по хлоросодержанию* (*«эффект водонефтяного контакта»*) *от размера зонда для ННМт и НГМ.*

а) 1 — скважина необсаженная, d_c=260 *мм*, песок с влажностью 16%, прибор с наружным борным экраном; 2 — то же, прибор без борного экрана; 3 — скважина обсажена, цемент пресный, прибор без борного экрана (*НГМ, по данным В.В.Ларионова*); 4 — скважина обсаженная, d_c=250 *мм*, $d_{кол}$=150 *мм*, $d_{пр}$ =120 *мм*, цемент пресный (ННМт, *по данным О.А.Барсукова*); 5 — скважина обсаженная, d_c=197 *мм*, $d_{кол}$=127 *мм*, $d_{пр}$=42 *мм*, песчаник с *m*=20%, цемент пресный, прибор прижат к колонке (ННМт, расчёт по методу Монте–Карло *по данным И.Л.Дворкина и др.*);
б) скважина обсаженная, d_c=300 *мм*, $d_{кол}$=150 *мм*, $d_{пр}$=42 *мм*, детекторы — газоразрядные счётчики СНМ-9: 1 — по измерениям в одной из скважин Туймазинского нефтяного месторождения; 2 — по измерениям на модели пласт (*по данным И.Л.Дворкина*)

Геометрический фактор $G_ц$ отдельного цилиндрического слоя — цементного кольца — более сложно зависит от размера зонда *Z*, чем факторы скважины и пласта: в пластах малого водородосодержания $G_ц$ имеет слабый максимум на малых зондах ($Z \approx 10$ *см*), затем монотонно убывает с увеличением *Z*. В хороших коллекторах — пластах с высоким водородосодержанием — зависимость $G_ц(Z)$ характеризуется резким максимумом при $Z \approx 20-25$ *см*, амплитуда которого тем больше, чем больше толщина цементного кольца и диаметр глубинного прибора (рис. 9.10).

Увеличение $G_ц$ с ростом *Z* объясняется увеличением вклада нейтронов, приходящих в детектор не из скважины, а из прискважинной зоны. При даль-

нейшем увеличении размера зонда регистрируются тепловые нейтроны из более удалённых, чем цементное кольцо, участков пласта, и $G_ц$ убывает.

С анализом свойств геометрического фактора цилиндрического слоя связано решение практически важного вопроса об условиях эффективного выделения продуктивных коллекторов в обсаженных скважинах по данным ННМт.

Эксперименты, проведённые в середине 50-х годов О.А. Барсуковым, впервые показали, что зависимость дифференциации показаний ННМт по хлоросодержанию от размера зонда Z немонотонна, причём максимум наблюдается на зонде $Z \approx 40-50$ *см*. Последующие экспериментальные исследования Ю. А. Гулина, В. В. Ларионова, И. Л. Дворкина, Л. З. Цлава и других исследователей, выполненные как в лабораторных (на моделях пласта), так и в производственных условиях, результаты обширных расчётов по методу Монте–Карло подтвердили эти результаты (рис. 9.10). Однако, объяснить и рассчитать полученные эффекты удалось лишь на основе анализа геометрических факторов в системе прибор–скважина–пласт.

Эффективность определения положения водонефтяного контакта (ВНК) и разделения нефте- и водоносных коллекторов оценивается величиной дифференциации показаний по хлоросодержанию $\kappa_{Cl} = N_н / N_в$ («эффект ВНК» — отношение показаний против нефтеносной части переходной зоны ВНК к показаниям в водоносной части). Величина эффекта определяется влиянием цилиндрического слоя в пределах радиуса исследования по хлору, включающего цементное кольцо и (при достаточно большом диаметре прибора) часть пласта с флюидом различного хлоросодержания.

Поскольку в контакте с солёной водой цемент осолоняется и аккумулирует хлор (Ю. А. Гулин, В. М. Иванов), цементный камень активно участвует в формировании полезного эффекта. Для приборов малого диаметра, когда пласт не попадает в зону исследования, полезный эффект определяется только свойствами цемента.

Экстремальная зависимость геометрического фактора от размера зонда характерна не только для цементного кольца, но и для любого цилиндрического слоя (в пласте достаточно высокой пористости). В связи с этим экстремум зависимости $\kappa_{Cl}(Z)$ сохраняется и в случае пресного цемента в скважинах малого диаметра, когда в пределах зоны исследования оказывается слой пласта с флюидом различного типа. Размер зонда, на котором дифференциация по хлору максимальна, примерно в два раза превышает размер зонда, на котором максимален фактор цементного камня (соответствующего цилиндрического слоя).

Наибольшее распространение ННМт получил при исследовании действующих нефтяных скважин в процессе их эксплуатации. Диаметр скважинных приборов при этом составляет от 25 до 42 *мм* при размере зонда 25 *см* (приборы РКМ-4, РК-25). Опыт промышленного применения метода показывает, что величина κ_{Cl} мала, и надёжная информация о характере насыщения пласта возможна только при благоприятных геологопромысловых условиях. Действительно, мы видим, что используемый размер зонда не является оптимальным.

Примером, иллюстрирующим возможность существенного повышения эффективности разделения пластов по характеру насыщения (нефть–вода) путём оптимизации конструкции зондового устройства, служит прибор НИВ-25 (нейтронный индикатор влажности). Он имел диаметр 25 *мм* (для исследования механизированных скважин через межтрубное пространство), был снабжён прижимным устройством и двумя счётчиками, специальным образом ориентированными и экранированными кадмием. Один счётчик направлен к центру скважины, другой — к пласту. Это позволило уменьшить влияние заполнения скважины при определении насыщения пласта и выделять интервалы поступления жидкости с различными нейтронными свойствами. Несмотря на то, что размер зонда (20 *см*) был меньше оптимального, эффект на ВНК достигал 30%.

9.7. *Интерпретационные и метрологические параметры ННМ*

В стационарных методах радиометрии скважин используются однозондовые и двухзондовые (многозондовые) модификации. Последние впервые были опробованы сотрудниками лаборатории ядерной геофизики Московского нефтяного института им. И. М. Губкина (О. А. Барсуков и др.) под названием «*боковое нейтронное зондирование*». Промышленное значение они приобрели после появления высокоэффективных гелиевых счётчиков и достаточно мощных источников нейтронов. Однозондовые и двухзондовые модификации заметно различаются своими метрологическими характеристиками, способами интерпретации результатов измерений и самими интерпретационными параметрами.

При количественном определении «пористости» или «водородосодержания» (точнее, водонасыщенной пористости *m*, или объёмной влажности) однозондовыми приборами используются интерпретационные параметры: $D(m)=\dfrac{I(m)}{I_{\min}}$, $D'(m)=\dfrac{I(m)}{I_{\max}}$ — показания прибора, выраженные в условных единицах, а также так называемый двойной разностный параметр $J(m)$:

$$J(m)=\frac{I(m)-I_{\min}}{I_{\max}-I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ — показания в «опорных» пластах (или соответствующих эталонировочных устройствах).

$$I_{\max}=I(\mu,Z);\ I_{\min}=I(M,Z),$$

$\mu=m_{\min}$ и $M=m_{\max}$ — соответственно минимальное и максимальное водородосодержание, имеющие место в изучаемом коллекторе, или обеспечиваемые конструкцией эталонировочного устройства.

Коэффициент дифференциации прибора по водородосодержанию (для фиксированных условий измерений)

$$\kappa_m\equiv\kappa_m(Z)=\frac{I(\mu,Z)}{I(M,Z)}. \qquad (9.13)$$

Зависимость коэффициента дифференциации от размера зонда определяется выражением:

$$\kappa(Z) = \kappa(0)\exp\left[\int_0^Z \Delta\alpha(x)\,dx\right],$$

где $\kappa(0)$ — коэффициент дифференциации на нулевом зонде, и $\Delta\alpha(Z) = \alpha(M,Z) - \alpha(\mu,Z)$.

Если прибор прижат к стенке скважины, геометрические факторы скважины и пласта перестают зависеть от размера зонда при меньших Z, чем в случае центрированного зонда. В связи с этим, зависимость $\kappa(Z)$ оказывается экспоненциальной [при $(M-\mu) > 0{,}3$; если $(M-\mu) < 0{,}15$, зависимость уже неэкспоненциальна]. Величины D, D' и J изменяются в пределах $(0 \le m \le 1)$:

$$1 \le D(m) \le \kappa_m; \quad \frac{1}{\kappa_m} \le D'(m) \le 1, \quad 0 \le J(m) \le 1.$$

Таким образом, в однозондовых модификациях нейтронных методов первичным интерпретационным параметром является дифференциация показаний $D(m_1, m_2, Z)$ двух пластов по определяемой нейтронной (петрофизической) характеристике m:

$$D_m(Z) = \frac{I(m_1, Z)}{I(m_2, Z)}. \qquad (9.14)$$

В двухзондовых (и многозондовых) модификациях ННМ используется интерпретационный параметр

$$D_Z(m) = \frac{I(m, Z_1)}{I(m, Z_2)}, \; Z_1 < Z_2, \qquad (9.15)$$

представляющий собой не что иное, как величину дифференциации показаний относительно изменения размера зонда (для простоты полагаем, что счётные эффективности детекторов на зондах Z_1 и Z_2 одинаковы). Одно из важных достоинств двухзондовых приборов состоит в том, что для них не требуется в разрезе опорных пластов с известным водородосодержанием.

Для двухзондовых приборов коэффициентом дифференциации по водородосодержанию служит величина

$$\frac{1}{\Delta Z}\ln\frac{\kappa_{m_2}}{\kappa_{m_1}} \equiv \alpha(M) - \alpha(\mu);$$

κ_{m_1}, κ_{m_2} — коэффициенты дифференциации на зондах размерами Z_1 и Z_2.

Для количественного определения пористости используется зависимость:

$$\alpha(m) = \frac{A(m)}{\Delta Z} \equiv \frac{1}{\Delta Z}\ln D_Z(m),\ \Delta Z = Z_2 - Z_1.$$

Из определений (9.14) и (9.15) следует, что отношение дифференциаций двухзондового прибора по размеру зонда Z для пластов с параметрами m_1 и m_2 равно отношению дифференциаций однозондовых приборов по водородосодержанию при размерах зондов Z_1 и Z_2:

$$\frac{D_m(Z_1)}{D_m(Z_2)} \equiv \frac{D_Z(m_1)}{D_Z(m_2)}.$$

Рассмотрим чувствительность интерпретационных параметров однозондовых и двухзондовых приборов к изменению водонасыщенной пористости.

Чувствительность $S(m)$ показаний однозондового прибора к изменению m, выраженная через интерпретационный параметр, определяется по формуле:

$$S(m,Z) = -\frac{\partial}{\partial m}\ln D_m(Z) \qquad (9.16)$$

(знак минус учитывает уменьшение показаний с увеличением m на обычно используемых заинверсионных зондах).

Из соотношения $\frac{\partial}{\partial m}\frac{1}{D_m} = \frac{S(m,Z)}{D_m}$ следует удобное правило для вычисления чувствительности однозондового прибора:

$$S(m,Z) = D_m(Z)\frac{\partial}{\partial m}D_m^{-1}(Z), \qquad (9.17)$$

которое ещё более упрощается практически линейным характером зависимости от m обратной величины D_m^{-1}.

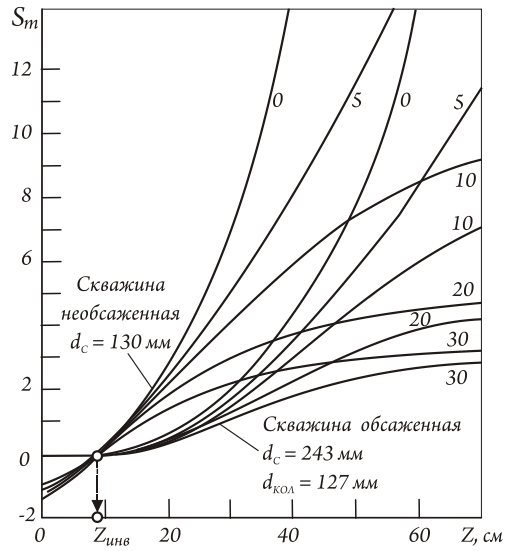


Рис. 9.11. *Чувствительность показаний к измерению пористости как функция размера зонда в скважинах различной конструкции.*
Пласт известняка.
Диаметр прибора — 42 *мм*, источник *Po-Be*.
В скважине — вода, прибор прижат к стенке скважины.
Стрелкой указан размер инверсионного зонда.
Шифр кривых — значения водонасыщенной пористости

На рис. 9.11 показана зависимость чувствительности однозондового прибора от размера зонда при некоторых фиксированных значениях пористости. Как показывает анализ графиков, в наиболее интересной части значений (>15%) чувствительность показаний к изменению пористости снижается.

Из определений вытекает, что чувствительность интерпретационного параметра *двухзондового* прибора к изменению пористости

$$S_2(m) = \frac{\partial}{\partial m} \ln D_Z(m) \equiv S(m, Z_2) - S(m, Z_1) \qquad (9.18)$$

равна *разности* чувствительностей *однозондовых* приборов, из которых составлен данный двухзондовый. Аналогичные соотношения справедливы для чувствительностей относительно изменения любого параметра (включая помехи).

Поскольку размер Z_2 наибольшего из зондов ограничен величиной заданной погрешности измерений (мощностью источника нейтронов), оптимизация конструкции двухзондового прибора сводится к определению размера малого зонда Z_1.

Возможны три варианта: $Z_1 < Z_{инв}$; $Z_1 \approx Z_{инв}$; $Z_1 > Z_{инв}$. В первом случае $S(Z_1) < 0$ и $S_2 > S(Z_2)$, во втором случае — $S(Z_1) \approx 0$, $S_2 \approx S(Z_2)$, в третьем случае — $S(Z_1) > 0$, $S_2 < S(Z_2)$.

Таким образом, в зависимости от длины Z_1 малого зонда чувствительность $S_2(m)$ двухзондового прибора может быть больше, меньше или равна чувствительности $S(Z_2)$ однозондового прибора на длинном зонде Z_2. Казалось бы, для получения максимальной чувствительности $S_2(m)$ показаний двухзондового прибора к изменению водородосодержания короткий зонд надо расположить в доинверсионной области ($Z_1 < Z_{\text{инв}}$). Однако, критерием оптимизации конструкции прибора и методики измерений является достижение минимальной погрешности измерения *m,* а не максимальная чувствительность показаний к измеряемому параметру (погрешность измерений определяется не только чувствительностью показаний к измеряемому параметру, но и чувствительностями к изменениям всех параметров-помех).

Поскольку с увеличением размера зонда величина геометрического фактора скважины быстро уменьшается, чувствительность показаний к изменению диаметра скважины (которое вносит наибольший вклад в погрешность определения пористости) понижается. На доинверсионных зондах чувствительность к параметрам-помехам особенно велика; выигрыш в чувствительности к водородосодержанию не даёт двухзондовому прибору ($Z_1 < Z_{\text{инв}}$) преимущества перед однозондовым в точности измерений. Если же $Z_1 > Z_{\text{инв}}$, то двухзондовый прибор при меньшей чувствительности к пористости, чем у однозондового прибора, обеспечивает более точное определение *m.*

9.8. *Чувствительность показаний прибора к изменению нейтронных характеристик пласта. Связь погрешности измерений с чувствительностью*

Чувствительность *S* показаний глубинного прибора к изменению величины петрофизического параметра *x* изучаемого пласта (или концентрации элемента) является важной метрологической характеристикой прибора. Возможны различные определения чувствительности. Для многих задач ядерной геофизики (в том числе, в нефтегазовой геологии) чувствительность *S*(*x*) целесообразно определить как относительное изменение показаний на единичное изменение определяемого параметра *x*:

$$S(x) = -\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial x} \equiv -\frac{\partial}{\partial x}\ln I\,. \qquad (9.19)$$

Величина чувствительности показаний конкретного прибора, однако, отнюдь не является однозначным критерием метрологического качества конструкции. С точки зрения решения задачи количественного определения параметра *x* оптимальным может быть прибор, вовсе не обладающий максимальной чувствительностью к определяемому параметру. Это — следствие зависимости показаний *J* в системе скважина–пласт не только от *x*, но и от совокупности неконтролируемых параметров–помех $\mathbf{\Pi} = \{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n\}$, по отношению к изменению каждого из которых показания характеризуются чувствительностью S_i:

$$S_i \equiv S(\pi_i) = \frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial \pi_i}\,. \qquad (9.20)$$

Пусть в результате измерения $J(x, \mathbf{\Pi})$ решение обратной задачи получено в виде: $x = x(J, \mathbf{\Pi})$.

Допустим, что компоненты шумового вектора $\{\pi_i\}$ изменяются случайно, и корреляция между ними отсутствует. Тогда среднеквадратичная ошибка $\sigma^2(x)$ в определении параметра *x* равна:

$$\sigma^2(x) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial x}{\partial \pi_i}\right)^2 \sigma_i^2 + \sigma^2(I)\left(\frac{\partial x}{\partial I}\right)^2, \qquad (9.21)$$

где $\sigma^2(I)$ — квадрат погрешности измерения *J*. Поскольку непосредственно измеряемой величиной является *J*, то:

$$\frac{\partial x}{\partial \pi_i} = \frac{\partial I}{\partial \pi_i}\Big/\frac{\partial I}{\partial x} \equiv \frac{S_i}{S(x)}\,.$$

Заменяя в (9.21) производные отношениями чувствительностей, окончательно находим:

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{S^2(x)}\sum_{i=1}^{n}\left[S_i^2\sigma_i^2 + \frac{\sigma_I^2}{I^2}\right]. \qquad (9.22)$$

Эта формула устанавливает соотношение между погрешностью определения *x*, погрешностью измерения *J*, чувствительностью показаний *S*(*x*)

к определяемому параметру, чувствительностями S_i к параметрам–помехам и мерой неопределённости $\{\sigma_1^2\}$ знания их величин. Ошибка в измерении параметра x при наличии n случайно изменяющихся параметров $\{\pi_i\}$ тем меньше, чем больше чувствительность $S(x)$ к определяемому параметру, чем меньше погрешность σ_i измерения параметров π_i (чем у́же диапазон изменения помех). Таким образом, критерием оценки и оптимизации конструкции прибора, *целевой функцией*, является достижение минимальной погрешности измерения m, а не максимальная чувствительность показаний к измеряемому параметру (погрешность измерений определяется не только чувствительностью показаний к измеряемому параметру, но и чувствительностями к изменениям всех параметров–помех).

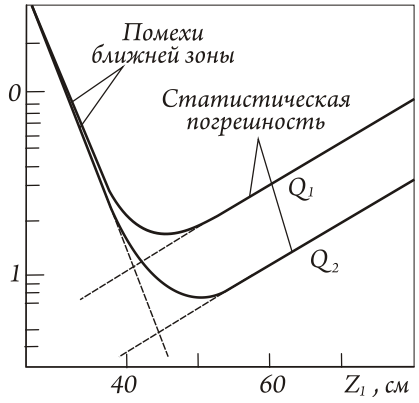


Рис. 9.12. *Зависимость максимальной погрешности определения водородосодержания от размера зонда для двухзондового прибора ННМт.*
Q_1, Q_2 — мощности источников ($Q_2 \approx 10 Q_1$)

На рис. 9.12 показана максимальная погрешность определения m (с помощью двухзондового прибора) как функция размера Z_1 короткого зонда при фиксированном Z_2 (скважина необсаженная, d_c=200 *мм*). Убывающая ветвь зависимости отражает ослабление влияния помех, возрастающая — увеличение погрешности измерений скорости счёта. С изменением пористости обе ветви перемещаются и по вертикали, и вдоль оси Z (в интервале около 25 *см*), поэтому конструкции двухзондовых приборов должны предусматривать, возможность «подстройки под геологический разрез» путём дистанционного изменения пары (Z_1, Z_2) по команде с поверхности.

Поскольку с увеличением размера зонда величина геометрического фактора скважины быстро уменьшается, чувствительность показаний к из-

менению диаметра скважины (которое вносит наибольший вклад в погрешность определения пористости) понижается. На доинверсионных зондах чувствительность к параметрам-помехам особенно велика; выигрыш в чувствительности к водородосодержанию не даёт двухзондовому прибору $(Z_1 < Z_{\text{инв}})$ преимущества перед однозондовым в точности измерений. Если же $Z_1 > Z_{\text{инв}}$, то двухзондовая модификация, обладая в силу (9.18), меньшей чувствительностью к пористости, чем однозондовая, обеспечивает более точное определение m. Рассмотрим это свойство ННМ-2 подробнее.

Соотношение (9.2) позволяет понять принципиальное свойство интерпретационного параметра двухзондовой модификации ННМ, которое невозможно выявить в приближении однородной среды, не учитывая закономерностей поля нейтронов в системе скважина–пласт.

Для однозондовой модификации влияние скважины и пласта измеряется интегралами от соответствующих геометрических факторов по длине зонда (рис. 9.12 а); соответствующие площади соизмеримы (заштрихованы).

Для двухзондовой модификации интегрирование геометрических факторов ведется в пределах базы зонда $(Z_1 < z < Z_2)$, и соотношение резко меняется в пользу пласта (рис. 9.13 б). Таким образом, интерпретационый параметр ННМ-2 обладает свойством автоматической помехоустойчивости относительно неконтролируемых изменений параметров–помех, обусловленных влиянием «ближней зоны».

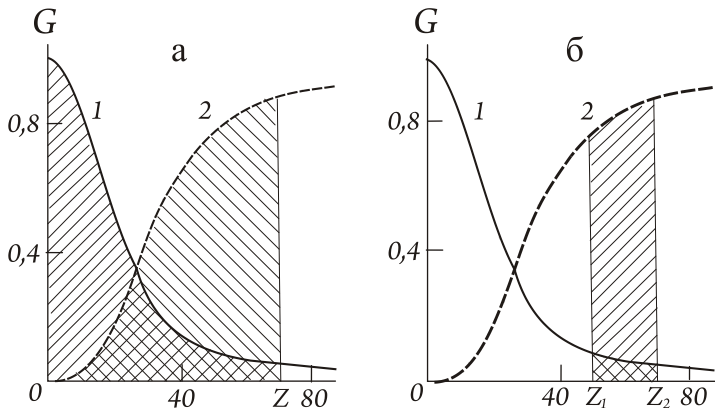


Рис. 9.13 а, б. *Геометрические факторы скважины* (1), *пласта* (2) *и площади, характеризующие влияние скважины и пласта в однозондовой* (**а**) *и двухзондовой* (**б**) *модификациях ННМ, и механизм помехоустойчивости* ННМ-2 (*по Д.А. Кожевникову*)

9.9. *Теория нейтронного гамма-метода*

Влияние излучения скважины на характер зависимости показаний НГМ от пористости пород и хлоросодержания пластовой воды

НГМ отличается от других нейтронных методов наибольшей сложностью физических закономерностей, обусловленной последовательным преобразованием различных полей излучений и наложением («интерференцией») нескольких физических процессов в системе скважина–пласт. Сначала происходит замедление быстрых нейтронов и генерация гамма-излучения неупругого рассеяния, далее — термализация, диффузия и поглощение тепловых нейтронов, генерация захватного и активационного гамма-излучения и его многократное комптоновское рассеяние с последующей регистрацией в сцинтилляционном детекторе. Модель однородной среды даже для качественного объяснения интерпретационных зависимостей НГМ неприменима в принципе.

Характер зависимости $I_{n\gamma}(m)$ обусловлен рядом факторов. К факторам, определяющим процессы замедления и диффузии нейтронов в пласте, относятся изменение водородосодержания (вызванное изменением пористости, нефте-, водо-, газонасыщенности и глинистости) и макроскопического сечения поглощения (вследствие изменения пористости и минерализации пластовой воды).

К факторам, определяющим перенос гамма-излучения, относятся вариации плотности и излучающей способности с изменением пористости, газонасыщенности, глинистости и минерализации воды.

Регистрируемая прибором НГМ *результирующая* зависимость $I_{n\gamma}(m)$ является суперпозицией зависимостей для интенсивностей (плотностей потока) гамма-излучений неупругого рассеяния быстрых нейтронов $I_{(n,n'\gamma)}$, радиационного захвата тепловых нейтронов $I_{(n,\gamma)}$ и естественной радиоактивности $I_{\gamma}(m)$:

$$I_{n\gamma}(m) = I_{(n,n'\gamma)}(m) + I_{(n,\gamma)}(m) + I_{\gamma}(m). \qquad (9.23)$$

Компонента гамма-излучения резонансного поглощения здесь опущена, как нетипичная для минеральных составов терригенных и карбонатных коллекторов нефти и газа.

Компонента $I_{(n,\gamma)}(m)$ — сумма компонент, среди которых можно выделить собственно излучение пласта $I_{\text{пл}}$ и «излучение скважины» I_c:

$$I_{(n,\gamma)}(m) = I_c(m) + I_{\text{пл}}(m), \tag{9.24}$$

причём

$$I_c(m) = \sum_k I_k(m). \tag{9.25}$$

Излучение скважины, в свою очередь, включает ряд компонент $\{I_k\}$, обусловленных активацией натрия в сцинтилляционном кристалле *NaI* тепловыми нейтронами, резонансным поглощением надтепловых нейтронов йодом в кристалле, поглощением тепловых нейтронов в корпусе глубинного прибора, глинистом растворе, глинистой корке, зоне проникновения, а в обсаженных скважинах, кроме того, в стальной обсадной колонне и цементном камне.

Компонента $I_{(n,n'\gamma)}$ гораздо слабее зависит от водородосодержания породы, чем компонента $I_{(n,\gamma)}$: плотность потока быстрых нейтронов, испытывающих неупругое рассеяние, менее чувствительна к m, чем плотность потока тепловых нейтронов, испытывающих радиационный захват (при высоких энергиях нейтронов мало сечение рассеяния на водороде). Вклад компоненты $I_{(n,n'\gamma)}$ существенно зависит от размера зонда: с увеличением Z он быстро уменьшается и при $Z \approx 60$ *см* на величину коэффициента дифференциации уже практически не влияет. Тем не менее замена «жёстких» источников *Po-Be* или *Pu-Be* в приборе НГМ источником с «мягким» спектром типа ^{252}Cf, вообще говоря, увеличивает коэффициент дифференциации показаний НГМ по водороду. Выигрыш в чувствительности при этом достигается не за счёт уменьшения вклада $I_{(n,n'\gamma)}$, а благодаря ослаблению влияния неупругого рассеяния и поглощения быстрых нейтронов в пласте (по компоненте $I_{n\gamma}$).

На определяющую роль излучения скважины I_c указывалось уже в ранних работах О.А. Барсукова, Ю.А. Гулина, В.П. Иванкина и др. Излучение скважины дифференцирует пласты по водородосодержанию не хуже, а лучше, чем собственно излучение пласта, поскольку излучение скважины, обязанное своим возникновением диффузии тепловых нейтронов из пласта, поступает из близкой к индикатору части пространства. Величина $I_c(m)$ пропорциональна плотности тепловых нейтронов в скважине, т.е. компонента $I_c(m)$ отражает показания нейтрон-нейтронного метода по тепловым нейтронам, при котором индикатором является сама скважина и её заполнение в области детектора.

Количественная оценка соотношения компонент I_c и $I_{пл}$ в результирующей величине $I_{n\gamma}$ в зависимости от водородосодержания пласта была получена методом Монте–Карло [Ю.А. Гулин, Ф.Х. Еникеева, В.Н. Стариков]. Влияние изменения минерализации пластовой воды в песчанике на показания НГМ в необсаженной скважине при изменении пористости также было изучено при помощи метода Монте–Карло с учётом спектральной чувствительности детекторов. На рис. 9.14 приведены зависимости $I_{пл}(m)$ и компонент излучения прибора $I_{пр}(m)$ и глинистого раствора $I_р(m)$ для зонда размером 50 *см*.

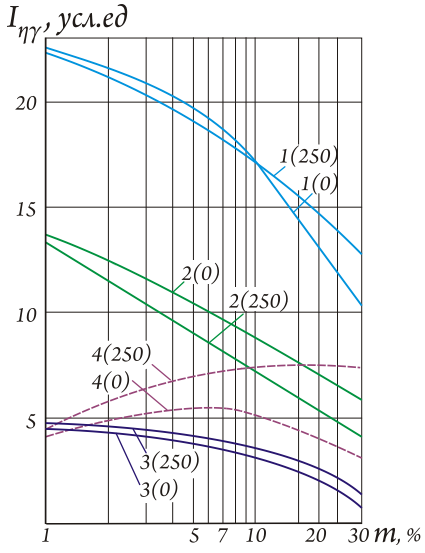


Рис. 9.14. *Зависимости результирующего показания НГМ и его компонент от пористости песчаника, насыщенного пресной и минерализованной водой, для детектора с равномерной эффективностью.*
Величины $C_п$ в *г/л* (указаны в скобках) для зонда *Z*=50 *см*.
1 — результирующая зависимость $I_{n\gamma}(m)$;
2 и 3 — зависимость от величины m компонент излучения из скважины-корпуса прибора и заполнения скважины соответственно;
4 — излучение пласта

Погрешности расчёта приведённых в этом разделе зависимостей являются функциями водородосодержания, минерализации пластовой воды $C_{\text{п}}$, а также размера зонда. Максимальная величина относительного среднего квадратического отклонения зависимости $I_{n\gamma}(m)$ для зонда Z=50 *см* равна 7%. Зависимости показаний НГМ от минерализации $C_{\text{п}}$ определяются с меньшей погрешностью, не превышающей 5%. Вклад компоненты $I_{\text{пр}}$ (прибор диаметром 100 *мм* прижат к стенке скважины, толщина стенки корпуса прибора 10 *мм*, диаметр скважины 197 *мм*) в полное излучение скважины $(I_{\text{пр}} + I_{\text{р}})$ в случае пресного заполнения составляет около 80% при увеличении водонасыщенной пористости до 25%. Вклад $I_{\text{пр}}$ в результирующую величину $I_{n\gamma}$ при тех же условиях составляет около 60%.

Рассмотрим влияние изменения хлоросодержания пластовой воды $C_{\text{п}}$ на зависимости $I_c(m)$ и $I_{\text{пл}}(m)$. Поскольку увеличение $C_{\text{п}}$ снижает компоненту I_c при фиксированном значении пористости, дифференциация $I_{n\gamma}$ по $C_{\text{п}}$ определяется соотношением I_c и $I_{\text{пл}}$.

Водоносные пласты, содержащие минерализованную пластовую воду, характеризуются повышенными значениями $I_{\text{пл}}$ и пониженными значениями I_c по сравнению с пластами, насыщенными пресной водой (нефтью). Это приводит к появлению эффекта инверсии показаний НГМ по хлору: при низкой пористости с повышением $C_{\text{п}}$ $I_{n\gamma}$ уменьшается, а при высокой пористости — увеличивается.

Повышение минерализации пластовой жидкости приводит к уменьшению коэффициента дифференциации κ по водородосодержанию от 2,2 при $C_{\text{п}} = 0$ до 1,8 при $C_{\text{п}} = 250$ *г NaCl* на 1 *л* раствора для зонда размером 50 *см*. Коэффициент дифференциации по хлору в области кондиционных значений пористости 6–16% достигает 1,08 для зондов размером 50 и 70 *см*.

В случае минерализованного заполнения скважины ($C_p = 250$ *г/л*) диапазон изменения пористости, в котором $I_{n\gamma}(m)$ убывает с повышением $C_{\text{п}}$, более широк: $1\% < m < 12\%$ для $Z = 50$ *см* и $1\% < m < 16\%$ для $Z = 70$ *см*. Это объясняется значительным ростом вклада компоненты I_p:

$$I_p\ [I_c(C_p = 250\ \text{г/л}) \approx 1{,}5 \quad I_c(C_p = 0) \quad \text{для всех } m \text{ и } Z = 50\ \text{см}].$$

Анализ энергетических спектров излучения скважины показывает, что плотность потока более жёсткого гамма-излучения ($E_\gamma > 2$ *МэВ*) сильнее зависит от m, чем мягкого гамма-излучения.

Изменение количественного соотношения между $I_{n\gamma}(E_\gamma > 2$ *МэВ*$)$ и $I_{n\gamma}(E_\gamma < 2$ *МэВ*$)$ влечёт некоторое изменение коэффициента дифференциации показаний НГМ по водородосодержанию. Для сцинтилляционных индикаторов, обладающих низкой эффективностью в жёсткой части спектра, величина κ_m составляет 1,9 ($m_{\min} = 1\%,\ m_{\max} = 25\%$), тогда как для газоразрядных счётчиков $\kappa_m = 2{,}1$ в том же диапазоне m.

Изучение зависимостей от m отдельных компонент, слагающих показания прибора, при различных $C_{\text{п}}$ и C_p позволяет весьма детально охарактеризовать вклад отдельных зон в реальных условиях измерений для основных типов используемых детекторов гамма-излучения.

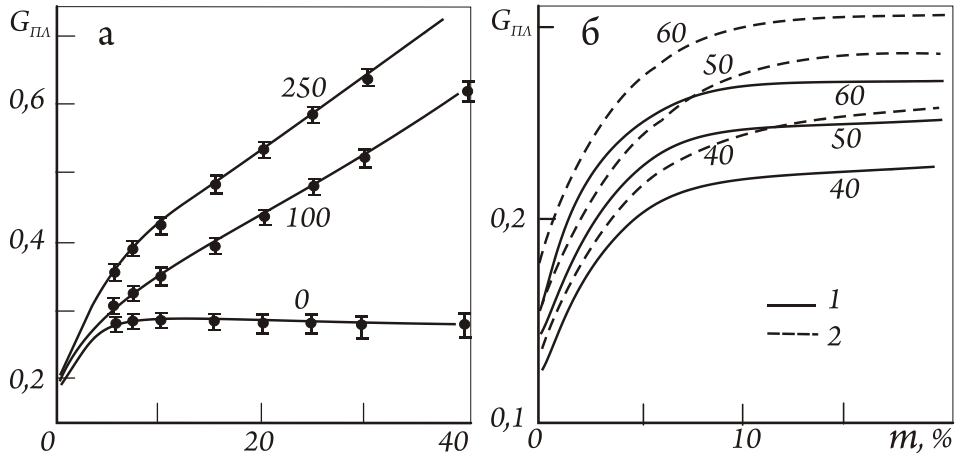


Рис. 9.15 а, б. *Вклад излучения пласта в показания НГМ как функция объёмного водонасыщения.*

а — для песчаника при различной минерализации пластовой воды (шифр кривых в *г/л NaCl*); скважина необсаженная, $d_c = 197$ *мм*, $d_{\text{пр}} = 100$ *мм*, $Z = 60$ *см*, прибор прижат к стенке скважины;

б — для ангидрита и известняка при различных размерах зонда *Z*, *см* (шифр кривых), $C_{\text{п}} = 0$, $d_c = 140$ *мм*, $d_{\text{пр}} = 102$ *мм*, длина счётчика 30 *см* (с кадмиевым экраном толщиной 1 *мм*) прибор прижат к стенке скважины.

1 — известняк; **2** — ангидрит

На рис. 9.15 приведены зависимости геометрического фактора пласта песчаника в необсаженной скважине для НГМ-60 от m для счётчиков ВС-4 и NaI (кристалл размером 30×20 мм) при различной минерализации $C_{\text{п}}$ и пластов ангидрита и известняка. Анализ графиков приводит к следующим выводам: 1) вклад излучения пласта в результирующие показания НГМ при пресном заполнении не превышает 30%; 2) при $m > 5\%$ фактор пресного пласта песчаника не зависит от m (для ангидрита и известняка соответственно, при $m > 10\%$); 3) несмотря на существенное различие спектральных характеристик газоразрядных и сцинтилляционных счётчиков, геометрические факторы пласта (скважины) для этих счётчиков совпадают.

При исследовании обсаженных скважин картина усложняется за счёт дополнительного влияния колонны и цементного камня, причём последний обладает способностью аккумулировать хлор из пластовых вод. Для изучения влияния этих факторов были выполнены расчёты методом Монте–Карло для обсаженных скважин различного диаметра[4]. В табл. 9.1 приведены данные о вкладе в регистрируемые показания НГМ излучения от пласта песчаника $I_{\text{пл}}$, колонны $I_{\text{кол}}$, цементного камня $I_{\text{ц}}$, глинистого раствора $I_{\text{р}}$ и корпуса прибора $I_{\text{пр}}$ (скважина диаметром 200 *мм* с колонной диаметром 160 *мм*).

Табл. 9.1. *Относительные вклады излучений отдельных зон в системе прибор–скважина–пласт* (*песчаник*) *в результирующие показания НГМ*

Зоны	Пресный цемент				Солёный цемент	
	Коэффициент пористости, %					
	20		10		20	
	Коэффициент нефтенасыщенности					
	0	1	0	1	0	1
Прибор	0,21	0,27	0,22	0,23	0,17	0,20
Раствор	0,04	0,05	0,04	0,05	0,03	0,04
Колонна	0,20	0,27	0,20	0,26	0,13	0,16
Цементное кольцо	0,12	0,20	0,17	0,22	0,30	0,45
Скважина в целом	0,57	0,79	0,63	0,76	0,63	0,85
Пласт	0,43	0,21	0,37	0,24	0,37	0,15

Примечание: минерализация пластовой воды — 250 *г/NaCl* на 1 *л*.

[4] В Башкирском государственном университете (*задача поставлена Ю.А. Гулиным*).

По излучению пласта $I_{пл}$ породы с коэффициентом нефтенасыщенности 0 и 1 различаются на 30–60% в зависимости от пористости и минералогического состава. Излучение цемента и колонны вносит в регистрируемые показания примерно такой же вклад, как пласт; эффект хлоросодержания последнего отрицательный и составляет 20–50%. По излучению глинистого раствора и корпуса прибора водоносные и нефтеносные пласты разделяются слабо, что свидетельствует о том, что основная часть тепловых нейтронов, выходящих из пласта, поглощается в цементе и колонне и не попадает в прибор. Осолонение цементного камня приводит к заметному увеличению показаний в пластах с $m \approx 20\%$.

В обсаженной скважине доля собственно излучения пласта с пористостью 10–20% значительно меньше, чем в необсаженной, и составляет всего 15–45% (вместо 60–70%) в зависимости от условий измерений. Исходя из этого, можно ожидать изменения знака НГМ по хлору при больших значениях m по сравнению с необсаженной скважиной. Наблюдаемый отрицательный эффект в песчанике с $m = 10\%$ свидетельствует о том, что область инверсий эффекта находится в пределах 12–15%. Этим, в частности, объясняется низкая эффективность НГМ при разделении водоносных и нефтеносных пластов с пористостью ниже 20%.

9.10. *Поправочная интерпретация данных ННМ*

Поправочная методика была разработана более пятидесяти лет назад, когда теория ННМ находилась на эмпирическом этапе своего развития. Определяемым в ней параметром являлась «*нейтронная пористость*», или «*кажущаяся пористость по известняку*» (*apparent limestone porosity*). Так называется водонасыщенная пористость чистого кальцита $CaCO_3$, статические амплитуды показаний в котором при «стандартных» условиях измерений такие же, как в реальной системе скважина–пласт при текущих условиях измерений.

Под «стандартными» условиями понимается совокупность фиксированных значений параметров (характеризующих условия измерений, включая метрологические характеристики аппаратуры), для которых определяется ба-

зовая интерпретационная зависимость («палетка»). По базовой зависимости рассчитываются значения «кажущихся» нейтронных пористостей, в которые далее вводится множество поправок за отличия фактических условий измерений от принятых за «стандарт». За таковой принимается *гранулярный кальцит без цемента, насыщенный пресной водой, без каверн и глинистой корки на стенке скважины. Скважина диаметром* 200 *мм необсажена, заполнена пресной водой, прибор прижат к стенке скважины; температура окружающей среды* 20°С, *давление* 0,1 *МПа*.

Двухзондовая аппаратура ННМ по сравнению с однозондовой не содержит принципиально новой элементной базы или новых детекторов. Преимущества обусловлены использованием *нового* (по сравнению с однозондовой модификацией) *интерпретационного параметра* $A = N_1/N_2$ — отношения показаний двух зондов. Этот параметр не требует «опорных» пластов и, как покажем ниже, обладает помехоустойчивостью относительно неконтролируемых изменений ряда помех в прискважинной зоне системы скважина–пласт.

Принцип адаптивности нацелен на исключение из числа настроечных параметров таких, которые неизвестны вообще или известны с большой погрешностью. На качественном уровне этот принцип впервые был реализован Ю.А. Гулиным и спецлабораторией МНИ им. И.М. Губкина при определении пористости по данным нейтронных методов, и глинистости — по данным гамма метода, введением двойного разностного параметра

$$\Delta J = \left(J - J_{\min}\right)/\left(J_{\max} - J_{\min}\right)$$

и двух «опорных» пластов: с минимальным и максимальным водородосодержанием (для ННМ и НГМ), минимальной и максимальной глинистостью (для ГМ).

Широко применяемая до сих пор (и прогрессивная для своего времени) методика настройки алгоритмов интерпретации данных ГИС по «опорным» пластам или их статистическим аналогам обладает принципиальными ограничениями[5].

[5] Предполагается устойчивость модальных или средних значений распределений пористости по данным межскважинной корреляции.

Во-первых, «опорные» пласты имеются в геологическом разрезе далеко не всегда. Во-вторых, эта методика реализует принцип «в огороде бузина, а в Киеве — дядька»: объектом изучения является пласт–коллектор, но «опорные» пласты не имеют с ним никакого сходства ни по минеральному составу, ни по условиям образования, и не являются коллекторами. Например, пласт с минимальными водородосодержанием и глинистостью — плотный ангидрит; пласт с высоким водородосодержанием — размытая каверна; пласт с максимальной глинистостью — пласт размытых глин или зацементированная каверна, не имеющие ничего общего с глинистым цементом, заполняющим ёмкостное пространство коллектора.

Интерпретация данных *однозондовых* модификаций ННМ всегда *сводится к интерполяции* между двумя априорно заданными значениями нейтронной пористости. Интерпретатор сам задаёт динамический диапазон изменения искомой величины, опираясь на имеющуюся геологическую и петрофизическую информацию и собственный опыт. Поэтому дефекты интерпретационного обеспечения однозондовой модификации остаются как бы «замаскированными», и проявляются только в случае *двухзондовой*, когда «опорные» пласты или их статистические аналоги не используются.

Нейтронная пористость характеризует не только общее водородосодержание (эквивалент «водонасыщенной пористости») породы независимо от того, входит ли водород в состав флюида или присутствует в молекулярно- или кристаллизационно-связанном состоянии (гидроокислы минералов, гидроксильные группы OH^+). Она учитывает также поглощение тепловых нейтронов, которое, занижая показания, проявляется как кажущееся увеличение водородосодержания. Поэтому нейтронная пористость полиминеральных глинистых отложений может не отражать общую.

Базовые палетки (для «стандартных» условий) дополняются многочисленными «поправочными» зависимостями, по крайней мере, для наиболее распространённых геолого-технических условий измерений, отличающихся от стандартных (рис. 9.16).

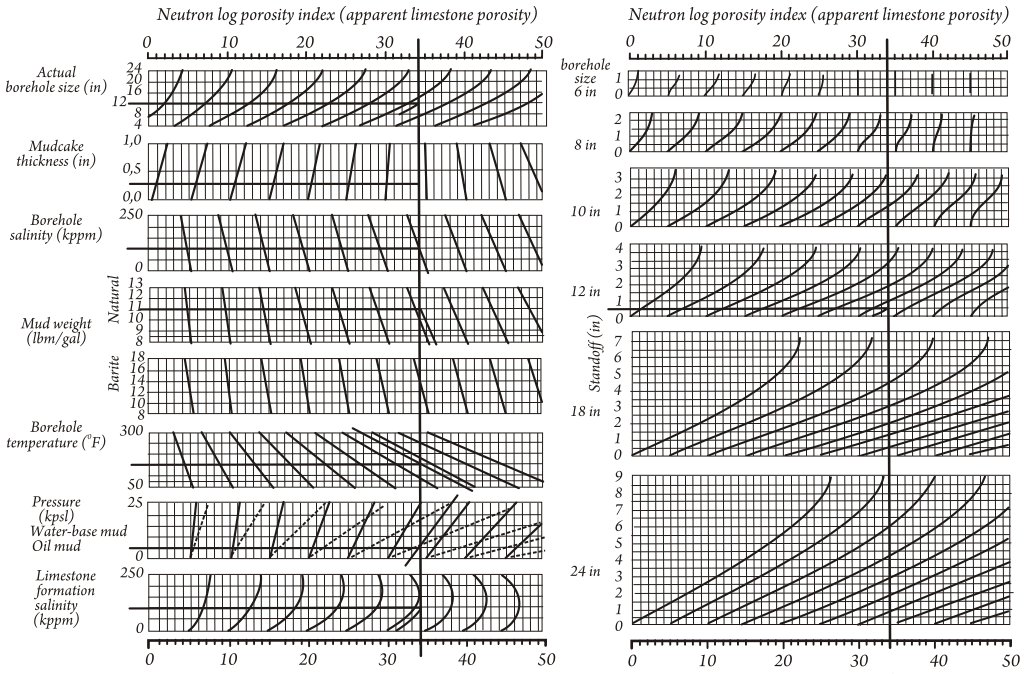


Рис. 9.16. *Поправочные палетки для приведения значений «кажущейся нейтронной пористости» к текущим условиям измерений* (*Schlumberger,* 1997)

Поправки необходимо вносить не только за изменение диаметра скважины, но и за отличие от «стандартного» литологического и петрохимического (макро- и микрокомпонентного) состава пород: за присутствие пирита, цеолитов, гидроокислов железа и алюминия, содержаний различных типов глинистых минералов, присутствие аномальных поглотителей — бора, гадолиния, лития, самария и др. Известно, что микропримеси этих элементов увеличивают макросечение поглощения твёрдой фазы породы в несколько раз. Учёт влияния этих факторов обязателен при количественной оценке пористости. Но, даже располагая поправочными зависимостями за присутствие таких микропримесей, учесть их, в принципе, невозможно, поскольку неизвестны их содержания в изучаемом пласте. Автоматически действующая помехоустойчивость интерпретационного параметра не распространяется на изменения содержаний элементов–поглотителей. Систематически завышенные значения нейтронной пористости пород свидетельствуют, что помехоустойчивость

к помехам ближней зоны не устраняет влияния поглощения тепловых нейтронов в пласте.

В принципе, поправочная методика интерпретации данных ННМ, основанная на приведении показаний к стандартным условиям, может быть обоснована достаточно строго. Это означает, однако, что исправляться должны не значения фиктивного параметра («кажущейся нейтронной пористости»), а непосредственно зарегистрированные показания. К дефектам поправочной методики необходимо отнести нарушение условия *некоммутативности (неперестановочности) процедур* учёта технических условий измерений, состава пород, свойств пластовых флюидов и промывочной жидкости посредством внесения поправок в определяемые значения нейтронной пористости. Все *поправки предполагаются независимыми*, что противоречит закономерностям поля нейтронов в системе скважина–пласт.

Результирующая погрешность определения пористости слагается из погрешностей *измерений* и погрешностей *интерпретации*. В свою очередь, *погрешности интерпретации* слагаются из погрешностей *методики* интерпретации, погрешностей *метрологического обеспечения* и погрешностей *интерпретационных зависимостей* («*палеток*») и соответствующих *алгоритмов.*

Метод Монте–Карло позволяет рассчитывать интерпретационные зависимости ННМ для системы прибор–скважина–пласт с очень низкой степенью симметрии и даже для таких условий, которые в принципе невозможно воспроизвести в лабораторных условиях. Однако при этом, к перечисленным выше, добавляется ещё один недостаток поправочной парадигмы. Она навязывает принципиальные ограничения методике и результативности математического и натурного моделирования. Эти ограничения проявляются в виде целого *ряда несоответствий* моделируемых условий условиям скважинных измерений. А именно:

1. *По литологическому составу* пород. Физическому и математическому моделированию поправочная методика навязывает литотипы, наиболее

далёкие от реальных: реальный песчаник моделируется кварцем, реальный известняк — кальцитом и т.д. Для литотипов полиминеральных карбонатных и терригенных отложений нейтронные характеристики реальных пород, содержащих множество минеральных примесей, различаются значительно меньше, чем у «стерильных» кварца, кальцита, ангидрита и доломита.

2. *По петрохимическому составу твёрдой фазы* (матрицы и цемента) коллекторов. Макро- и микрокомпонентный состав влияют на замедляющие (неупругое рассеяние и замедление быстрых нейтронов) и диффузионные свойства пород (через водород в кристаллической решётке минералов и эффекты химической связи при рассеянии тепловых нейтронов, присутствие аномальных поглотителей).

3. *По метрологическим характеристикам*. Несоответствие между метрологическими характеристиками базисной аппаратуры (принятой за стандарт), для которой получено интерпретационное обеспечение, и той рабочей аппаратуры, результаты измерений которой представлены для интерпретации. В серийном производстве радиометрической аппаратуры из-за колебаний размеров деталей и узлов зондовых устройств при механической обработке, сварке, заливке и расточке фильтров, экранов и коллиматоров, влияния других факторов, практически невозможно создать полностью идентичные приборы.

4. *По толщине пластов.* Интерпретационные и поправочные зависимости ННМ-2 рассчитываются для пластов, *насыщенных по мощности*. Для пластов *конечной толщины* проявляется эффект, отсутствующий в однозондовых модификациях. Этот эффект — следствие различия глубинностей исследования (вертикальных разрешающих способностей) зондов различной длины, показания которых *характеризуют различные участки пласта*. Диаграмма интерпретационного параметра $A = N_1 / N_2$ из-за этого эффекта осложнена локальными изменениями амплитуд, или так называемыми «ложными выбросами», по форме напоминающими заячьи уши. Изменения диаметра скважины и появление глинистой корки против коллекторов ещё

более усложняет форму диаграмм $A_{1,2}$ в окрестности границ пластов. Для устранения этого эффекта на диаграммах A необходима специальная цифровая фильтрация.

5. *По учёту термодинамических условий залегания.* Интерпретационные зависимости, а также метрологические характеристики зондов определяются в лабораторных условиях отнюдь не при температурах и давлениях естественного залегания пород на глубинах порядка 3–5 и более *км* (в частности, при температурах порядка 200°С). При регистрации тепловых нейтронов показания BF_3– и He^3–детекторов включают не только тепловые, но и надтепловые нейтроны. Соотношение между их вкладами в результирующие показания не остаётся постоянным. Оно изменяется с изменениями температуры, водородосодержания и макросечения поглощения нейтронов. Поскольку условия *термостатирования детекторов* неидеальны, из-за температурной зависимости их спектральных и счётных эффективностей *метрологические характеристики* зондов в процессе *скважинных* измерений *отличаются от измеренных в лаборатории*[6].

Таким образом, интерпретационное обеспечение создаётся для аппаратуры в идеализированных условиях (в случае математического моделирования — для упрощённых *моделей* зондовых устройств). Получаемые интерпретационные зависимости применимы только для приборов, метрологически тождественных прибору, для которого создано интерпретационное обеспечение (с которым выполнены натурные измерения, или для которого сделан конкретный расчёт, математический эксперимент). При поправочной методике задача метрологического обеспечения сводится к *стандартизации аппаратуры* (см. п. 3).

Условия применимости поправочной и адаптивной методик интерпретации данных ННМ показаны в табл. 9.2.

[6] На которые нормируются результаты расчётов методом Монте–Карло.

Табл. 9.2. *Условия применимости поправочной и адаптивной методик*

Аппаратура	Регистрируемые нейтроны	Методика интерпретации			
		Адаптивная		Поправочная	
		Скважина		Скважина	
		необсажена	обсажена	необсажена	Обсажена
«Стандартная»	Надтепловые	✓	✓	✓	*Методика не обеспечена*
	Тепловые	✓	✓	✓	
Модифицированная	Надтепловые	✓	✓	*Методика неприменима*	
	Тепловые	✓	✓		

«Поправочные» дефекты интерпретационного обеспечения ННМ распространяются как на однозондовую, так и на двухзондовую модификации. Наибольший объём измерений ННМ в настоящее время проводится в обсаженных скважинах — при контроле разработки и доразведке месторождений, когда информация об открытом стволе или отсутствует, или недостаточна. Но именно в обсаженных скважинах поправочная методика неприменима.

9.11. *Адаптивная интерпретационная модель ННМ*

Для устранения недостатков поправочной методики *методика интерпретации должна быть адаптивной*, то есть «*самонастраивающейся*», приспосабливающейся к условиям измерений. Иными словами, она должна обеспечивать автоматическую настройку интерпретационных зависимостей на состав и свойства компонент твёрдой фазы коллекторов, свойства промывочной жидкости в скважине, минерализацию пластового флюида и метрологические характеристики аппаратуры при термодинамических условиях естественного залегания. Это возможно только тогда, когда методика оперирует не с палетками, а с *аналитической интерпретационной моделью*, позволяющей генерировать интерпретационные зависимости и решать прямые и обратные задачи для *текущих технических условий измерений*.

Для условий натурного моделирования на моделях пластов интерпретационная модель ННМ единообразно описывает в аналитической форме зависимость обратных показаний длинного и короткого зондов $A_{1,2}$ (в «водяных» единицах) и интерпретационного параметра A от параметров, ха-

рактеризующих условия измерений в скважине заданной конструкции и пласте, насыщенном по мощности:

$$A_i(k_{\text{п}}) = \kappa_i + (\nu_i - \kappa_i)\left\{1 - \exp\left[-\beta_i (k_{\text{п}})^2\right]\right\} \Big/ \left[1 - \exp(-\beta_i)\right], \quad 1 \ge k_{\text{п}} \ge 0;\ i = 1,2 \tag{9.25}$$

$$A(k_{\text{п}}) = A_2(k_{\text{п}}) / A_1(k_{\text{п}}). \tag{9.26}$$

Интерпретационная модель (9.25) приведена в виде, соответствующем условиям измерений на моделях пластов. Структура и свойства моделируемых в лаборатории (или математическом эксперименте) пластов *принципиально отличаются* от структуры и свойств реальных коллекторов отсутствием глинистого цемента и воды, удерживаемой матрицей и цементом.

На рис. 9.17 показана схема интерпретационных зависимостей для надтепловых и тепловых нейтронов. Переход от прямых показаний к обратным: $N_{1,2}(k_n) \to A_{1,2}(k_n) \to A_{1,2}(A)$ упрощает изучаемые зависимости (рис. 9.18).

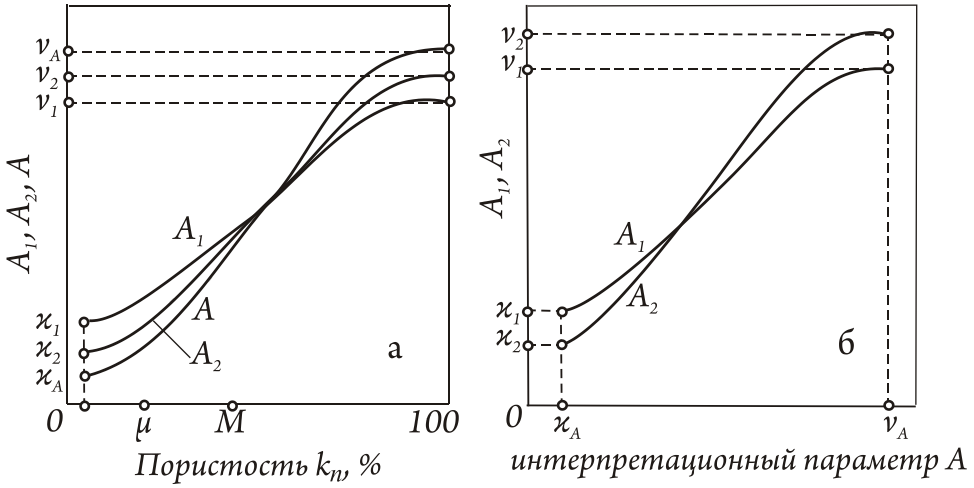


Рис. 9.17 а, б. *Схема интерпретационных зависимостей ННМт-2 по интерпретационной модели* (1): **а** — *обратные показания* $A_{1,2}$ *и параметр* A *как функции* m; **б** — $A_{1,2}$ *как функции* A (*по Д.А. Кожевникову*).
$\kappa_{1,2}$ — коэффициенты дифференциации обратных показаний по водородосодержанию; $\nu_{1,2}$ — коэффициенты дифференциации обратных показаний по хлоросодержанию (минерализации) пластовой воды

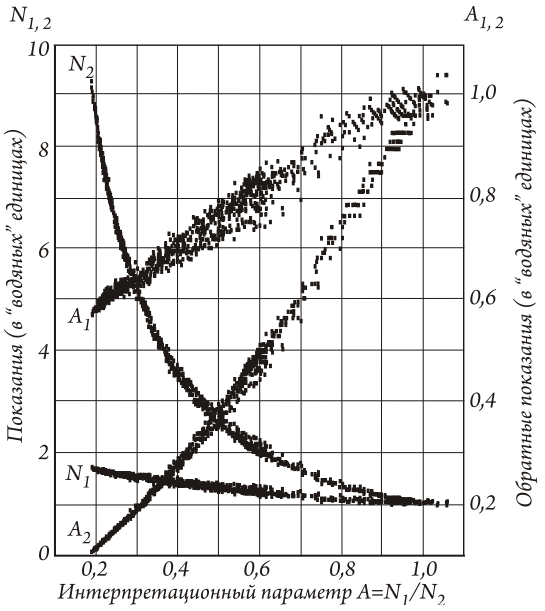


Рис. 9.18. *Прямые и обратные показания ННМт-2 в терригенно-карбонатном разрезе как функции интерпретационного параметра A* (девонские песчаники, Татарстан)

Для одинаковых детекторов в одинаковых условиях зависимость $A(k_{\text{п}})$ — монотонно возрастающая, нелинейная, повторяющая зависимости обратных длин миграции $M^{-1}(k_{\text{п}})$ и замедления $L_s^{-1}(k_{\text{п}})$ соответственно для тепловых и надтепловых нейтронов. Формой зависимости $A(k_{\text{п}})$ можно управлять, изменяя параметры и расположение детекторов.

Для каждого зонда, то есть для каждой пары источник – детектор модель (9.25) содержит три настроечных характеристики. Таковыми являются *коэффициенты дифференциации:* $\kappa_{1,2}$ *по водородосодержанию,* $\nu_{1,2}$ *по минерализации* (хлоросодержанию) пластового флюида и *коэффициенты* $\beta_{1,2}$, характеризующие *нелинейность* зависимостей $A_{1,2}(k_{\text{п}})$ (рис. 9.17).

Коэффициенты $\kappa_{1,2}$ зависят от конструкции скважины, положения прибора в колонне и колонны в скважине, состава и свойств глинистой корки, минерализации жидкости в скважине и её плотности, свойств цементного камня и его распределения в затрубном пространстве, минерального состава матрицы и цемента коллектора, в частности, содержания элементов с аномальными ядерно-физическими свойствами (водород, поглотители тепловых и надтепловых нейтронов); минерализации остаточной воды, но *не зависят от состава и свойств пластового флюида.*

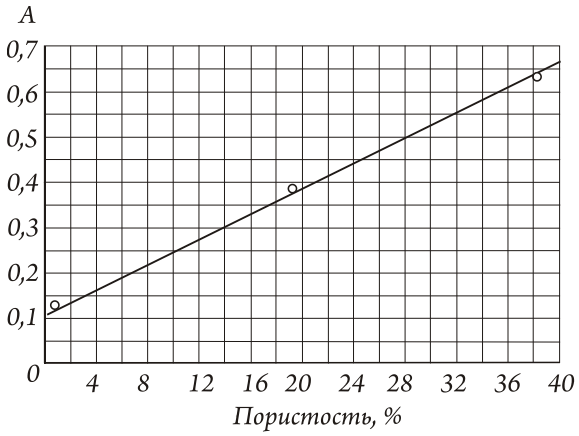


Рис. 9.19. *Зависимость интерпретационного параметра А двухзондовой* (*«компенсационной»*) *модификации ННМ от пористости известняка* (*по В.Я.Иванову и др.*)

Коэффициенты $v_{1,2}$ имеют следующий смысл: это обратные показания $A_{1,2}$ (1) (в «водяных» единицах) в скважине реальной конструкции, окружённой «коллектором» с пористостью 100%. Иными словами, пласт–коллектор полностью замещён пластовым флюидом. Это значит, что величины $v_{1,2}$ зависят от конструкции скважины, характеристик прибора, его положения в колонне и колонны в скважине, минерализации и плотности жидкости в скважине и флюида в пласте, минерализации цемента и его распределения в затрубном пространстве), но *не зависят от состава и свойств матрицы, связанной воды и глинистого цемента.*

Для пластовой воды низкой минерализации, слабо минерализованной, а также в случае пресного фильтрата, вытеснившего из прискважинной зоны сильно минерализованную пластовую воду, $v_{1,2} \approx 1$ при A=1.

Коэффициенты $\beta_{1,2}$, характеризующие кривизну интерпретационной зависимости, учитывают конструкцию скважины, положения прибора в колонне и колонны в скважине, но *не зависят от состава и свойств матрицы, цемента и пластового флюида*.

Поправочная методика требует стандартизации аппаратуры. При адаптивной интерпретации нестандартная аппаратура, независимо от разброса индивидуальных метрологических характеристик, *стандартизуется по конечному результату интерпретации*. Это, конечно, не исключает контроля работоспособности аппаратуры по геофизической характеристике. Такая «аппаратурная» метрология необходима при производстве аппаратуры

и её эксплуатации, обеспечивая необходимый контроль качества скважинных приборов и соответствие их конструкции установленным требованиям.

В реальных геологических условиях, как правило, массивы $A_1(A)$ отличаются более слабой корреляцией по сравнению с $A_2(A)$ вследствие малой глубинности короткого зонда и более высокой чувствительности к изменениям параметров прискважинной зоны.

Разработчики двухзондовой аппаратуры обычно стараются подобрать параметры зондов так, чтобы зависимость $A(k_{\text{п}})$ была линейной в рабочем диапазоне $0 < k_{\text{п}} < 40\%$ (рис. 9.19).

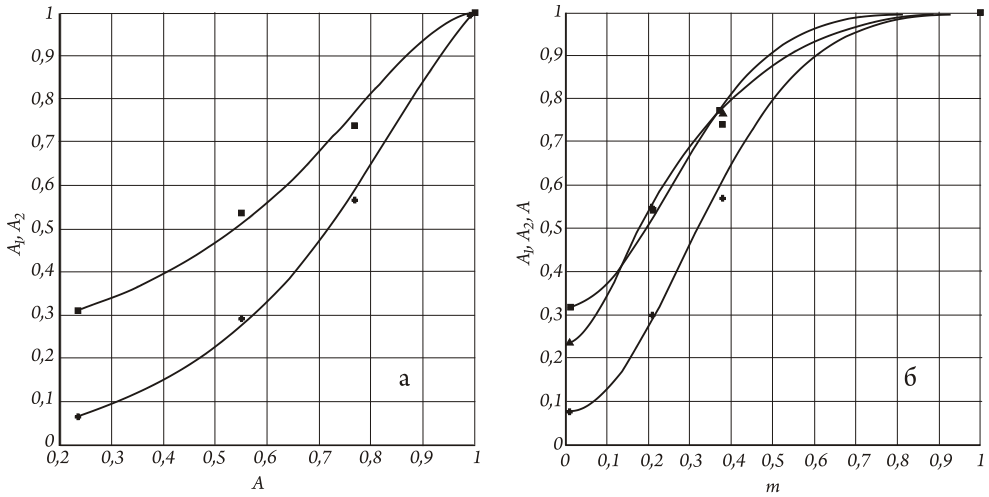


Рис. 9.20 а, б. *Сравнение интерпретационных зависимостей ННМт-2, рассчитанных по интерпретационной модели* (кривые), *с экспериментальными данными Е.С. Кучурина* (точки).

В пласте (известняк) и скважине — пресная вода. Скважина (диаметр 244 мм) обсажена, колонна (диаметр 146 мм) эксцентрична; прибор на тонкой стенке.

а — Обратные показания A_1 и A_2 короткого и длинного зондов и интерпретационный параметр $A = A_2/A_1$ как функции водонасыщенной пористости известняка.

б — Обратные показания A_1 и A_2 как функции интерпретационного параметра A

На рис. 9.20 и 9.21 интерпретационные зависимости $A_{1,2}(k_{\text{п}})$ и $A_{1,2}(A)$, рассчитанные по интерпретационной модели (9.25) (кривые), сравниваются с экспериментальными данными (точки). Измерения на моделях пластов ВНИИГИС выполнены прибором ННМт-2 для горизонтальных скважин конструкции Е.С. Кучурина. На графиках показаны обратные показания $A_{1,2}$

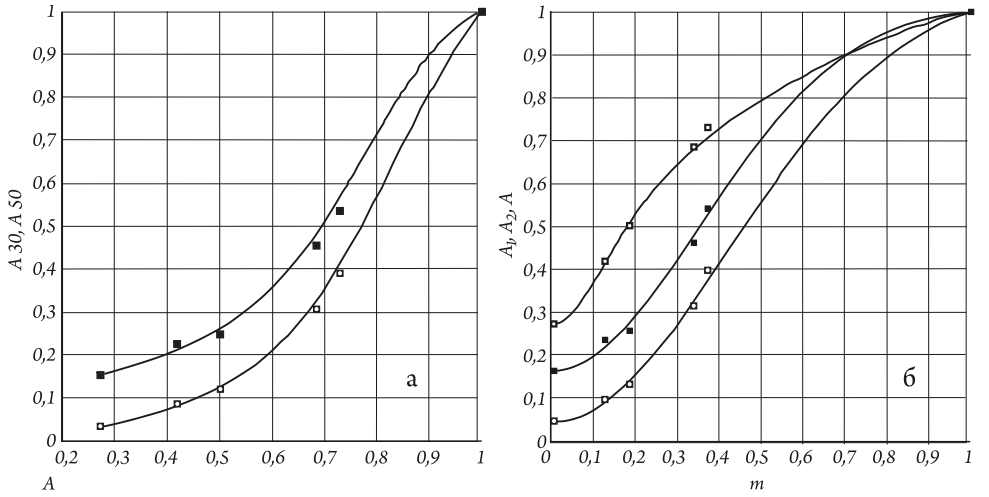


Рис. 9.21 а, б. *Сравнение интерпретационных зависимостей ННМт-2, рассчитанных по адаптивной интерпретационной модели* (кривые), *с экспериментальными данными* (точки).

Пресная вода в пласте (известняк) и необсаженной скважине диаметром 196 *мм* (прибор на стенке).

Прибор для горизонтальных скважин конструкции Е.С. Кучурина.

а — Обратные показания A_1 и A_2 короткого и длинного зондов (30 и 50 *см*) и интерпретационный параметр $A = A_2/A_1$ как функции водонасыщенной пористости известняка.

б — Обратные показания A_1 и A_2 как функции интерпретационного параметра A

короткого и длинного зондов (30 и 50 *см*) и интерпретационный параметр $A = A_2/A_1$ как функции водонасыщенной пористости известняка. Из обширного экспериментального материала приведены примеры для необсаженных и обсаженных скважин, с колоннами различного диаметра и толщины, при различных положениях прибора в колонне и колонны в скважине, с различными минерализациями воды по хлору в скважине и пласте. При всём многообразии условий согласие с экспериментом в пределах погрешностей измерений является вполне удовлетворительным.

Более крутой наклон (к оси A) массива A_2 отражает большую глубинность и более высокую чувствительность показаний длинного зонда к изменению водородосодержания (обратной длины миграции тепловых нейтронов).

Перед настройкой интерпретационной модели входные массивы необходимо предварительно «очистить» от неколлекторов, благодаря чему ис-

чезают глинистые пласты и неколлекторы, с которыми ассоциируют аномальные поглотители тепловых нейтронов.

Для реальной системы скважина–пласт в условиях естественного залегания коллекторов интерпретационная модель (9.25) с параметрами адаптивной настройки предстаёт в следующем виде:

$$A_{1,2}(k_{\text{п}}) = A_{1,2}(\mu) + \left[A_{1,2}(M) - A_{1,2}(\mu)\right] \times \\ \times \left\{1 - \exp\left[-\beta'_{1,2}\Psi^2(k_{\text{п}})\right]\right\} \Big/ \left[1 - \exp\left(-\beta'_{1,2}\right)\right]; \quad M \geq k_{\text{п}} \geq \mu \tag{9.29}$$

где Ψ — петрофизический инвариант[7].

9.12. *Алгоритм определения эффективной пористости*

Выражение (9.27) указывает на возможность определения эффективной пористости по показаниям каждого из зондов двухзондового прибора при соответствующей адаптивной настройке в условиях естественного залегания коллектора. Это обеспечивает внутреннюю проверку качества настроек и полученных результатов путём сравнения распределений *трёх* значений пористостей, определенных по показаниям короткого и длинного зондов в отдельности, и величине их отношения A.

Анализ модели (9.27) позволяет перейти к обоснованию адаптивного алгоритма определения эффективной пористости по данным ННМ-2.

Если в рабочем диапазоне водородосодержаний зависимость $A(k_{\text{п}})$ линейна или близка к линейной, то в силу линейности $k_{n\,эфф}(k_n)$, зависимость $A(k_{n\,эфф})$, по крайней мере, допускает линеаризацию (рис. 9.22).

Таким образом, имеем:

$$A\left(k_{\text{п эфф}}\right) = C_1 + C_2 k_{\text{п эфф}}. \tag{9.28}$$

Константы C_1 и C_2 определяются из условий:

$$C_1 = A_\mu; \; A_{\max} = A_\mu + C_2 k_{\text{п эфф}}^{\max},$$

[7] Кожевников Д.А., Коваленко К.В. Изучение коллекторов нефти и газа по результатам адаптивной интерпретации геофизических скважин. — М.: РГУ нефти и газа имени И.М.Губкина, 2011. — С. 219

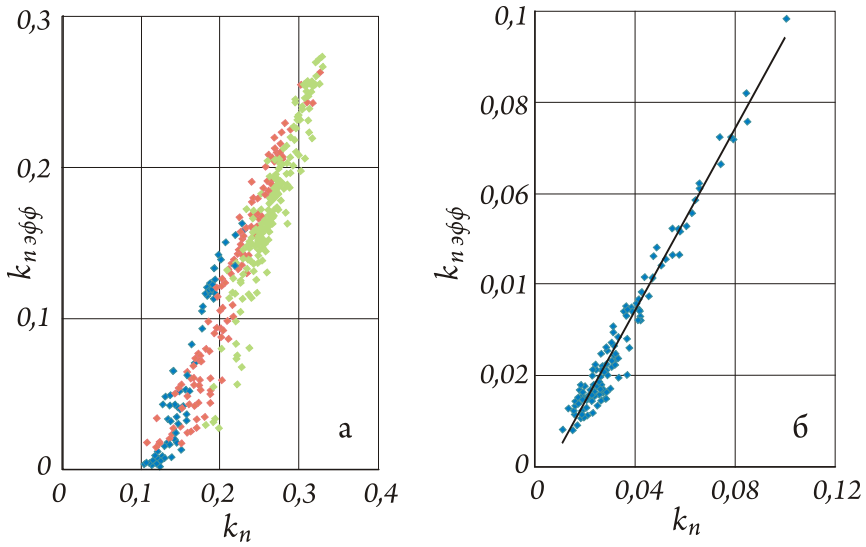


Рис. 9.22 а, б. *Примеры корреляционных связей между эффективной и открытой пористостями для трёх распространённых терригенных коллекторов Зап. Сибири* [*БВ₀-₉, БП, ЮВ₁*] (**а**) *и рифогенных коллекторов* [*доломиты биогермные, органогенно- и обломочно-детритовые*] *нижнедевонских* [*евлано-ливенских*] *отложений одного из месторождений Верхнего Поволжья* (**б**).

откуда $$k_{\text{п эфф}} = \left[\left(A - A_\mu\right)/\left(A_{\max} - A_\mu\right)\right] k_{\text{п эфф}}^{\max}, \qquad (9.29)$$

или окончательно: $$\Psi = \Delta A, \qquad (9.30)$$

где через ΔA обозначен двойной разностный параметр относительно A.

Выражение (9.30) определяет адаптивный алгоритм расчёта текущей эффективной пористости неоднородного гранулярного коллектора через величину петрофизического инварианта Ψ. Переход к абсолютной величине $k_{\text{п эфф}}$ осуществляется по нормировке петрофизической модели (9.25).

При фиксированном значении $k_{\text{п эфф}}^{\max}$ величина $A_{\max}$ не зависит от состава цемента, но зависит от насыщения коллектора. Для мономинерального цемента и определённого насыщения имеем интенсивную линейную корреляцию между фактическими значениями параметра $A(k_{\text{п эфф}})$, обосновывающую применимость алгоритма (9.30). Для цемента сложного минерального состава может потребоваться привлечение данных комплекса ГИС (СП, ГМ, ГМ-С) для учёта изменений A_μ в пределах коллектора.

Адаптивная методика основана на петрофизической модели гранулярного коллектора и настраивает интерпретационные алгоритмы по показаниям, зарегистрированным в условиях естественного залегания. Эта методика обладает следующими достоинствами:

1. *Эффективная пористость* терригенных и карбонатных полиминеральных коллекторов *количественно определяется в абсолютных единицах без использования «опорных» пластов*.

2. Методика обеспечивает адаптивную *настройку интерпретационного алгоритма на литологические и петрохимические особенности* исследуемого коллектора, а также на текущие условия измерений, включая конструкцию скважины.

3. В отличие от поправочной методики, которая требует жёсткой стандартизации скважинных приборов, адаптивная методика *стандартизует нестандартную аппаратуру по конечному результату интерпретации.* Алгоритм интерпретации применим для двухзондовой (многозондовой) аппаратуры любой конструкции, с любыми детекторами и нейтронными источниками.

4. Методика обеспечивает *настройку интерпретационного алгоритма на метрологические характеристики* применяемых зондов *в условиях естественного залегания* в изучаемом интервале геологического разреза.

9.13. *Имитаторы пористых пластов*

При определении ФЕС коллекторов широко используются однозондовые и двухзондовые модификации стационарных нейтронных методов. Для калибровки и эталонирования скважинных приборов последних применяют компактные и малогабаритные имитаторы пористых пластов (ИПП). ИПП можно рассматривать как сухую скважину с изменяемым диаметром, окружённую водой. По оригинальной идее Ю.А. Гулина, изменение водонасыщенной пористости моделируется изменением толщины воздушного зазора вокруг прибора, центрированного в стальной трубе (рис. 9.23). Диаметры

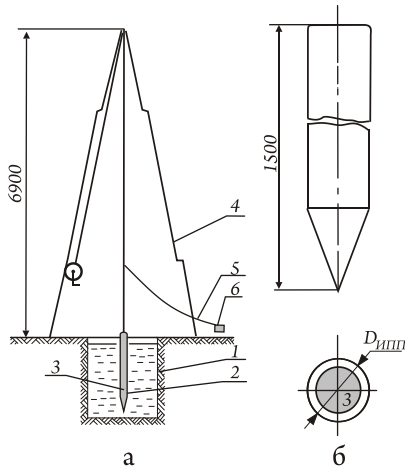


Рис. 9.23 ***а, б****. Схема базовой установки ИПП* (*по Ю.А. Гулину и З.З. Ханипову*).

а — общий вид
б — имитатор пористого пласта.

1 — ёмкость с водой,
2 — ИПП,
3 — скважинный прибор,
4 — тренога с лебёдкой,
5 — кабель,
6 — измерительное устройство

ИПП необходимо определять заранее для различных диапазонов изменения пористости, аппаратуры различных типов и модификаций, скважин различных конструкций и диаметров, пластов различных литотипов, пластовых флюидов и буровых растворов различного состава.

Измерения в ИПП представляют физический эксперимент, в котором зафиксированы и хорошо известны все геометрические и физические параметры (в отличие от измерений в разрезах скважин и даже в моделях пластов). Определение и анализ метрологических характеристик скважинных приборов ННМ и НГМ позволяют более глубоко понять некоторые физические закономерности стационарных нейтронных методов. Ниже излагаются теория ИПП и методика расчёта эквивалентных значений пористости.

Показания стационарных нейтронных методов в сухих скважинах и имитаторах пластов

Зависимость показаний детектора от размера зонда Z и радиуса сухой скважины имеет вид:

$$J(Z,r) = r^{-2} f(Z/r). \qquad (9.31)$$

Эта закономерность теоретически установлена для гамма-квантов и экспериментально подтверждена для нейтронов в связи с изучением поля точечного источника в полых цилиндрических каналах.

Свойства полей надтепловых и тепловых нейтронов определяются пространственным распределением быстрых, поэтому закономерность (9.31) необходимо учесть при анализе поля излучения в системе «сухая скважина–пласт». С учётом уравнения (9.31) определение декремента пространственного спада α (9.1) можно представить в виде:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\ln\left[r^2 J\left(Z,r\right)\right]\right) = -B\alpha\left(y\right);\ y = Z/r\,, \qquad (9.32)$$

где B — размерная константа, подлежащая определению.

Тогда выражения (9.2) и (9.8) примут вид:

$$J\left(Z,r\right) = \frac{Q^*}{r^2}\exp\left[A\alpha\left(0\right) - B\int_0^y \alpha\left(y'\right)dy'\right]; \qquad (9.33)$$

$$\alpha\left(y\right) = \sum_k \alpha_k G_k\left(y\right), \qquad (9.34)$$

где Q^* — эффективная мощность источника нейтронов (учитывающая эффективность детектора и вероятность избежать поглощения в процессах замедления и диффузии): α_k — соответственно обратная длина замедления (ННМ-нт), или обратная длина миграции (ННМ-т) в веществе k-й зоны; G_k — геометрический фактор («ценность») k-й зоны; A — размерная константа, подлежащая определению.

В сухой скважине при отсутствии стальной колонны, глинистой корки и других промежуточных сред имеется лишь одна излучающая зона–пласт, геометрический фактор которого $G = 1$. Поэтому обратная длина релаксации α в системе скважина–пласт совпадает с обратной длиной миграции нейтронов в пласте: $\alpha \equiv \alpha(m)$, и выражение (9.34) упрощается:

$$J\left(m,Z,r\right) = \frac{Q^*}{r^2}\exp\left[\left(A - B\frac{Z}{r}\right)\alpha\left(m\right)\right]. \qquad (9.35)$$

Определим константы A и B. Зафиксируем радиус скважины $r = a$ и найдём зонд нулевой чувствительности $Z_0(a)$, который определяется условием:

$$S(m, Z_0, a) = -\frac{\partial}{\partial m} \ln J(m, Z_0, a) = 0. \qquad (9.36)$$

Отсюда вытекает соотношение между константами A и B:

$$A/B = Z_0^*(a)/a \qquad (9.37)$$

и следует, что Z_0 не зависит от водородосодержания пласта m.

Для двух пластов с различным водородосодержанием m_1 и m_2 определим инверсионный зонд Z^*, на котором дифференциация показаний равна единице:

$$J(m_1, Z, a)/J(m_2, Z, a)\big|_{Z=Z^*} = 1, \qquad (9.38)$$

откуда

$$A/B = Z^*(a)/a. \qquad (9.38')$$

На основании выражений (9.38) и (9.38′) инверсионный зонд совпадает с зондом нулевой чувствительности.

Для определения константы B найдём декремент $\alpha(m, r)$ пространственного спада показаний. На основании уравнения (9.1) получим:

$$\alpha(m, r) = -\frac{\partial}{\partial Z} \ln J(m, Z, r) = \frac{B}{r} \alpha(m). \qquad (9.39)$$

Если радиус скважины r равен внешнему радиусу прибора r_0, то должно выполняться равенство $\alpha(m, r_0) = \alpha(m)$ и, следовательно, $B = r_0$. Окончательно выражение (9.35) принимает следующий вид:

$$J(m, Z, r) = \frac{Q^*}{r^2} \exp\left[\left(\frac{Z_0(a)}{a} - \frac{Z}{r}\right) r_0 \alpha(m)\right]. \qquad (9.40)$$

Отсюда следует, что в сухих скважинах инверсия зависимости показаний от водородосодержания (пористости) m происходит не только с изменением длины зонда (при фиксированном диаметре скважины), но и с изменением диаметра скважины (при фиксированной длине зонда).

Имитаторы пористых пластов и эквивалентные значения пористостей

Однозондовые приборы ННМ. Рассмотрим имитатор пласта как необсаженную сухую скважину, окружённую «пластом» с $m=1$. На основании выражения (9.40) имеем:

$$J\left(1,Z,r\right)=\frac{Q^{*}}{r^{2}}\exp\left[\left(\frac{Z_{0}\left(a\right)}{a}-\frac{Z}{r}\right)\tilde{B}\right];\quad r\geq r_{0}, \tag{9.41}$$

где $\tilde{B}=r_{0}\,\alpha\left(1\right)$.

Результаты измерений в каналах ННМ и НГМ выражают в стандартных условных («водяных») единицах $J\left(1\right)=J\left(1,Z,r_{0}\right)$, имеющих смысл показаний прибора в эталонировочной ёмкости с водой; в этих же единицах представлены интерпретационные («палеточные») зависимости. Значение эталонировочного отсчёта, принимаемого за единицу измерения скорости счёта, находим из выражения (9.40), полагая в нём $r=r_{0}$.

Определим интерпретационный параметр I^{*}, выразив показания прибора в ИПП в эталонировочных единицах $J(1)$:

$$I^{*}\left(1,Z,r,r_{0}\right)=\frac{J\left(1,Z,r\right)}{J\left(1,Z,r_{0}\right)}\equiv I^{*}\left(x\right)=x^{-2}e^{\left(1-1/x\right)C}, \tag{9.42}$$

где $C=Z\alpha\left(1\right)$; $x=r/r_{0}\geq1$.

Выражение (9.41) справедливо для детекторов достаточно малого размера (сцинтилляторов). Для приборов с длинными (гелиевыми) счётчиками показания $\tilde{J}$ определяются выражением:

$$\tilde{J}\left(1,Z,r\right)=\int_{Z}^{Z+l}J\left(1,Z',r\right)dZ', \tag{9.43}$$

где Z — расстояние до ближайшего к источнику торца счётчика; l — длина счётчика.

Для счётчиков с $l\geq15$ *см* вместо выражения (9.41) получим:

$$\tilde{I}\left(1,Z,r,r_{0}\right)\equiv\tilde{I}^{*}\left(x\right)=x^{-1}e^{\left(1-1/x\right)C}. \tag{9.44}$$

Зависимости $I^*(x)$, описываемые соотношениями (9.41) и (9.44), имеют максимумы, положения x_{max} и амплитуды $I^*_{\max}$ которых равны:

$$x_{\max} = C/n;\ I^*_{\max} = \left(n/C\right)^n e^{C-n}, \qquad (9.45)$$

где n принимает значения 1 или 2 соответственно для газоразрядных и сцинтилляционных счётчиков.

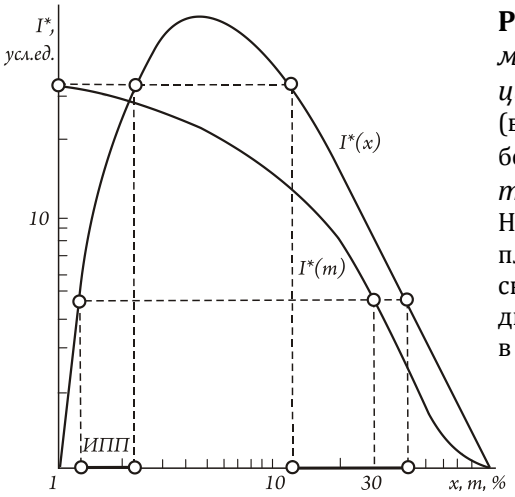


Рис. 9.24. *Интерпретационный параметр однозондового прибора как функция относительного диаметра ИПП* (в единицах диаметра скважинного прибора) *X и водонасыщенной пористости m* (*по Д.А.Кожевникову*).
ННМ-т-50; прибор ДРСТ-3-90;
пласт — известняк;
скважина необсаженная
диаметр 150 *мм*,
в пласте и скважине — пресная вода

Экстремальный характер зависимости $I^*(x)$ позволяет смоделировать одно и то же значение эквивалентной пористости двумя имитаторами с существенно различными диаметрами (рис. 9.24). Ясно, что убывающая ветвь зависимости $I^*(x)$ для ИПП не является рабочей из-за слишком больших габаритов и веса ИПП.

Простота формул (9.42) и (9.44) обусловлена сделанными упрощениями: прибор рассматривается как цилиндрическая полость; предполагается, что между воздухом и водой отсутствуют промежуточные среды. В действительности, прибор представляет собой металлическую конструкцию; воздушная полость, в которой находится прибор, отделена от воды стальной трубой с толщиной стенок от 2 до 10 *мм*.

На быстрые нейтроны металл действует как неупругий рассеиватель. Поэтому длина замедления нейтронов, вошедших в воду через металл, меньше длины замедления нейтронов источника, находящегося в воде.

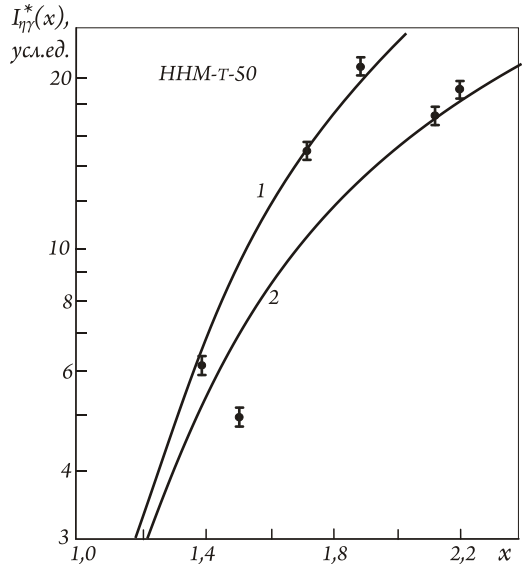


Рис. 9.25. *Расчётные зависимости $I^*(x)$ показаний ННМ-т-50 от относительного диаметра ИПП и соответствующие экспериментальные данные для приборов ДРСТ-3-90 и ДРСТ-3-60.*

Для ДРСТ-3-90 (**1**):
$Z(\alpha) = 9,20$, $\alpha(1) = 0,1840$ *см*$^{-1}$

Для ДРСТ-3-60 (**2**):
$Z(\alpha) = 8,32$, $\alpha(1) = 0,1664$ *см*$^{-1}$

Длина диффузии тепловых нейтронов в системе металл–вода также меньше, чем в воде. Поэтому $\alpha(1)$ превышает обратную длину миграции тепловых нейтронов в воде (12,25 *м*$^{-1}$), причём зависит от конструкции прибора (его «металлоёмкости») и толщины трубы ИПП *h*.

Таким образом, коэффициент *c* в формулах (9.42) и (9.44) различен для разных приборов даже при фиксированном размере зонда *Z*, и формальная автомодеятельность этих зависимостей не имеет места: каждый тип прибора в ИПП с данным h должен описываться индивидуальной зависимостью $I^*(x)$. Металл поглощает тепловые нейтроны в пределах и вблизи корпуса прибора и стенок трубы ИПП. Этот эффект может проявляться в занижении показаний (по сравнению с расчётом) при относительно малых диаметрах ИПП из-за наложения (интерференции) депрессий, обусловленных корпусом прибора и трубой ИПП (на рис. 9.25 выпадает одна точка, соответствующая прибору минимального диаметра). Сделанные допущения практически не влияют на согласие расчётных и экспериментальных данных, если $\alpha(1)$ рассматривать как метрологический параметр прибора.

Определим эквивалентные значения пористости $k_{\text{п}}(x)$, которым соответствуют показания однозондового прибора в данном ИПП. Для этого вос-

пользуемся обобщённой гиперболической аппроксимацией зависимости показаний I^* от водонасыщенной пористости m (Э.Ю. Миколаевский и др.):

$$I^*(m) = \left[1 - \frac{M^\gamma - m^\gamma}{M^\gamma - \mu^\gamma}\left(1 - \kappa^{-1}\right)\right], \qquad (9.46)$$

$\mu \le m \le M$; $I^*(m) = J(m)/J(M)$; $\kappa = I^*(\mu) = J(\mu)/J(M)$ — коэффициент дифференциации показаний прибора по водородосодержанию.

Параметр γ зависит от типа прибора, диаметра и конструкции скважины (табл. 9.3).

Табл. 9.3. *Средние значения метрологических характеристи к серийной аппаратуры ННМ (НГМ) и параметров для определения эквивалентных значений пористости ИПП*

Параметры	ДРСТ-3-90		ДРСТ-3-60		СП-62	АМНК-1 (К-7)
	ННМ-т-50	НГМ-60	ННМ-т-50	НГМ-60	НГМ-60	ННМ-т-41/56
$C = Z\alpha(1)$	9,20	11,04	8,32	10,0	11,04	-
$\alpha(1)$, м$^{-1}$	18,40	18,40	16,64	16,64	18,40	15,20
$D\cdot10^{-3*}$	-	4,76-5,70	-	1,80-1,33	~4,4	-
κ	21,5	5,70	19,4	4,08	5,05	-
γ	1,35	0,86	1,22	0,92	0,74	0,028
$\mu\cdot10^2$	1,9	1,2	3,9	1,2	1,3	0
$M\cdot10^2$	100	57	100	61	67	100

* — зависит от толщины стенок и материала ИПП

На основании выражения (9.46) получаем:

$$k_{\text{п}}^{\text{экв}}(x) = \left[M^\gamma - \frac{1 - 1/I^*(x)}{1 - 1/\chi}\left(M^\gamma - \mu^\gamma\right)\right]^{1/\gamma}, \; M = 1. \qquad (9.47)$$

Значения параметров этой формулы для серийной аппаратуры приведены в таблице для следующих стандартных условий: пласт–известняк, пластовый флюид–пресная вода, скважина необсажена, заполнена пресной водой, $d_c = 190$ *мм*, прибор прижат к стенке скважины.

Однозондовые приборы НГМ

Показания прибора НГМ в ИПП представляют сумму излучений трёх зон: самого прибора, металлической трубы и внешнего замедлителя. Излучение прибора наряду с захватным гамма-излучением содержит вклад гамма-излучения активации и неупругого рассеивания быстрых нейтронов и зависит от конструкции прибора и его размеров (в первую очередь, наружного диаметра). Приближенно можно считать, что излучение прибора обратно пропорционально квадрату наружного диаметра с коэффициентом пропорциональности C_1, учитывающим эффективную мощность источника, конструкцию прибора (излучающую и поглощающую способность его узлов).

Излучение трубы ИПП и внешнего замедлителя пропорционально показаниям ННМ-т [формула (9.44)], причём коэффициент пропорциональности C_2 учитывает излучающую способность трубы и замедлителя.

Таким образом, показания $J_{n\gamma}$ записываются в виде:

$$J_{n\gamma}(1,Z,r) = C_1/r_0^2 + C_2 J(1,Z,r), \qquad (9.48)$$

C_1, C_2 — неизвестные константы, а $J(1,Z,r)$ совпадает с выражением (9.44).

Выражая $J_{n\gamma}$ в условных единицах $J_{n\gamma}(1,Z,r_0)$ (показания в воде) и объединяя отношение неизвестных констант C_1, C_2 в одну $C_2/C_1 = D$, получим:

$$I^*_{n\gamma}(Z,x) = F(Z,x)/F(Z,x=1), \qquad (9.49)$$

где

$$F(Z,x) = 1 + Dx^{-2}e^{-Z\alpha(1)/x}. \qquad (9.49')$$

Выражение $(9.49')$ содержит две эмпирические константы $\alpha(1)$ и D. Константа $\alpha(1)$ имеет смысл радиальной чувствительности, которая, как показано выше, различна у приборов различной конструкции и не совпадает с обратной длиной миграции тепловых нейтронов в воде (хотя близка к ней по величине). Поскольку поле захватного гамма-излучения интегрирует пространственное распределение тепловых нейтронов, тщательный учёт деталей последнего необязателен для получения количественно надёжных результатов. Благодаря этому в качестве $\alpha(1)$ можно взять значение, определённое по данным МНК в воде (см. ниже) или для одного из

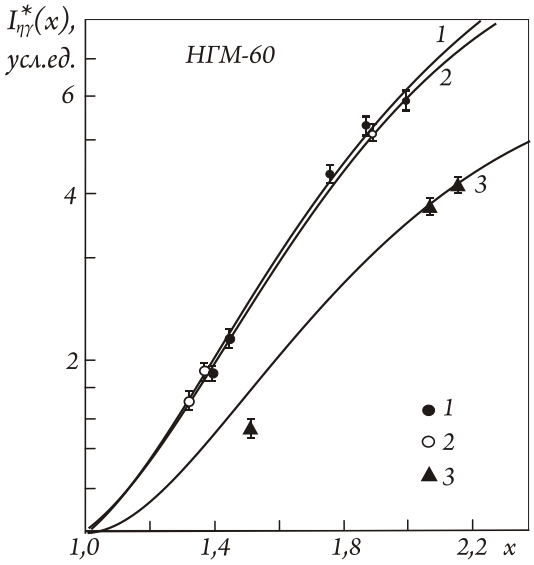


Рис. 9.26. *Расчётные зависимости* $I^*_{n\gamma}$ *показаний НГМ-60 от относительного диаметра ИПП и соответствующие экспериментальные данные для приборов ДРСТ-3-90* (**1**), *СП-62* (**2**) *и ДРСТ-3-60* (**3**)

приборов ННМ, а для параметра *c* принять его теоретическое значение $Z\alpha(1)$ независимо от типа аппаратуры. Тогда в выражении (9.49) остаётся лишь одна константа *D*, для определения которой достаточно измерений в одном имитаторе (для каждого конкретного прибора, см. таблицу 9.3).

На рис. 9.26 приведены расчётные зависимости $I^*_{n\gamma}(x)$ для трёх типов стандартной аппаратуры НГМ-60 в сравнении с экспериментальными данными КГГЭ ВНИИЯГГ. Эквивалентные значения пористости определяются формулами (9.46) и (9.47), в которых *M* находится из условия $I_{n\gamma}(M) = I_{n\gamma}(1)$ из-за немонотонности зависимости $I_{n\gamma}(m)$.

Многозондовые приборы ННМ

Интерпретационным параметром двухзондовых (многозондовых) приборов является пространственный декремент $\alpha(m)$. На основании (9.44) декремент, измеренный в ИПП данного диаметра *x* (в единицах наружного диаметра прибора), равен:

$$\begin{aligned}\alpha(x) &= -\frac{\partial}{\partial Z}\ln J(1,Z,r) \equiv (Z_2 - Z_1)^{-1} \times \\ &\times \ln\left[\tilde{J}(1,Z_1,r)/\tilde{J}(1,Z_2,r)\right] = \alpha(1)/x\end{aligned}. \qquad (9.50)$$

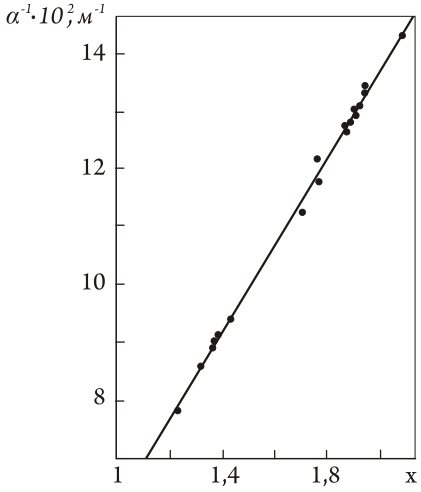


Рис. 9.27. *Зависимость обратного декремента пространственного спада от относительного диаметра ИПП; прибор* АМНК-1 (К-7) [*по Д.А. Кожевникову*]

Из равенства $\alpha(x) = \alpha(1)/x$ следует, что произведение

$$x\alpha(x) = const = \alpha(1)$$

не зависит от x, а обратная величина декремента прямо пропорциональна относительному диаметру x.

Оба вывода подтверждаются экспериментальными данными (рис. 9.27), причём $\alpha(1) = 15,20 \pm 0,03\, м^{-1}$ (*совпадает с декрементом, измеренным непосредственно в воде*), но обратная величина (6,6 *см*) — меньше, чем длина миграции в воде для «голого» источника из-за деформации первичного спектра неупругим рассеянием в стальном корпусе прибора.

Для диапазона $\mu \le m \le M$ аппроксимация зависимости $\alpha(m)$ [8] имеет вид:

$$\alpha^{-1}(m) = \alpha^{-1}(M) + \left(\frac{M^\gamma - m^\gamma}{M^\gamma - \mu^\gamma}\right)\left[\alpha^{-1}(\mu) - \alpha^{-1}(M)\right], \qquad (9.51)$$

где μ и M соответственно полная водоудерживающая способность и ёмкость матрицы коллектора. Отсюда эквивалентная пористость определяется через декремент $\alpha(x)$ следующим образом ($M = 1$):

[8] Каргова Н. и др. Определение пористости глинистых коллекторов по данным многозондового нейтронного каротажа по тепловым нейтронам. — В кн.: Экспресс-информация ВИЭМС. Сер. Региональная, разведочная и промысловая геофизика. Вып. 6. — М., 1981. — С. 26–32.

$$k_{\text{п}}^{экв}(x)=\left[M^{\gamma}-\frac{\alpha^{-1}(x)-\alpha^{-1}(1)}{\alpha^{-1}(\mu)-\alpha^{-1}(1)}\left(1-\mu^{\gamma}\right)\right]^{1/\gamma}. \qquad (9.52)$$

Подставляя выражение (9.50) в формулу (9.52) при $M=1$, находим явный вид зависимости $k_{\text{п}}^{экв}(x)$

$$k_{\text{п}}^{экв}(x)=\left[M^{\gamma}-\frac{(x-1)\left(M^{\gamma}-\mu^{\gamma}\right)}{\alpha(1)/\alpha(\mu)-1}\right]^{1/\gamma}. \qquad (9.53)$$

Эта зависимость очень близка к экспоненциальной. Действительно, при $M=1$ выражение (9.53) легко представить в виде:

$$k_{\text{п}}^{экв}(x)=\exp\left[-\frac{(x-1)\left(1-\mu^{\gamma}\right)}{\gamma\left[\alpha(1)/\alpha(\mu)-1\right]}\right]^{1/\gamma}. \qquad (9.53')$$

Расчётные и экспериментальные данные хорошо согласуются; небольшие расхождения обусловлены погрешностями построения эмпирических интерпретационных зависимостей по малому числу экспериментальных точек.

ГЛАВА 10. ИМПУЛЬСНЫЕ НЕЙТРОННЫЕ МЕТОДЫ

Импульсные нейтронные методы (ИНМ) основаны на использовании управляемого электрофизического источника (генератора) нейтронов, работающего в импульсном режиме (рис. 10.1). В зависимости от регистрируемого излучения эти методы делятся на импульсный нейтрон-нейтронный (ИННМ) и импульсный нейтронный гамма (ИНГМ) методы. В первом случае регистрируется нестационарный поток нейтронов, рассеянных в породах, окружающих скважину. Во втором — нестационарный поток «мгновенного» гамма-излучения, сопровождающего взаимодействия нейтронов с ядрами пород. Отдельно выделяется импульсный нейтронный активационный метод (ИНАМ), при котором регистрируется «задержанное» нейтронное или гамма-излучение, возникающее при распаде ядер, активированных первичными нейтронами. Модификации и аппаратурные реализации ИНМ отличаются числом детекторов в системе регистрации; возможностью спектрометрии (тепловые или надтепловые нейтроны, интегральный поток или энергетический спектр регистрируемого гамма-излучения).

ИНМ широко применяют при геофизических исследованиях скважин на месторождениях нефти и газа, в меньших объёмах — на месторождениях

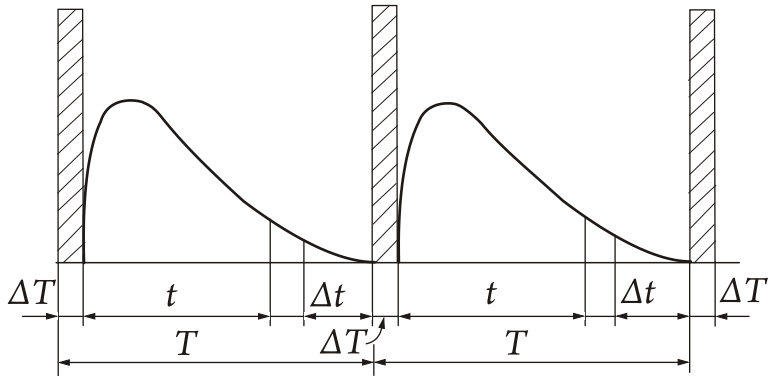


Рис. 10.1. *Временное распределение плотности тепловых нейтронов* $N(t)$ *от импульса быстрых шириною* ΔT *;* T — время задержки

твёрдых полезных ископаемых, при исследованиях гидрогеологических и технологических скважин. Наиболее распространены двухзондовый ИННМ по тепловым нейтронам и интегральный ИНГМ.

Впервые идея ИНМ была высказана в 1956 году (Г.Н. Флёров, Б.Г. Ерозолимский). К этому времени, наряду с большими успехами развития и применения нейтронных методов с радионуклидными источниками, выяснились их недостатки и ограничения. Проблема обеспечения радиационной безопасности ограничивала мощности применяемых источников. Одновременно влияние на показания замедляющих и поглощающих нейтронных свойств горных пород приводило к неоднозначности интерпретации результатов измерений. Достигаемая чувствительность к поглощающим нейтронным свойствам горных пород обуславливает возможность разделения нефте- и водонасыщенных пород, лишь при высокой минерализации пластовых вод ($C > 100–150$ *г/л*). Сильное влияние ближней зоны снижало эффективность использования ННМ в обсаженных скважинах, особенно при их многоколонной конструкции.

Г.Н. Флёров и Б.Г. Ерозолимский, основываясь на общих физических представлениях, указывали на то, что замена радионуклидного (стационарного) источника нейтронов на управляемый (импульсный) снимет многие ограничения нейтронного каротажа, значительно расширит его методические возможности. Очевидным было в этом случае решение проблемы радиационной безопасности, которая обеспечивалась выключением источника нейтронов во «внерабочее» время. Это позволяло наращивать мощность источника, обеспечивая возможность осуществить «временную развёртку» процессов замедления и диффузии нейтронов, что сулило целый ряд методических преимуществ и новых возможностей. В частности, появлялась возможность отдельно выделить влияние замедляющих и поглощающих нейтронных свойств горных пород на результаты измерений и, следовательно, оценивать пористость и водонефтенасыщенность коллекторов. Учитывая, что поглощение тепловых нейтронов в скважине, в большинстве случаев,

происходит более интенсивно, чем в породах, ожидалось уменьшение влияния скважины и увеличение глубинности исследований при измерениях на достаточно больших временах после нейтронной «вспышки». Можно было рассчитывать и на существенное, по сравнению со «стационарными» нейтронными методами, увеличение чувствительности к характеру насыщения коллекторов.

10.1. *Способы измерений ИННМ (ИНГМ) и алгоритмы определения диффузионных характеристик горных пород*

Показания импульсных нейтронных методов зависят от тех же физических свойств горных пород, что и показания при исследованиях со стационарными источниками нейтронов. Однако ИННМ выгодно отличаются от стационарных нейтронных методов: возможностью количественного определения диффузионных характеристик горных пород, высокой чувствительностью к изменению минерализации (хлоросодержания) пластовой жидкости, значительно меньшим уровнем помех от скважины, бóльшей глубинностью исследования.

Эффективность ИННМ существенно зависит от способов проведения измерений. Ниже кратко рассматриваются достоинства и недостатки существующих способов измерений импульсными методами.

Однозондовые модификации импульсных методов

Дифференциальный способ (Ю.С.Шимелевич, А.С.Школьников) основан на измерении за время ΔT плотности потока тепловых нейтронов в скважине в момент времени T после инжекции импульса быстрых нейтронов, то есть

$$N(T,Z) = \int_{T}^{T+\Delta T} n(t,Z)\,dt \approx n(T,Z)\,\Delta T\ .$$

Главные достоинства дифференциального способа — высокая чувствительность показаний к изменению хлоросодержания пород, возможность регистрации непрерывной кривой ИННМ по стволу скважины и экспрессность

проведения измерений. Существенным его недостатком является сильное влияние изменений свойств внутрискважинной среды и положения прибора в скважине.

Интегральный способ (А.Л. Поляченко) состоит в регистрации тепловых нейтронов, попавших в детектор через время T после прекращения импульса быстрых нейтронов:

$$N(T,Z)=\int_{T}^{\infty} n(t,Z)\,dt\ . \qquad (10.1)$$

С течением времени относительное влияние скважины на показания уменьшается, и они всё в бóльшей степени определяются диффузионными характеристиками самого пласта. Из (10.1) приближенно следует:

$$N(T,Z)\approx n(T,Z)\,\Delta T+\int_{T+\Delta T}^{\infty} n(t,Z)\,dt\ .$$

Отсюда видно, что использование интегральных показаний означает дополнительный учёт тех нейтронов, которые вносят сравнительно бóльшую информацию о пласте.

Этот способ позволяет получать материалы измерений в виде непрерывных кривых. Однако результаты измерений зависят от условий проведения исследований в скважинах так же сильно, как при дифференциальном способе.

Способ интегральных отношений (В.Ф. Захарченко). Существенным недостатком рассмотренных выше способов проведения измерений ИННМ является необходимость учёта скважинных условий. В.Ф. Захарченко указал на возможность уменьшения влияния скважинных условий путём регистрации отношения интегральных показаний ИННМ на двух временных задержках (T_1 и T_2):

$$N(T_1,T_2,Z)=\int_{T_1}^{\infty} n(t,Z)\,dt \Big/ \int_{T_2}^{\infty} n(t,Z)\,dt\ .$$

Способ проведения ИННМ, основанный на измерении интегральных отношений, позволяет устранить недостатки предыдущих способов измерений. Развитием этого способа является следующий *способ декремента за-*

тухания (Ю.С. Шимелевич, А.С. Школьников, Ю.И. Соколов). Величиной, характеризующей изменение во времени плотности тепловых нейтронов и по своему физическому смыслу непосредственно связанной с поглощающими свойствами пласта, является декремент затухания:

$$\lambda = -\frac{d}{dt}\ln N(t) \ .$$

Важное достоинство этого способа — сравнительно слабая зависимость показаний прибора от условий измерений и принципиальная возможность количественного определения времени жизни тепловых нейтронов.

Поле тепловых нейтронов, возникающее после выключения импульсного источника, описывается однородным уравнением нестационарной диффузии, которое удобно записать в виде:

$$\lambda \equiv -\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial t} = \Sigma^* - D\left(\frac{1}{N}\Delta N\right).$$

Все члены этого уравнения имеют ясный физический смысл. Слева записан декремент затухания поля тепловых нейтронов, измеряемый экспериментально.

Независимо от конкретных условий измерений величина λ состоит из двух слагаемых: обратного времени жизни тепловых нейтронов (которое не зависит от времени, а в бесконечной однородной среде — и от координат) и декремента «диффузионного спада» λ_D:

$$\lambda_D = -D\left(\frac{1}{N}\Delta N\right).$$

Таким образом,

$$\lambda \equiv \lambda(r,t) = \Sigma^* + \lambda_D(r,t).$$

В бесконечной однородной среде декремент затухания распределения тепловых нейтронов, усреднённого по всему пространству, совпадает с обратным временем жизни тепловых нейтронов ($\lambda_D = 0$). В системе скважина–пласт измеренная величина λ приобретает временную и пространственную зависимость и может быть больше или меньше $\sum^*$ (в соответствии со знаком лапласиана плотности нейтронов N).

В однозондовых модификациях ИННМ определяемым параметром является кажущееся время жизни тепловых нейтронов $\tau_к = \lambda^{-1}$, которое зависит от физических свойств горных пород и является основой для количественной интерпретации материалов ИННМ. Для интерпретации данных ИННМ можно использовать непосредственно параметр λ без перехода от кажущихся значений времени жизни тепловых нейтронов к истинным. Величина λ характеризует важный петрофизический параметр горных пород — макроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов Σ_a.

Общепринятая методика измерения декремента затухания λ сводится к регистрации зависимости плотности тепловых нейтронов от времени при максимально возможных с используемой аппаратурой временных задержках. Такой способ измерений не обладает экспрессностью.

Устранить этот недостаток можно путём измерения декремента затухания при относительно небольших задержках, достаточных для значительного снижения влияния скважины и обеспечивающих высокую скорость счёта. При этом определяемые значения λ^{-1} могут больше отличаться от истинных значений τ, чем при измерениях по точкам, но зато появляется возможность регистрации декремента затухания в виде непрерывной кривой по стволу скважины. Такой способ (ИННМ-λ) позволяет уменьшить помехи от влияния скважинных условий по сравнению с дифференциальным ИННМ, более точно привязать результаты измерений к исследуемому интервалу, исключить пропуск маломощных продуктивных интервалов и повысить производительность ИННМ.

Повышение эффективности метода ИННМ-λ достигается путём автоматизации процесса измерения декремента затухания и представления результатов в удобном для интерпретации виде.

Способы определения декремента затухания основываются на представлении, что плотность нейтронов $n(t)$ в скважине изменяется по закону:

$$n(t) = Ae^{-\lambda t}. \qquad (10.2)$$

Тогда числа нейтронов, зарегистрированных во временном канале Δt, спустя времена t_1 и t_2 $(t_2 > t_1)$, после облучающего импульса определяются выражением:

$$N_i = A\int_{t_i}^{t_i+\Delta t} e^{-\lambda t}dt = \frac{A}{\lambda}e^{-\lambda t_i}\left(1-e^{-\lambda \Delta t}\right),\ i=1,2 \qquad (10.3)$$

Отсюда декремент затухания нейтронов:

$$\lambda = \frac{1}{t_2 - t_1}\ln\frac{N_1}{N_2}. \qquad (10.4)$$

Декремент затухания λ может непрерывно регистрироваться по стволу скважины в одном из следующих вариантов: 1) непосредственная регистрация параметра λ; 2) регистрация значений кажущегося времени жизни нейтронов $\tau_к = \lambda^{-1}$; 3) регистрация отношения показаний двух временных каналов с различными задержками. Все эти варианты обеспечивают практически одинаковую точность измерения λ, которая зависит от временных задержек, условий измерений и скорости счёта.

Временну́ю зависимость плотности тепловых нейтронов в скважине можно представить в виде (А.Л. Поляченко):

$$n(t,Z) = e^{-t/\tau}\Phi(t,Z)\left[1+S\left(t,Z;R,\tau_1,\tau_2,D_1,D_2\right)\right], \qquad (10.5)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют параметрам сред, заполняющих и окружающих скважину радиуса r_c; $S(\ldots)$ — «функция скважины», описывающая возмущение, вносимое скважиной (и заполняющей её средой) в результат измерений.

Спад плотности тепловых нейтронов в скважине при ИННМ происходит в первом приближении по сумме двух экспонент с декрементами затухания, равными обратным временам жизни тепловых нейтронов в скважине и пласте.

Функция *S* определяет уровень помех, т.е. отношение амплитуды шумов к полезному сигналу. С увеличением времени величина возмущения $S(t)$ экспоненциально убывает тем быстрее, чем меньше радиус скважины и чем больше контрастность $(\tau_1^{-1} - \tau_2^{-1})$ пласта и заполнения скважины по макросечению поглощения.

При $\tau_1 < \tau_2$ с увеличением времени задержки или размера зонда распределение нейтронов в скважине приближается к тому распределению, которое устанавливается в однородном пласте без скважины:

$$\Phi(t,Z) \approx \frac{F(t)}{2\sigma(t)} \exp\left[-\frac{Z^2}{4\sigma^2(t)}\right],\ t > t_{as}; \qquad (10.6)$$

$$\sigma^2(t) = Dt + L_s^2. \qquad (10.7)$$

Здесь D — коэффициент диффузии тепловых нейтронов в пласте;
L_s — эффективная длина замедления нейтронов в системе скважина–пласт;
t_{as} — асимптотическое время задержки, определяемое уравнением $S(t_{as}) \le 0{,}1$
Применив к (10.5) алгоритм определения декремента затухания, получим:

$$\lambda = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{n(t_1,Z)}{n(t_2,Z)} = \Sigma^* + \Delta_\Sigma(Z,t_1,t_2), \qquad (10.8)$$

где

$$\Sigma^* = \frac{1}{\tau},\ \Delta_\Sigma = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{\Phi(t_1,Z)}{\Phi(t_2,Z)}.$$

Поправка Δ_Σ характеризует величину абсолютного отклонения измеренной величины λ от значения τ^{-1}.

Двухзондовые модификации импульсных методов

Физические свойства исследуемых горных пород определяют не только временное изменение поля тепловых нейтронов в скважине, но и их пространственное распределение. Если временное распределение связано с величиной τ, характеризующей поглощение нейтронов, то пространственное распределение — с величиной коэффициента диффузии D, характеризующего рассеивающие свойства породы. Двухзондовые модификации ИННМ учитывают изменение как τ, так и D.

Модификация «ИННМ (ИНГМ)- σ^2 » (ВНИИЯГГ).

Дисперсия $\sigma^2(t)$ пространственного распределения тепловых нейтронов связана с коэффициентом диффузии D и может быть определена по результатам измерений на двух зондах:

$$\sigma^2(t) = \frac{Z_2^2 - Z_1^2}{4\ln\left[n(Z_1,t)/n(Z_2,t)\right]},\ Z_2 > Z_1 \qquad (10.9)$$

Коэффициент диффузии тепловых нейтронов D может быть определён по измеренной пространственной дисперсии σ^2 или путём измерения на двух временных задержках следующего функционала U:

$$U = \frac{\sigma^2(t_2) - \sigma^2(t_1)}{t_2 - t_1} = D + \Delta D, \qquad (10.10)$$

где

$$\Delta D = \frac{d}{dt}\sigma^2(t) - D. \qquad (10.11)$$

Поправка ΔD зависит очень слабо от времени, но существенно — от (Z_1, Z_2); кроме того, она зависит от искомого параметра D (в отличие от поправки Δ_Σ). Результаты численных расчётов пространственно-временного распределения нейтронов в системе скважина–пласт были использованы для приближенного решения уравнения (10.10) относительно коэффициента диффузии D. Это решение позволяет вычислять коэффициент диффузии через измеряемый функционал U.

Ограничением двухзондовой методики, позволяющей определить параметр σ^2, является необходимость поточечных измерений пространственно-временного распределения плотности тепловых нейтронов или интенсивности гамма-излучения радиационного захвата. Это связано с необходимостью проводить измерения при больших временах задержки ($t \approx 2 \div 3$) *мс*, при которых далеко не всегда можно получить хорошую статистическую точность в процессе непрерывных измерений.

Двухзондовые модификации ИННМ (ИНГМ)

Результаты теоретических и экспериментальных исследований свидетельствуют о том, что распределение тепловых нейтронов вдоль оси скважины тесно связано с водородосодержанием пласта и при временах задержки меньше t_{as}, поэтому определение m возможно на основе измерений распределения $n(Z)$ при малых t без количественной оценки коэффициента диффузии D.

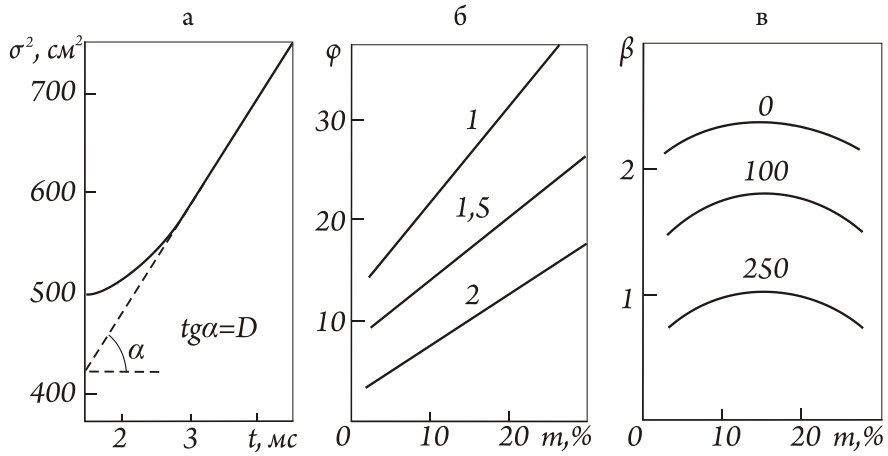


Рис. 10.2 а, б, в. *Схемы интерпретации результатов измерений двухзондовыми модификациями ИННМ (ИНГМ):* **а** — «σ^2»; **б** — «ИННМ-2», шифр кривых — время задержки в *мс*; **в** — «ИННМ-КВ», шифр кривых — минерализация пластовой воды $C_П$ в *г/л NaCl*

Простейшим вариантом такой методики является нахождение отношения φ показаний на двух зондах (так называемая методика ИННМ-2, ВНИИЯГГ):

$$\varphi = \frac{n(Z_1,t)}{n(Z_2,t)},\ Z_2 > Z_1 \qquad (10.12)$$

измеренных при одном времени задержки двумя детекторами, находящимися на расстояниях Z_1 и Z_2 от источников. При этом не требуется больших задержек, и удовлетворительная статистическая точность достигается в процессе непрерывных измерений по стволу скважины.

Численные расчёты, проведённые для непрерывной двухзондовой модификации ИННМ-2 (А.Л. Поляченко и др.), показали, что зависимость величины φ от водонасыщенной пористости m имеет вид:

$$\varphi(m,t;Z_1,Z_2) = a(t) + b(t)\,m,\ t > 1\,\text{мс} \qquad (10.13)$$

где коэффициенты a, b зависят также от Z_1, Z_2 (рис. 10.2 б).

Относительная дифференциация пластов различной пористости, определяемая отношением

$$f = \varphi(m_1)/\varphi(m_2),\ m_1 > m_2,$$

возрастает с увеличением времени задержки. Изменение водородосодержания влияет на показания ИННМ-2 гораздо сильнее, чем другие параметры скважинной среды и пласта.

Определение λ и φ позволяет качественно решать те же вопросы, что и при определении величин λ и σ^2 при резком сокращении затрат времени на проведение измерений. Двухзондовая методика может служить инструментом выполнения таких важных задач, как выделение однородных участков разреза, количественная оценка их водородосодержания, а также определение характера переслаивания в неоднородных интервалах разреза.

Модификация «ИННМ (ИНГМ)-КВ» (КВ — с компенсацией влияния водородосодержания; Р.А. Резванов и Н.Н. Кривко). Поскольку водород обладает довольно большим сечением как рассеяния, так и поглощения тепловых нейтронов, он оказывает существенное влияние и на пространственное, и на временное их распределение. Это обстоятельство позволяет осуществить компенсацию влияния изменений водородосодержания в некотором интервале его изменения на показания импульсного нейтронного метода путём регистрации отношения показаний

$$\beta = \frac{n(Z_1, t_1)}{n(Z_2, t_2)}$$

на двух парах специально подобранных зондах Z_1 и Z_2 и временах задержки t_1 и t_2 (различных для каждого из зондов). Соотношение между $Z_2 - Z_1$ и $t_1 - t_2$ определяется условием компенсации: $\left.\frac{\partial \beta}{\partial m}\right|_{m=\bar{m}} = 0$, где $\bar{m}$ — некоторое среднее значение объёмной влажности, в окрестности которого осуществляется компенсация. При значениях $Z_{1,2}$ и $t_{1,2}$, обеспечивающих компенсацию (на практике они подбираются экспериментально), пласты одинаковой литологии, насыщенные солёной водой, отмечаются близкими значениями β независимо от коэффициента пористости, а нефтенасыщенные — положительными аномалиями.

10.2. *Двухкомпонентная интерпретационная модель ИНМ*

Современные представления о структуре сигналов ИНМ базируются на феноменологической двухкомпонентной интерпретационной модели. Показания (скорость счёта) N_i в i-ом временном канале представляются в виде двух экспоненциально затухающих компонент:

$$N_i = A_C \exp\left(-\lambda_C t_i\right) + A_П \exp\left(-\lambda_П t_i\right), \qquad (10.14)$$

где A_C и λ_C — соответственно амплитуда и декремент затухания короткоживущей компоненты сигнала ИНМ («скважина»), а $A_П$ и $\lambda_П$ — амплитуда и декремент затухания долгоживущей компоненты («пласт»).

Эта модель имеет наглядный физический смысл: короткоживущая компонента содержит информацию о нейтронных свойствах заполнения скважины и околоскважинного пространства, а долгоживущая компонента — о нейтронных свойствах пласта. Околоскважинная среда достаточно хорошо описывается одной короткоживущей компонентой, что отражает гомогенизацию нейтронного поля в околоскважинном радиально неоднородном пространстве. Нетривиальность этого факта связана с радиальной неоднородностью системы скважина–пласт, отдельные зоны которой (прибор, флюид, колонна, цементный камень) контрастируют по нейтроннопоглощающим и нейтроннорассевающим свойствам.

Второе важное положение, постулируемое (10.14), гласит: декремент долгоживущей компоненты временного распределения тепловых нейтронов определяется свойствами пласта и не зависит от свойств скважины. Это положение подтверждается данными натурного и математического моделирования ИНМ.

Таким образом, временно́е и пространственное распределение плотности тепловых нейтронов описывается восемью параметрами: амплитудами и декрементами затухания короткоживущих (скважинных) компонент на ближнем и дальнем зондах $\{A_{1C}, A_{2C}, \lambda_{1C}, \lambda_{2C}\}$ и аналогичными параметрами долгоживущих (пластовых) компонент: $\{A_{1П}, A_{2П}, \lambda_{1П}, \lambda_{2П}\}$ [1].

[1] Мартьянов И. А. и др. Двухкомпонентная модель показаний импульсного нейтронного каротажа. //Геоинформатика. М., 1998. — № 2. — С. 31–34.

Декомпозиция сигнала ИНМ позволяет вычислять амплитуды и декременты пластовой и скважинной компонент (методика и алгоритм разработаны А.А. Старцевым, И. Юсуповым, В.И. Рудовым и др.).

Конечная цель интерпретации данных ИНМ состоит в определении макроскопического сечения поглощения тепловых нейтронов Σ_a и водородосодержания m. Результатом каротажа являются: 1) диаграммы декрементов затухания пластовой и скважинной компонент для каждого из зондов; 2) диаграмма водородосодержания m; 3) диаграмма макросечения захвата тепловых нейтронов в пласте.

Алгоритмы определения водородосодержания и макросечения захвата тепловых нейтронов в пласте Σ_a основываются на следующих физических закономерностях. Суммарная амплитуда скважинной и пластовой компонент на данном зонде

$$A = A_C + A_П \tag{10.15}$$

имеет простой физический смысл: это скорость счёта тепловых нейтронов в первом временном канале. Поскольку за время, равное ширине канала Δt (обычно 30–70 мкс), процессы диффузии и поглощения тепловых нейтронов не успевают проявиться, суммарная амплитуда A определяется полем надтепловых нейтронов. Известно, что поле надтепловых нейтронов не связано ни с Σ_C, ни с $\Sigma_П$, а характеризуется сильной зависимостью от m и пренебрежимо слабой зависимостью от Σ_C и от $\Sigma_П$.

Градуировочная зависимость $F(m)$ для нахождения m строится по отношению суммарных амплитуд показаний ближнего и дальнего зондов:

$$F(m) = A_Б / A_Д = \frac{A_{Б,C} + A_{Б,П}}{A_{Д,C} + A_{Д,П}}, \tag{10.16}$$

а макросечение поглощения тепловых нейтронов Σ_a в пласте:

$$\Sigma_a = \lambda_{Б,П} - D(m). \tag{10.17}$$

Зависимости $F(m)$ и $D = D(m)$ получают экспериментально на Государственных стандартных образцах нейтронных параметров горных пород. Сравнивая однозондовые и двухзондовые модификации ИННМ, можно от-

метить, что последние позволяют дифференцировать породы не только по поглощающим, но и по рассеивающим свойствам. На основе комплексной интерпретации результатов измерений двухзондовой аппаратурой решаются следующие задачи: выделение коллекторов и оценка характера их насыщения; определение коэффициента водо-, нефте- и газонасыщения коллекторов с учётом глинистости, определяемой по данным гамма-метода; корреляция разрезов скважин и построение карт распределения остаточных запасов нефти и газа; оценка степени извлечения геологических запасов нефти и газа на основе сравнения результатов измерений до и после обсадки скважин.

10.3. *Спектрометрический импульсный НГМ (ИНГМ-С)*

Спектры ГИНР регистрируют в процессе излучения импульса нейтронов (так как процесс замедления быстрых нейтронов длится несколько микросекунд). Спектр ГИНР является индивидуальной характеристикой ядра. Например, при неупругом рассеянии нейтрона на ядре углерода образуются гамма-кванты с энергией преимущественно 4,43 *МэВ*, а на ядре кислорода — 6,13 *МэВ*. По соотношениям в спектрах ГИНР и ГИРЗ наблюдаемых эффектов при взаимодействии с элементами *H, Si, Ca, Fe, Cl, S* можно определить литологический состав пород, пористость, рассчитать нефтенасыщенность.

Интерпретационными параметрами ИНГМ-С служат макросечение Σ_a (10^{-3} $см^{-1}$) захвата тепловых нейтронов и коэффициент $k_П$ (%) водонасыщенной пористости, а также отношения скоростей счёта в диапазонах энергетических спектров ГИНР, соответствующих излучениям углерода (*C*) и кислорода (*C/O*) и кальция к кремнию (*Ca/Si*). Эти отношения определяются литологическим составом отложений и характером насыщения пород.

Измерительный зонд содержит излучатель быстрых (14 *МэВ*) нейтронов и один–два детектора гамма-излучения. Длина зонда 0,4–0,6 *м*, точка записи — середина зонда. Калибровки проводят на трёх стандартных образцах, воспроизводящих значения насыщенности пласта. Одним из стандартных образцов является ёмкость с пресной водой не менее 1,5 *м* в диа-

метре и 2 *м* по высоте (для исключения влияния среды за стенам ёмкости). Рекомендуемая скорость каротажа — 40–50 *м/ч*.

Модификацию ИНГМ-С для определения нефтенасыщенности пород называют *C/O*-каротажом. Отношение *C/O* зависит от пористости, литологии, характера насыщения пластов, заполнения скважины, но практически не зависит от минерализации пластовых флюидов, что является достоинством метода. Для учёта влияния минерального состава пород по спектрам ГИНР и ГИРЗ рассчитываются отношения кальция и кремния (*Ca/Si*). Интерпретационными параметрами метода являются разности отношений углерода-кислорода ($R_{C/O}$) и кальция-кремния ($R_{Ca/Si}$). Кажущееся объёмное содержание нефти в породе ($K_{H,K}$) определяется с помощью зависимостей вида:

$$K_{H,K} = a(R_{C/O} - bR_{Ca/Si}) + c,$$

где *a, b, c* — константы. В приборах *C/O*-каротажа генератор нейтронов производит короткий (длительностью 5-8 *мкс*) выброс нейтронов каждые 50 *мкс*. Гамма-лучи, возникающие в породе в результате неупругого рассеяния и захвата нейтронов, регистрируются (с измерением их энергии) системой кристаллический детектор-многоканальный анализатор. Система ведёт запись времени прихода гамма-квантов (256 временных каналов) и энергии гамма-квантов неупругого рассеяния (256 каналов) и захвата (ещё 256 каналов).

На рис. 10.3 приведены спектры, зарегистрированные аппаратурой АИМС-С (ОАО НПЦ «Тверьгеофизика») в нефте- и водонасыщенных моделях (песчаник пористостью 34%, вода — пресная). На спектрах ГИНР в областях энергий излучения углерода и кислорода выделяются участки, наиболее сильно реагирующие на замещение воды нефтью в поровом пространстве. Спектры ГИРЗ в водо- и нефтенасыщенном песчанике практически одинаковы.

По спектрам неупругого рассеивания вычисляются содержания в породе *Ca, Si, C* и *O* (или отношение *C/O*), а по спектрам захвата — содержания *Ca, Cl* (отношение *Ca/Si* определяется также и по «неупругим» спектрам). Коэффициент пористости рассчитывают по соотношению спектров захвата и упругого рассеивания. Спектр данных времени прихода гамма-квантов ис-

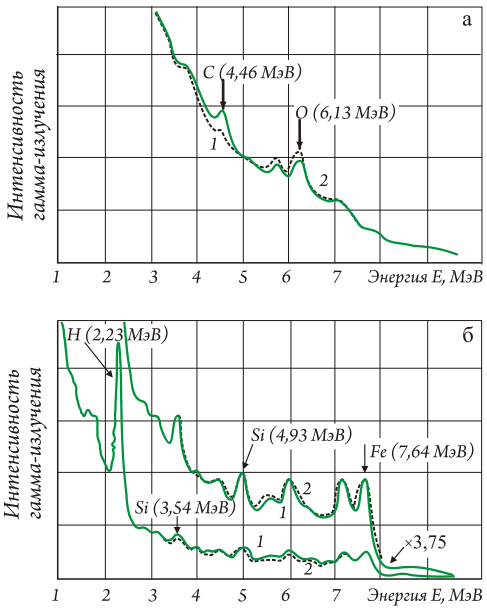


Рис. 10.3 а, б. *Энергетические спектры ГИНР* (**а**) *и ГИРЗ* (**б**)*, зарегистрированные аппаратурой АИМС-С в модели пласта* [*по данным НПЦ «Тверьгеофизика»*].

1 — водонасыщенный песчаник;
2 — нефтенасыщенный песчаник

пользуют для независимого расчёта Σ_a и пористости. Отношение *C/O* используют для расчёта нефте-водонасыщения за обсадной колонной. Глубинность исследования *C/O* каротажа в породах–коллекторах составляет в среднем 20 *см*, разрешающая способность по вертикали не менее 60 *см*.

ИНГМ-С применяют в обсаженных скважинах для оценки текущей и остаточной нефтенасыщенности, определения интервалов обводнения продуктивных коллекторов независимо от минерализации пластовых вод и для контроля различных технологий увеличения нефтеотдачи коллекторов.

10.4. *Задачи нефтепромысловой геологии, решаемые на основе измерений нейтронных характеристик горных пород*

С помощью двухзондовых приборов стационарных ННМнт и ННМт определяется пространственный декремент α или непосредственно пористость (объёмная влажность) породы. Из-за влияния скважины величина α^{-1} не совпадает с обратной длиной миграции тепловых нейтронов в пласте (в ННМт).

Анализ результатов математического и физического моделирования двухзондовой модификации ННМт показал, что величина

$$\alpha^* = (Z_2 - Z_1)^{-1} \ln\left[N(Z_1) / N(Z_2) \right]$$

оказывается близкой к обратной длине замедления L_s^{-1} нейтронов в пласте (а в некоторых случаях совпадает с ней).

Наряду с анализом пространственного распределения тепловых нейтронов в однородной среде в двухгрупповом приближении эти наблюдения послужили основанием для предположения о совпадении $\alpha^*(m)\, c\, L_s^{-1}(m)$ при выборе достаточно больших зондов (Z_1, Z_2).

Декремент пространственного спада показаний прибора $\alpha(Z)$ аддитивен относительно декрементов спада α_k в каждой из зон, взвешенных со своими геометрическими факторами G_k. Поскольку всегда (исключая случай сухих скважин) $\alpha_c^* > \alpha_{\text{пл}}$, то $\alpha^* > \alpha_{\text{пл}}$, то чем больше диаметр скважины, тем сильнее её влияние, и тем заметнее α^* превышает $\alpha_{\text{пл}}$.

При увеличении диаметра прибора влияние скважины ослабевает (благодаря уменьшению слоя воды вокруг прибора), и α^* уменьшается. С повышением температуры G_c уменьшается и, соответственно, уменьшается α^*.

Таким образом, совпадение α^* с L_s^{-1} обусловлено исключительно влиянием скважины и различной скоростью изменения $\alpha^*(m)$ и $L_s^{-1}(m)$ (зависимости пересекаются); вообще говоря, $\alpha^* \neq L_s^{-1}$. Чем сильнее проявляется влияние скважины, тем при бóльшей пористости пласта достигается равенство $\alpha^* = L_s^{-1}$.

Сравнение расчётных зависимостей $\alpha^*(m)$ и $\alpha_{\text{пл}}^*(m)$ показывает, что они различаются на константу *C*, зависящую от диаметра (и конструкции) скважины и конструкции прибора:

$$\alpha^*(m) = \alpha_{пл}(m) + C(d_{пр}, d_c).$$

Возможность решения геологических задач путём измерения диффузионных характеристик *D* и τ горных пород основана на том, что некоторые минералы, являющиеся полезными ископаемыми, а также флюиды, насыщающие пласты, характеризуются аномально большими сечениями поглощения или переноса по сравнению с вмещающими породами.

Для типичных пород осадочного комплекса (песчаник, известняк, доломит и т.д.) величина $\sum_a$ колеблется в пределах $(3-6)\cdot 10^{-3}$ *см*$^{-1}$. У мине-

ралов, включающих такие элементы как *B, Hg, Cl*, редкоземельные и др., $\sum_a$ достигает 1 $см^{-1}$ и более.

Для осадочных пород, не содержащих связанной воды и поровой жидкости, величина $\sum_a$ близка к 0,2 $см^{-1}$, а для пластовых вод и нефтей — около 2 $см^{-1}$. Если учесть, что пластовые воды часто содержат соли хлора и отличаются значительно бóльшими сечениями поглощения, чем нефть, то можно указать следующие основные геологические задачи, которые могут быть решены путём измерения параметров диффузии тепловых нейтронов в горных породах.

Определение пористости. Измеряя коэффициент диффузии D (время жизни) нейтронов в породе и зная его величины для скелета $D_{\text{ск}}$ и флюида $D_{\text{ф}}$, можно определить пористость $k_{\text{п}}$:

$$k_n = \frac{D^{-1} - D_{ск}^{-1}}{D_{ф}^{-1} - D_{ск}^{-1}}.$$

Здесь предполагается, что всё поровое пространство заполнено водой или нефтью. Очевидно, что точность определения $k_{\text{п}}$ тем выше, чем меньше погрешность измерения величин D, $D_{\text{ск}}$, $D_{\text{ф}}$ и чем больше разность $(D^{-1} - D_{\text{ск}}^{-1})$ и $(D_{\text{ф}}^{-1} - D_{\text{ск}}^{-1})$. Это значит, что точность повышается с увеличением пористости и величины $D_{\text{ск}}$ (последнее связано, главным образом, с уменьшением количества связанной воды).

При определении пористости требования к точности определения величины $D_{\text{ск}}$ меньше, чем к точности определения $D_{\text{ф}}$ и D, поэтому $D_{\text{ск}}$ может быть получено путём расчёта на основании данных об элементном составе скелета.

Определение коэффициента нефтенасыщенности $k_{\text{н}}$. Если известна величина $k_{\text{п}}$, то, измеряя среднее время жизни тепловых нейтронов τ в пласте, и зная $\tau_{ск}$ (скелета), $\tau_{\text{в}}$ (пластовой воды) и $\tau_{н}$ (нефти), можно определить коэффициент нефтенасыщенности в случае, когда $\tau_{\text{н}} \neq \tau_{\text{в}}$ (минерализованная вода):

$$k_н = \frac{\sum^*_{ск} - \sum^*_в + k_п^{-1}\left(\sum^* - \sum^*_{ск}\right)}{\sum^*_н - \sum^*_в}. \qquad (10.18)$$

При данной точности определения величин $\tau_в, \tau_н, \tau_{ск}, \tau$ погрешность определения $k_н$ тем меньше, чем выше пористость пласта, чем больше величина $\tau_{ск}$ и чем меньше величина $\tau_в$ (т.е. чем больше минерализация пластовых вод). По аналогичной формуле можно определить коэффициент газонасыщенности (заменяя $k_н$ на $k_г$ и $\tau_н$ на $\tau_г$).

Величины $\tau_в, \tau_н, \tau_{ск}$ должны определяться экспериментально на образцах вещества, поскольку расчёты могут привести к значительным погрешностям (при отсутствии данных о концентрации аномально поглощающих микропримесей).

Таким образом, для получения величин $k_п$, $k_н$ по измеренным D, τ необходимо дополнительно знать $D_{ск}, D_ф$, $\tau_в, \tau_н, \tau_{ск}$. Величина $D_{ск}$ может быть вычислена, если известен химический состав скелета, $D_н$ и $\tau_н$ — по известной плотности нефти (при нормальных условиях) и её газовому фактору, $\tau_в$ — по известной минерализации пластовой воды (по хлору), $\tau_{ск}$ целесообразно определять экспериментально.

Наиболее высокая геологическая эффективность достигается при использовании ИННМ в комплексе с другими геофизическими методами.

По значениям параметров D и τ с добавлением ещё одного геофизического параметра — интервального времени Δt распространения упругих колебаний (или показаний метода рассеянного гамма-излучения) — однозначно решается задача группировки пластов по литологическому составу. Для оценки литологии пласта по величине кажущейся пористости (определённой в предположении, что порода — известняк) и разделения пластов по характеру насыщения (кажущаяся пористость определена по Δt, D и τ в предположении, что пластовый флюид — вода), В.Н. Моисеев предложил следующие критерии.

Критерии разделения пластов по литологическому составу:

известняк — $k_{\text{п}}(D) \approx k_{\text{п}}(\tau) \approx k_{\text{п}}(\Delta t)$;

доломит — $k_{\text{п}}(D) << k_{\text{п}}(\tau) < k_{\text{п}}(\Delta t)$;

песчаник кварцевый — $k_{\text{п}}(D) < k_{\text{п}}(\tau) > k_{\text{п}}(\Delta t)$;

песчаник кварцево-полевошпатовый $k_{\text{п}}(D) > k_{\text{п}}(\tau) << k_{\text{п}}(\Delta t)$.

Критерии разделения пластов по типу флюида:

вода — $k_{\text{п}}(D) \approx k_{\text{п}}(\tau) \approx k_{\text{п}}(\Delta t)$;

нефть — $k_{\text{п}}(D) < k_{\text{п}}(\tau) > k_{\text{п}}(\Delta t)$;

газ — $k_{\text{п}}(D) \approx k_{\text{п}}(\tau) > k_{\text{п}}(\Delta t)$.

Опыт применения этих критериев показал, что эффективность разделения нефтеносных и водоносных пластов не зависит от глубины их залегания, а разделение газоносных и водоносных — ухудшается.

В обсаженных скважинах для выделения продуктивных пластов по скорости расформирования зоны проникновения используются разновременные замеры. Критерием нефтеносности, водоносности или газоносности коллектора служит характер изменения со временем параметров D и τ: для газоносного — увеличение D и τ; для нефтеносного — постоянное (или слабо меняющееся) τ и неизменная величина D; для водоносного — уменьшение τ при неизменном D.

Практический интерес представляло использование корреляционных зависимостей между нейтронными и другими петрофизическими характеристиками горных пород. Д.М. Сребродольский впервые изучил связи времён жизни тепловых нейтронов τ с удельным электрическим сопротивлением горных пород ρ, их плотностью σ и скоростью υ распространения упругих колебаний, а также с естественной радиоактивностью.

Измеряемая величина λ определяется выражением (10.18) с заменой $\sum^*$ на λ. Если предположить, что, несмотря на различие глубинностей исследования, ИННМ и БЭЗ определяют одинаковую водонасыщенность $k_{\text{в}} = 1 - k_{\text{н}}$, то величину $k_{\text{в}}$ можно исключить с помощью уравнения Дахнова–Арчи:

$$k_{в} = \left(a \frac{\rho_{в}}{\rho} \right)^{1/n} k_{п}^{\,-m/n}, \qquad (10.19)$$

где *a*, *m*, *n* — коэффициенты; $\rho_в$, ρ — удельные электрические сопротивления пластовой воды и породы.

Для неглинистых пластов —

$$\lambda = (1-k_п)\lambda_{ск} + k_н\lambda_н + (\lambda_в - \lambda_н)k_п^{1-m/n}\left(a\frac{\rho_в}{\rho}\right)^{1/n}, \qquad (10.20)$$

т.е. при фиксированной пористости λ есть линейная функция $\rho^{-1/n}$ (соответственно время жизни τ линейно относительно $\rho^{1/n}$).

Линейная корреляция между ρ и τ описана, в частности, для газоносных пластов. При этом показано, что изменение ρ и τ обусловлено изменением газонасыщенности (через водородосодержание).

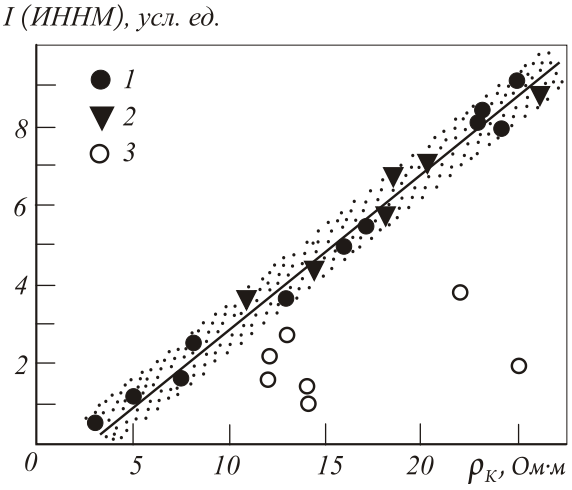


Рис. 10.4. *Поле корреляции I (ИННМ) — $\rho_к$ по разрезу скважины одного из месторождений Азербайджана* (*по Л.А. Путкарадзе*).

1 — опорные пласты;
2 — испытуемые пласты, не изменившие первоначального насыщения;
3 — испытуемые (нефтеносные) пласты, обводнившиеся в процессе разработки залежи

На рис. 10.4 приведено сопоставление показаний ИННМ и $\rho_к$ по данным БЭЗ для пластов, сохранивших и изменивших первоначальное насыщение в процессе разработки месторождения. Для пластов первой группы связь между *I* (ИННМ) и $\rho_к$ описывается уравнением линейной регрессии $I(ИННМ) = a + b\rho_к$ с коэффициентом корреляции от 0,85 до 0,95 (по разным скважинам). Коэффициенты (*a*, *b*) этого уравнения вычисляются по пластам, характер насыщения которых заведомо не изменился по геологическим данным и видимой корреляции между $\rho_к$ и *I* (ИННМ). В коллекторах, обводнившихся пластовыми или смешанными водами, корреляция нарушается тем сильнее, чем выше степень обводнения.

Время жизни тепловых нейтронов зависит не только от величины микроскопических сечений поглощения элементов, входящих в состав породы, но и от её плотности. Плотность минералов и горных пород изменяется в значительно более узких пределах, чем сечения поглощения тепловых нейтронов, вследствие чего влияние плотности на величину времени жизни не является определяющим. Однако, в том важном случае, когда ёмкостное пространство осадочных горных пород насыщено пластовой жидкостью, может наблюдаться определённая зависимость между τ и σ. Объёмное содержание m флюида в породе (при полном насыщении флюидом ёмкостного пространства) связано с плотностью скелета $\sigma_{\text{ск}}$, породы σ и флюида $\sigma_{\text{ф}}$ соотношением:

$$m = \frac{\sigma_{ск} - \sigma}{\sigma_{ск} - \sigma_{ф}}. \qquad (10.21)$$

Поскольку времена жизни тепловых нейтронов в скелете породы и флюиде обычно заметно различаются, то в коллекторе величина τ определяется теми же факторами, что и её плотность. Этим объясняется наличие корреляции между λ и σ для коллекторов, содержащих воду, нефть и газ.

Скорость распространения упругих колебаний υ в горных породах зависит от тех же факторов, что и время жизни тепловых нейтронов: от минерального состава скелета породы, количественного содержания и типа флюида, заполняющего ёмкостное пространство. Общность факторов, определяющих υ и τ, обусловливает корреляционную связь между этими параметрами.

Коэффициент пористости $k_{\text{п}}$ породы может быть выражен через скорость распространения продольных волн в породе υ, скелете $\upsilon_{\text{ск}}$, а также в жидкости (флюиде) $\upsilon_{\text{ф}}$, заполняющей её поры, с помощью формулы средних времен:

$$k_{п} = \frac{\upsilon^{-1} - \upsilon_{ск}^{-1}}{\upsilon_{ф}^{-1} - \upsilon_{ск}^{-1}} = \frac{\Delta t - \Delta t_{ск}}{\Delta t_{ф} - \Delta t_{ск}}. \qquad (10.22)$$

Через соответствующие декременты (времена жизни) $k_{\text{п}}$ выражается аналогично:

$$k_{n} = \frac{\lambda - \lambda_{ск}}{\lambda_{ф} - \lambda_{ск}}. \qquad (10.23)$$

Аналогичная формула справедлива и при замене λ на соответствующие величины D — коэффициенты диффузии тепловых нейтронов в породе, скелете и флюиде.

Сравнивая приведённые выше выражения для одного и того же пласта, получим:

$$\Delta t = A\lambda + B, \qquad (10.24)$$

где A и B — постоянные величины (при неизменном составе пластов, обусловливающем постоянство $\upsilon_{ск}, \upsilon_{ф}, \tau_{ск}$.

Если диаграммы ультразвукового метода и декремента затухания λ «нормализованы» так, что совпадают в пластах, насыщенных минерализованной жидкостью, то расхождение этих диаграмм позволяет выделить нефтеносные (или опреснённые) пласты.

Тесная коррелятивная связь между υ и λ наблюдается в нефтяных пластах с бóльшим коэффициентом нефтенасыщения, поскольку в этом случае влияние на величину λ связанной минерализованной воды незначительно. Наличие в пластовых водах солей угольной и серной кислот не вызывает нарушение связи между υ и λ.

Коррелятивная связь между временем жизни тепловых нейтронов и скоростью распространения упругих волн обеспечивает возможность оценки λ по результатам измерения последней на образцах пород терригенного комплекса. Д.М. Сребродольский показал возможность использования этой связи для составления скоростной характеристики геологического разреза, весьма полезной при интерпретации данных сейсморазведки.

В глинистых породах возможна корреляция между величиной λ и естественной радиоактивностью. Наличие этой связи обусловлено, главным образом, сравнительно бóльшим сечением поглощения тепловых нейтронов

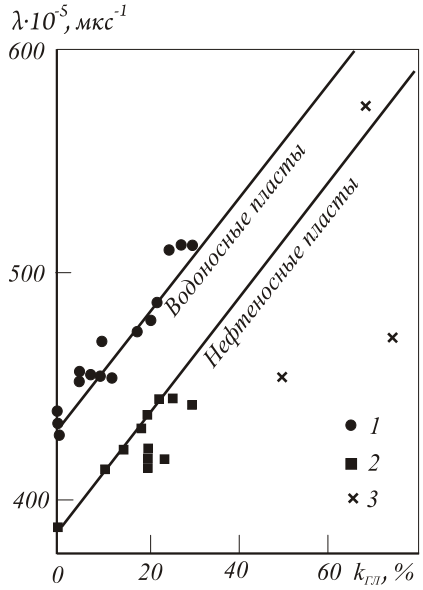


Рис. 10.5. *Разделение нефтеносных и водоносных пластов комплексом методов — ИННМ+ГМ+ННМТ.*
Декремент λ определён по ИННМ и исправлен за изменение пористости по данным НИМт-50; $k_{гл}$ определён по данным ГМ (*по Я.Н. Басину, Н.К. Кухаренко и др.*). 1–3 — водоносные, нефтеносные и плотные глинистые пласты.

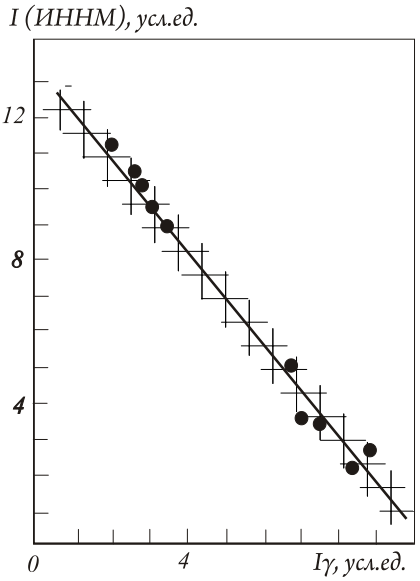


Рис. 10.6. *Поле корреляции показаний ИННМ-700 и гамма-метода в безрудной части разреза скважины. Уравнение регрессии: декремент I (ИННМ)=13,53-1,29; коэффициент корреляции* $r = -0{,}99$*; погрешность уравнения регрессии* (*по Л.А. Путкарадзе*)

калием, присутствием железистых алюмосиликатов, ассоциацией бора с глинистыми минералами калия. Из определения $\sum^*$ следует, что зависимость λ от объёмной глинистости $k_{гл}$ для пластов различной глинистости, но одинаковых пористости и насыщения, должна быть линейной.

Эта зависимость может быть использована для внесения поправки в показания ИННМ за изменение глинистости.

На рис. 10.5 представлен корреляционный график сопоставления величины λ с глинистостью по результатам измерений в одной из скважин Мегионского месторождения. Для разделения пластов на нефтеносные и водоносные (и определения положения ВНК) на корреляционном графике проведены опорные линии по точкам, соответствующим группам пластов известного (одинакового) насыщения. Повышение содержания тонкодисперсной

фракции в породе, как правило, повышает её естественную радиоактивность. Появление в породе элементов-поглотителей нейтронов, генетически не связанных со скоплениями естественных радиоактивных элементов, не влияет на I_γ, но нарушает корреляцию между показаниями ИННМ и гамма-метода. Корреляция показаний ИННМ и гамма-метода (рис. 10.6) положена, например, в основу методики выделения и количественной оценки интервалов ртутного оруденения в разрезах скважин.

Иллюстрацией эффективного использования отмеченной выше корреляции I (ИННМ) и $\rho_к$ (БЭЗ) (рис. 10.4) может служить методика оценки нефтенасыщенности, разработанная Л.А. Путкарадзе, суть которой состоит в следующем.

Для величин λ, измеренных в нефтеносном коллекторе при начальном ($\lambda_{н.н}$) и текущем ($\lambda_{н.т}$) нефтенасыщении, при отсутствии свободного газа справедливы соотношения:

$$\lambda_{н.н} = (1-k_п-k_{гл})\lambda_{ск} + k_{гл}\lambda_{гл} + k_п k_{с.в}(\lambda_в + \lambda_{с.с.в}) + k_п(1-k_{с.в})\lambda_н, \quad (10.25)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{н.т} = {} & (1-k_п-k_{гл})\lambda_{ск} + k_{гл}\lambda_{гл} + k_п k_{с.в}(\lambda_в + \lambda_{с.с.в}) + \\ & + k_п(1-k_{с.в})(1-\Delta k_н)\lambda_н + k_п(1-k_{с.в})(\lambda_в + \lambda_{с.с.в})\Delta k_н\end{aligned}, \quad (10.26)$$

где величины $\lambda_{с.с.в}$, $\lambda_в$ определяются макросечениями поглощения тепловых нейтронов солями, растворёнными в связанной воде, и солями, растворёнными в воде, вытесняющей нефть; $k_{с.в}$ — коэффициент остаточной водонасыщенности (связанная вода); $\Delta k_н$ — изменение коэффициента нефтенасыщенности коллектора в результате частичного замещения нефти водой за время между двумя измерениями.

При низкой минерализации пластовых вод $\lambda_в \approx \lambda_н$, кроме того, $(\lambda_в + \lambda_{с.с.в}) > \lambda$, поэтому:

$$\Delta\lambda = \lambda_{н.т} - \lambda_{н.н} = k_п(1-k_{с.в})\Delta k_н \lambda_{с.с.в}.$$

С другой стороны: $$\Delta\lambda = \frac{1}{t}\ln\frac{I_{н.н}}{I_{н.т}},$$

где $I_{н.н}$, $I_{н.т}$ — показания ИННМ при начальном и текущем нефтенасыщении; t — время задержки.

Количественная оценка нефтенасыщенности коллекторов реализуется алгоритмом:

$$k_{\text{н.т}} = k_{\text{нн}} - \frac{2{,}303\lg(\tilde{I}/I)}{k_{\text{п}}\,\lambda_{\text{с.с.в}}\,t\,(1-k_{\text{св}})}\ \ (k_{\text{н.т}} \text{ в долях объёма пор}),$$

или

$$k'_{\text{н.т}} = -\frac{2{,}303\lg(\tilde{I}/I)}{k_{\text{п}}\,\lambda_{\text{с.с.в}}\,t},$$

где $k'_{\text{н.т}}$ — в долях первоначальной нефтенасыщенности; $\tilde{I}$ — условное среднее значение I, прогнозируемое уравнением регрессии $I(\rho_к)$.

Обычно сведения о величине $k_{\text{н.н}}$ для каждого конкретного пласта отсутствуют, поэтому целесообразно вычислять величину $k'_{\text{н.т}}$, характеризующую относительные изменения коэффициента нефтенасыщенности. Результат интерпретации по описанному алгоритму представляется в виде гистограммы $k'_{\text{н.т}}$, которая используется для выбора интервала перфорации.

Использование корреляционных связей при комплексном изучении продуктивных коллекторов с помощью промыслово-геофизических исследований, проводящихся в открытом стволе и обсаженной скважине, позволяет оценивать коллекторские свойства пород (пористость, проницаемость, глинистость), определять насыщенность коллектора пластовыми флюидами, разделять в разрезе нефтеносные и газоносные зоны, устанавливать степень выработанности продуктивных горизонтов по оценке текущей нефтенасыщенной и обводнившейся мощностей, прослеживать текущее гипсометрическое положение в разрезе водонефтяного (газоводяного) и газонефтяного контактов, контролировать результаты солянокислотной обработки пластов.

10.5. *Физическая эквивалентноть горных пород и пластовых флюидов по нейтронным свойствам*

Результаты теоретических расчётов нейтронных характеристик горных пород можно непосредственно использовать для определения в реальной системе прибор–скважина–пласт изменений показаний нейтронных

методов, обусловленных изменениями минерального состава скелета пласта, его плотности, глинистости, концентрации элементов-поглотителей, водо-, нефте- и газонасыщенности. Возможность такого эффективного использования нейтронных характеристик обусловлена принципом физической эквивалентности горных пород и пластовых флюидов.

Принцип физической эквивалентности можно сформулировать следующим образом: при фиксированных технических условиях измерений в скважине, породы, имеющие различный состав и петрофизические параметры ($k_п, k_в, k_н, k_г, k_{гл}$ и т.д.), отмечаются одинаковыми показаниями, если совпадают их нейтронные характеристики.

Поля излучения в сравниваемых системах могут оставаться физически эквивалентными и при изменении нейтронных характеристик этих систем. В таких случаях в соответствии с принципом подобия трансформируются по известному правилу геометрические размеры и параметры всех зон.

Способ моделирования, основанный на физической эквивалентности пород, впервые был предложен и применён Е.И. Крапивским и А.А. Бремом. Эти исследователи показали, что при экспериментальных исследованиях можно добиться совпадения нейтронных свойств породы (L_s, P_a, D, τ) с натурной моделью, добавляя в насыпную среду–наполнитель (кварцевый песок, мраморную муку) вещества, хорошо рассеивающие (вода, парафин, полиэтилен, бериллий, углерод) и поглощающие (бор, литий, ртуть и др.) нейтроны, а также изменяя плотность модельной среды добавлением специальных утяжелителей (свинцовой или чугунной дроби, барита, галенита и т.д.). Соотношение компонентов модельной смеси подбирается таким образом, чтобы её нейтронные характеристики — полный возраст нейтронов и вероятность избежать поглощения при замедлении, сечения рассеяния и поглощения тепловых нейтронов — совпадали с характеристиками изучаемой среды (породы). При одинаковой весовой влажности и плотности сред параметры L_s, κ_s, D оказываются близкими. Добавление поглотителей нейтронов позволяет добиться совпадения параметров P_a, τ, характеризующих поглощающие свойства.

Изменение водородосодержания (пористости) горных пород существенно влияет на величину нейтронных характеристик, как правило, значительно сильнее, чем изменение их химического состава.

Длина замедления быстрых нейтронов L_s^* зависит от водородосодержания через замедляющую способность (и средний косинус угла рассеяния).

Однако, погрешность определения m по величине L_s^*, обусловленная неконтролируемым изменением минералогического состава пласта, может быть значительной. Так, L_s^* =12 *см* соответствует песчанику с $m = 21\%$ или доломиту с $m = 16\%$, или ангидриту и известняку с $m \approx 20\%$. Соответствующая максимальная относительная погрешность определения объёмного водонасыщения по длине замедления достигает 30% отн.

Коэффициент диффузии с изменением минералогического состава изменяется почти так же, как и длина замедления. Время жизни тепловых нейтронов, в первую очередь, определяется концентрацией сильно поглощающих элементов. При малых концентрациях аномальных поглотителей на величину τ оказывает заметное влияние также водородосодержание породы.

Из анализа нейтронных характеристик и закономерностей поля излучения в системе скважина–пласт следует, что при количественном определении водородосодержания (водо-, нефте- и газонасыщенности) стацио-

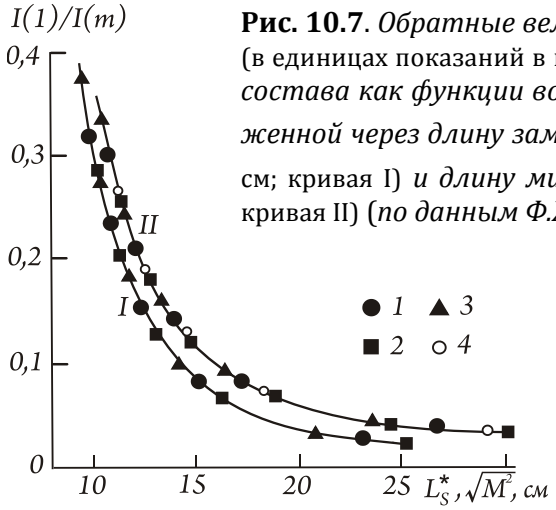


Рис. 10.7. *Обратные величины показаний ННМнт и ННМт* (в единицах показаний в пресной воде) *в породах различного состава как функции водонасыщенной пористости, выраженной через длину замедления* L_s^* (для ННМнт, зонд Z=47,5 см; кривая I) *и длину миграции М* (для ННМт, зонд Z=50 см; кривая II) (*по данным Ф.Х. Еникеевой и Б.К. Журавлёва*)

Скважина необсаженная, d_c=200 *мм*, прибор ДРСТ прижат к стенке скважины.
Шифр кривых:
1 — известняк;
2 — кварцевый песчаник;
3 — доломит;
4 — полимиктовый песчаник.

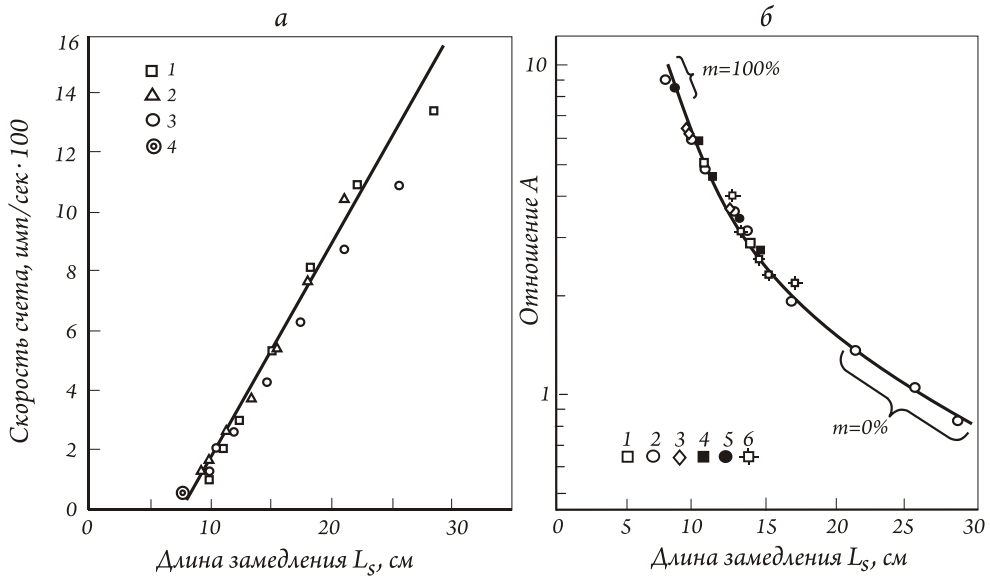


Рис. 10.8 а, б. *Показания однозондового прибора ННМнт* (*по Г. Эдмундсону и Л. Раймеру,* ***а***) *и интерпретационный параметр двухзондового прибора ННМнт* (*по Г. Скотту и др.,* ***б***)
а) 1 — кварцевый песчаник; 2 — доломит; 3 — известняк; 4 — вода;
б) 1 — песчаник, 2 — известняк, 3 — доломит, 4 — насыщение пресной водой, 5 — насыщение солёной водой; 6 — газ при различных соотношениях газ/вода как функция длины замедления нейтронов для различных литотипов.
Длины замедления рассчитаны теоретически.
Необсаженная заполненная водой скважина диаметром 20 *см*

нарными методами нейтронометрии скважин критерием физической эквивалентности служит совпадение длин замедления нейтронов в пласте (для ННМнт) или длин миграции тепловых нейтронов (для ННМт).

Обоснованность этого вывода можно проиллюстрировать результатами прямых расчётов методом Монте–Карло, впервые выполненных Ф.Х. Никеевой и Б.К. Журавлёвым для различных литотипов при реальной скважинной геометрии (рис. 10.7), а также экспериментальными данными зарубежных исследователей для одозондового и двухзондового приборов (рис. 10.8).

В системе скважина–пласт длина переноса захватного гамма-излучения $L_{n\gamma} = (L_s^2 + L_d^2 + L_\gamma^2)^{1/2}$ для нейтронного гамма-метода физического смысла не имеет, и не может служить даже приближенным критерием физической эквивалентности пластов различного состава.

При одинаковых $\{L_s,\ L_d,\ L_\gamma\}$ разные зоны в системе прибор–скважина –пласт могут сильно различаться по величине излучающей способности и соотношению вкладов в результирующую зависимость $I_{n\gamma}(m)$.

Если основной вклад даёт излучение скважины (например, при регистрации жёсткого гамма-излучения с кадмиевым фильтром, усиливающим поглощение тепловых нейтронов в корпусе прибора), то *длина миграции тепловых нейтронов* может служить приближенным критерием физической эквивалентности и для НГМ.

Ещё один тип инверсионного эффекта для нейтронных методов, впервые отмеченный Ю.А. Гулиным (рис. 10.9), можно назвать «*эффектом литологической инверсии*», поскольку он связан с влиянием изменения минерального состава.

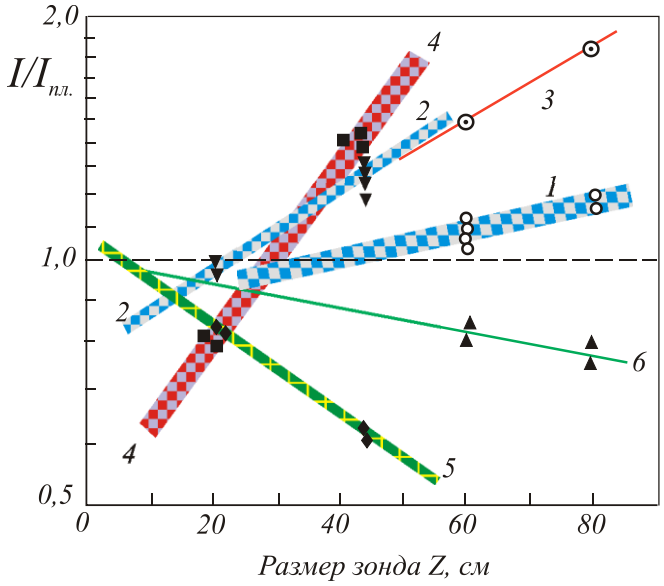


Рис. 10.9. *«Литологическая инверсия» показаний ННМ и НГМ (по Ю.А. Гулину). Зависимость относительных показаний ННМнт и НГМ от длины зонда в пластах разного минерального состава.*
1 и 2 — ангидрит;
3 и 4 — каменная соль;
5 и 6 — пористые известняки;
1, 3, 5 — НГМ;
2, 4, 6 — ННМнт.
За единицу приняты показания в плотных известняках

Зависимость показаний нейтронных (ННМнт и ННМт) и нейтронного гамма-метода можно описать экспонентами, декременты пространственно- го затухания в которых определяются обратными длинами замедления надтепловых или миграции тепловых нейтронов (Λ):

$$N(z) \approx \exp(-z/\Lambda). \qquad (10.27)$$

Пусть в изучаемом геологическом разрезе присутствуют пласты различных литотипов, нейтронные характеристики которых Λ изменяются в неперекрывающихся интервалах. Перенумеруем литотипы пород в последовательности изменения величин Λ_i, выберем пласт «опорной литологии» Λ_{on} и сформируем интерпретационный параметр в виде отношения

$$N_i(z)/N_{on}(z) \approx \exp\left[z\left(1/\Lambda_{on} - 1/\Lambda_i\right)\right] \approx \exp(z\Delta_i), \quad (10.28)$$

где через Δ_i обозначена разность

$$\Delta_i = 1/\Lambda_{on} - 1/\Lambda_i . \quad (10.29)$$

При изменении длины зонда (это управляемый параметр) величина интерпретационного параметра на диаграмме (рис. 10.9) будет возрастающей при $\Delta_i > 0$ или убывающей при $\Delta_i < 0$, причём скорость роста или убывания определяется величиной модуля $|\Delta_i|$.

Необходимость использования физической эквивалентности пластовых флюидов (воды и газа) впервые возникла в связи с задачей определения газонасыщенности коллекторов по данным нейтронометрии скважин.

В случае двухфазного флюида (вода, газ) эффективное водонасыщение неглинистого пласта $m_{эф}$ определяется соотношением:

$$m_{эф} = k_{п}\left(k_{в} + k_{г}\, P/P_0\right), \quad (10.30)$$

P — давление газа; P_0 — давление, при котором плотности ядер водорода в воде и в сжатом газе совпадают (при $t = 20^{\circ} C$ для воды без растворённого газа, $p_0 = 62,3$ *МПа*). Это соотношение устанавливает эквивалентность флюидов по плотности $N_{Н}$ ядер водорода. Однако совпадение $N_{Н}$ не обеспечивает совпадения параметров замедления L_s, κ_s и длины диффузии тепловых нейтронов, т.е. не является условием физической эквивалентности пластовых флюидов (исключение составляет время жизни тепловых нейтронов, поскольку микросечение поглощения у водорода на два порядка больше, чем у углерода, и на три порядка больше, чем у кислорода). Физическая эквивалентность водородного газа и воды, в действительности, выполняется при давлении $P_0' = (1,6-1,7)P_0$, слабо зависящем от начальной энергии нейтронов.

Поскольку нейтронные и термодинамические характеристики углеводородного и водородного газов различаются, физическая эквивалентность воды (нефти) и природного газа будет иметь место при давлении P_0:

$$P_0 = qZRT\nu^{-1}[n^2(\tau_s)_г/(\tau_s)_в]^{1/2}, \qquad (10.31)$$

где q — атомная единица массы; R — универсальная газовая постоянная; ν — числа атомов в молекуле газа; T — температура; Z — коэффициент сжимаемости; n — ядерная плотность газа; $(\tau_s)_г$ и $(\tau_s)_в$ — соответственно возраст (или площадь миграции) нейтронов в газе и воде (нефти) в пластовых условиях.

При одинаковом водородосодержании (точнее, при физической эквивалентности флюидов) газоносные и водоносные коллекторы не удовлетворяют условию физической эквивалентности, поскольку они отличаются объёмом твёрдой фазы (плотностью). Этот плотностной эффект называют эффектом замещения или *экскавационным эффектом*.

В задачах рудной геологии Е.И. Крапивский предложил при количественном определении концентраций нейтронных поглотителей пользоваться понятием *эквивалентной концентрации*. Эквивалентными называются такие составы и концентрации различных элементов-поглотителей, которым соответствуют *одинаковые макросечения поглощения.*

Принцип физической эквивалентности и принцип подобия взаимно дополняют друг друга как способы экспериментального и теоретического исследования в задачах ядерной геофизики. При ограниченности палеточного фонда и натурных моделей пластов принцип физической эквивалентности позволяет распространить имеющиеся эталонировочные зависимости, получаемые в результате математического и физического моделирования, на большое число разнообразных геологических ситуаций, существенно повышая эффективность геологической интерпретации результатов измерений нейтронными методами.

Контрольные вопросы к главам 7–10

1. *Какие величины характеризуют взаимодействия излучений с веществом?*
2. *Каков физический смысл и размерности микро- и макросечений взаимодействий?*
3. *Назовите типы мишеней, с которыми взаимодействуют нейтроны и гамма кванты в горных породах.*
4. *Как ядерные свойства породообразующих элементов связаны с закономерностями их геохимической распространённости?*
5. *Что такое эффективный атомный номер, и что он характеризует?*
6. *Как связаны физическая, статическая и динамическая аномалии?*
7. *В чём проявляется разнообразие во взаимодействиях нейтронов и гамма квантов с породообразующими элементами?*
8. *Применение принципа подобия при натурном моделировании коллекторов нефти и газа.*
9. *Что характеризует решение уравнения переноса излучения?*
10. *Что такое индикатриса рассеяния?*
11. *Каковы условия применимости «возрастного» приближения?*
12. *Каковы условия применимости уравнения диффузии?*
13. *В чём смысл одногруппового диффузионного приближения?*
14. *Чем полный возраст нейтронов отличается от фермиевского?*
15. *Что такое «радиус замедления» нейтронов?*
16. *Как отражается энергетический спектр нейтронных источников на закономерностях полей замедленных и тепловых нейтронов?*
17. *Какие физические закономерности описывает функция Грина нестационарного уравнения диффузии?*

18. *Какие особенности энергетического спектра нейтронного гамма излучения используются при дистанционном телеметрическом количественном анализе состава и свойств горных пород и насыщающих их флюидов?*
19. *Объясните характер зависимости показаний интегрального НГМ от концентрации аномального поглотителя.*
20. *Чем обусловлен эффект инверсии показаний НГМ по хлоросодержанию (минерализации) пластовой воды?*
21. *«Геометрическая» и «информационная» глубинности исследования, их смысл.*
22. *Чем обусловлен механизм автоматической помехоустойчивости интерпретационного параметра двухзондового ННМ в сравнении с однозондовым?*
23. *Когда показания НГМ на стандартном длинном зонде возрастают с ростом пористости неглинистого гранулярного коллектора?*
24. *Охарактеризуйте связь декремента временного затухания импульса тепловых нейтронов со временем жизни нейтронов в пласте.*
25. *Объясните сущность инверсионных эффектов по водородосодержанию, хлоросодержанию, литологическому составу, диаметру скважины.*
26. *Какие физические и петрофизические закономерности определяют информативность гамма-спектрометрии при изучении коллекторов нефти и газа?*
27. *Чем адаптивная технология интерпретации данных ННМ отличается от поправочной?*
28. *Каков принцип действия «имитаторов пористых пластов»?*

ГЛАВА 11. МЕТОД ЕСТЕСТВЕННОЙ РАДИОАКТИВНОСТИ

Гамма-метод — первый из методов ядерной геофизики, получивший широкое применение в нефтегазовой геологии. Этот метод вошёл в комплексы ГИС, применяемые при поисках и разведке различных видов полезных ископаемых, при изучении наклонных и горизонтальных скважин, измерениях в процессе бурения (MWD, LWD) на нефть и газ, в экологических, радиоиндикаторных, геотермальных исследованиях. Он используется для литологической характеристики пластов, распознавания условий осадконакопления, корреляции разрезов скважин, оценки глинистости, выделения высокопроницаемых коллекторов, выявления зон аномально высоких пластовых давлений, геофизической навигации и оптимизации процесса бурения, решения многих других задач. Метод существует в двух модификациях: интегральной (ГМ) и спектрометрической (ГМ-С).

От других методов ГИС гамма-метод (ГМ) отличается простотой и надёжностью технической реализации (канал ГМ устанавливается в ядерно-геофизической аппаратуре любого типа) и одновременно — сложностью алгоритмической, петрофизической и геохимической интерпретации данных.

Гамма-методу посвящено множество теоретических и экспериментальных исследований. На практике, несмотря на более чем полувековой опыт изучения естественной радиоактивности горных пород в нефтегазовых скважинах, ГМ до сих пор интерпретируется (как «метод глинистости») *исключительно на эмпирическом уровне.*

При отсутствии петрофизической модели, для интерпретации использовались эмпирические корреляционные связи, если их удавалось предварительно установить с помощью лабораторных исследований на образцах горных пород. К сожалению, это возможно лишь в исключительных случаях из-за сложной геохимической природы метода, интегрального способа регистрации, не позволяющего раздельно изучать вклады излучений от различных радионуклидов, метрологической несопоставимости результатов лабораторных и скважинных измерений.

В качестве интерпретационного параметра ГМ широко применяется величина двойного разностного отношения ΔJ_γ («двойной разностный параметр»):

$$\Delta J_\gamma = \left(J - J_{\min}\right)/\left(J_{\max} - J_{\min}\right), \qquad (11.1)$$

где J_{max}, J_{min} и J — соответственно максимальное, минимальное (в «опорных» пластах) и текущее показания ГМ в исследуемом интервале геологического разреза. В зарубежной практике наиболее распространена единица API, за которую принята 1/200 часть разности показаний канала ГМ в зонах высокой и низкой радиоактивности в модели скважины Американского нефтяного института.

Величины ΔJ_γ и API не имеют петрофизического смысла и для них нельзя обосновать петрофизические модели. Их использование исключает возможность анализа абсолютного уровня радиоактивности (суммарного содержания естественных радионуклидов). По определению, параметр ΔJ_γ изменяется в фиксированном диапазоне $\left(0 \le \Delta J_\gamma \le 1\right)$ независимо от абсолютных содержаний ЕРЭ в горных породах.

Из эмпирических связей, используемых для количественной интерпретации данных ГМ как «метода глинистости», наиболее известны аналитические аппроксимации нелинейной зависимости между параметром ΔJ_γ и гранулометрической глинистостью, экспериментально полученной В.В.Ларионовым [9]. Из-за отсутствия физического обоснования некоторые исследователи ставили под сомнение сам факт такой нелинейности.

Каналы интегрального ГМ в скважинных приборах радиометрии нефтегазовых скважин градуируются в единицах мощности экспозиционной дозы (МЭД) с использованием образцовых источников Ra^{226}. Помимо того, что канал ГМ — не дозиметр, а величина МЭД не имеет петрофизического смысла (это мера биологической опасности ионизирующего излучения), этот способ градуировки обладает рядом существенных недостатков, отмечавшихся различными исследователями:

1. Из-за больших погрешностей аттестации образцовых источников Ra^{226} и трудностей соблюдения технологических требований к выполнению градуировки.

2. Результаты измерений в ГМ отражают плотность потока гамма-излучения, проходящего через корпус прибора и поглощённого в детекторе, а не МЭД излучения, поступающего на поверхность прибора.

3. Условия градуировки по энергетическому спектру и угловому распределению регистрируемого излучения сильно отличаются от условий скважинных измерений. При градуировке с точечным источником регистрируется нерассеянное жёсткое гамма-излучение с сильной угловой анизотропией (пучок с малой расходимостью, близкий к коллимированному). В скважинных условиях регистрируется диффузное, сравнительно мягкое, многократно рассеянное (комптон-эффект) излучение, угловое распределение которого близко к изотропному.

Погрешность градуировки приборов в единицах МЭД не исключает влияния индивидуальных особенностей аппаратуры как на результаты измерений в скважинах, так и на результаты их интерпретации. Различия спектральных характеристик радиевых источников и индивидуальных метрологических характеристик каналов ГМ в аппаратуре различного типа приводят к значительным расхождениям показаний аппаратуры в скважинных условиях. При используемой в отечественной и зарубежной практике *поправочной методике* количественная интерпретация данных ГМ становится либо ненадёжной, либо невозможной даже при строгом соблюдении условий поверки.

Точность интерпретации данных ГМ особенно важна в нефтегазовой геологии. Коллекторы нефти и газа характеризуются преимущественно низкими — кларковыми и надкларковыми — содержаниями естественно-радиоактивных элементов (ЕРЭ). При исследованиях низкоактивных разрезов требуется высокая воспроизводимость интерпретационного параметра.

В качестве меры суммарного содержания ЕРЭ широко используется удельная радиоактивность пород, выражаемая в грамм-эквивалентах радия на грамм породы (по дозе). По указанным выше причинам использование этой единицы не обеспечивает сопоставимости лабораторных и скважинных измерений, результаты которых различным образом зависят от соотношений вкладов излучений калия, урана и тория.

В отечественной и зарубежной практике при интерпретации данных ГМ для учёта влияния изменений технических условий измерений широко применяется поправочная методика, использующая эмпирические данные, получаемые методами физического и математического моделирования. Эта методика заслуживает внимания, но сначала мы рассмотрим альтернативную — адаптивную — методику, обладающую целым рядом принципиальных преимуществ.

11.1. *Адаптивная интерпретационная модель ГМ*

Аналитическое решение прямой задачи ГМ является частным случаем интерпретационной модели многоканальной гамма-спектрометрии [Д.А. Кожевников, 1986], когда измерения выполняются в одном (интегральном) канале. Оно определяет статическую амплитуду показаний $J(x)$ канала ГМ для пласта, насыщенного по мощности, при фиксированных условиях измерений:

$$J(x) = \sum_k \sum_j C_j G_{kj}(x) q_{kj}, \quad j = 1, 2, 3; \qquad (11.2)$$

x — совокупность переменных и параметров, характеризующих технические условия измерений; k — номер зоны; j — номер излучателя (суммирование в (11.2) распространено на все зоны и все излучатели); C_j — концентрационная чувствительность прибора для j-го излучателя; G_{kj} — радиальный геометрический фактор k-той зоны (относительный вклад k-той зоны в результирующие показания прибора) для j-го излучателя в предположении равномерного распределения его во всём пространстве. При любых j и x геометрические факторы $G_{kj}(x)$ удовлетворяют условию:

$$\sum_k G_{kj}(x) = 1. \qquad (11.3)$$

В выражении (11.2) q_{kj} — массовое содержание j-го излучателя в k-ой зоне, связанное с объёмным содержанием Q_{kj} соотношением: $q_{kj} = Q_{kj}/\sigma_k$, где σ_k — плотность среды в k-ой зоне; C_j — метрологические характеристики скважинного прибора — чувствительности показаний к содержаниям различных радионуклидов (S_j), определяемые при отсутствии влияния промежуточных зон (между прибором и горной породой):

$$S_j(x=0) = \partial J/\partial q_j \equiv C_j, \qquad j = 1, 2, 3. \qquad (11.4)$$

Здесь $x = 0$ означает отсутствие промежуточных зон (необсаженная воздушно-сухая скважина).

Концентрационные чувствительности C_j определяют показания прибора, соответствующие единице массового содержания j-го радионуклида-излучателя (в состоянии радиоактивного равновесия с продуктами распада) в однородной безграничной среде (или сухой необсаженной скважине). В этом случае

$$J = \sum_j C_j q_j \,. \qquad (11.5)$$

В гамма-спектрометрии массовые содержания ЕРЭ $\{q_j\}$ являются непосредственно интерпретационными (определяемыми) параметрами, поэтому один ГМ-С эквивалентен сразу трём однопараметрическим методам. Но при интегральных (неспектрометрических) измерениях в показаниях канала ГМ невозможно выделить гамма-излучение различных излучателей и количественно оценить содержание каждого из них в отдельности. Поэтому, в отличие от ГМ-С, выражение (11.2) не удовлетворяет определению интерпретационной модели, как решению прямой задачи, допускающему обращение относительно искомого петрофизического параметра (последний определён ниже).

Урановый эквивалент eU суммарного содержания ЕРЭ определяет такое массовое содержание урана (вместе с продуктами распада в условиях радиоактивного равновесия), при котором показание прибора в однородной

безграничной среде будет таким же, как при данном содержании ЕРЭ в их естественной смеси:

$$eU = \sum_j eU_j q_j \,. \tag{11.6}$$

Для получения интерпретационной модели ГМ (соответственно — алгоритма определения суммарного содержания ЕРЭ в физически обоснованных единицах) выражение (11.2) необходимо преобразовать.

В отличие от концентрационных чувствительностей C_j, которые являются метрологическими характеристиками аппаратуры, значения эквивалентов eU_j, eK_j и eTh_j являются фиксированными константами и выбывают из разряда метрологических характеристик:

$$eU_j \left\{ eK_j, eTh_j \right\} = const_j \,. \tag{11.7}$$

Выражение (11.2) принимает вид:

$$J\left(x\right) = C_U \sum_k \sum_j eU_j G_{kj}\left(x\right) q_{kj} \,. \tag{11.8}$$

Оно не является интерпретационной моделью. Допустим, что различием геометрических факторов G_{kj} для различных излучателей (j) можно пренебречь, и считать, что

$$G_{kj}\left(x\right) \cong G_k\left(x\right). \tag{11.9}$$

Это равенство является не точным, а приближенным, хотя для сделанного допущения имеются физические основания. Значения радиальных геометрических факторов зон для различных излучателей усредняются как по спектру рассеянного гамма-излучения, так и по спектральной эффективности детектора. Сечение фотоэлектрического поглощения сцинтиллирующих кристаллов быстро убывает с ростом энергии гамма-излучения. В области малых энергий спектр теряет зависимость от начальной энергии источника, то есть от типа излучателя j, поскольку комптоновски рассеянные кванты «забывают» свою начальную энергию.

Поэтому условие $G_{kj} \approx G_k$ сводится к условию

$$a_j \cong a = const \,, \tag{11.9'}$$

где a — радиальная чувствительность канала ГМ (см. ниже п. 11.4).

Поскольку вклады излучений *K, U, Th* (с продуктами распада последних) в показания ГМ неразличимы, единственная возможность количественной интерпретации данных интегрального ГМ состоит в оценке суммарного содержания ЕРЭ в определённых физических единицах. Например, в урановых эквивалентах eU_j получаем:

$$J(x) = C_U \sum_k G_k(x) \sum_j eU_j q_{kj} . \qquad (11.10)$$

Вводя на основании (11.6) величину eU_k уранового эквивалента суммарного содержания ЕРЭ в *k*-ой зоне

$$eU_k = \sum_j eU_j q_{kj} ,$$

получаем выражение, которое уже является *интерпретационной моделью*:

$$J(x) = C_U \sum_k G_k(x) eU_k . \qquad (11.11)$$

Обращение (11.11) относительно *eU* даёт решение обратной задачи ГМ в виде алгоритма петрофизической интерпретации.

11.2. *Решение обратной задачи ГМ*

Суммарное содержание ЕРЭ в изучаемом пласте в единицах *eU* — это петрофизическая характеристика, которая при правильной метрологической настройке алгоритма не зависит от условий измерений. Для определения *eU* необходимо найти *абсолютную аномалию I*(*x*), выделив из результирующего сигнала *J*(*x*) фоновую компоненту *F*(*x*):

$$I(x) = J(x) - F(x) = C_U eU\, G(x), \qquad (11.12)$$

где *eU* — урановый эквивалент суммарного содержания ЕРЭ в изучаемом пласте; *G*(*x*) — геометрический фактор пласта:

$$F(x) = C_U \sum_k{}' G_k(x) eU_k \qquad (11.13)$$

(суммирование распространено только на промежуточные зоны). Тогда окончательно

$$eU = I(x) / C_U G(x). \qquad (11.14)$$

Это выражение определяет *алгоритм интерпретации* — алгоритм определения суммарного массового содержания ЕРЭ в единицах уранового эквивалента.

Для расчёта *eU* по разрезу скважины необходимо знать значения $\{eU_k\}$ урановых эквивалентов промежуточных зон. Эти данные не всегда возможно получить с необходимой точностью. Активность промывочной жидкости в стволе скважины может заметно отличаться от активности промывочной жидкости, измеренной на поверхности.

Можно, например, определять автоматически (программно) и использовать в алгоритме среднее значение уранового эквивалента для объединения промежуточных зон eU_f. В этом (простейшем) способе определения фоновой компоненты делаются два допущения: 1) активность промежуточной зоны (или объединения промежуточных зон) такая же, как в пласте с минимальной амплитудой аномалии J_{min}; 2) активность промежуточной зоны не изменяется вдоль ствола скважины (величина фоновой компоненты F для каждого пласта при этом будет зависеть от текущего диаметра скважины и плотности промывочной жидкости).

Для реализации этого способа в разрезе скважины выбирается пласт с минимальными показаниями J_{min}.

Тогда
$$eU_f = J_{\min}/C_U\ , \qquad (11.15)$$
и фоновая компонента $F(x)$ текущих показаний определяется через J_{min} и текущую величину геометрического фактора промежуточной зоны следующим образом:
$$F(x) = C_U eU_f \left[1 - G(x)\right] = J_{\min}\left[1 - G(x)\right]. \qquad (11.16)$$

Если диаметр скважины и плотность раствора вдоль ствола не изменяются, то фоновая компонента также постоянна. Выражения (11.14)–(11.16) определяют алгоритм вычисления суммарного массового содержания ЕРЭ в единицах *eU*.

Алгоритм (11.14) расчёта *eU* включает методики расчёта текущей *фоновой компоненты* $F(x)$ и текущего *геометрического фактора пласта* $G(x)$. Для расчёта $G(x)$ необходимо знать метрологические характеристики

интегральных каналов ГМ в различных типах скважинных радиометров или спектральных каналов в ГМ-С. Такими характеристиками являются *радиальные чувствительности* (см. ниже п. 11.4).

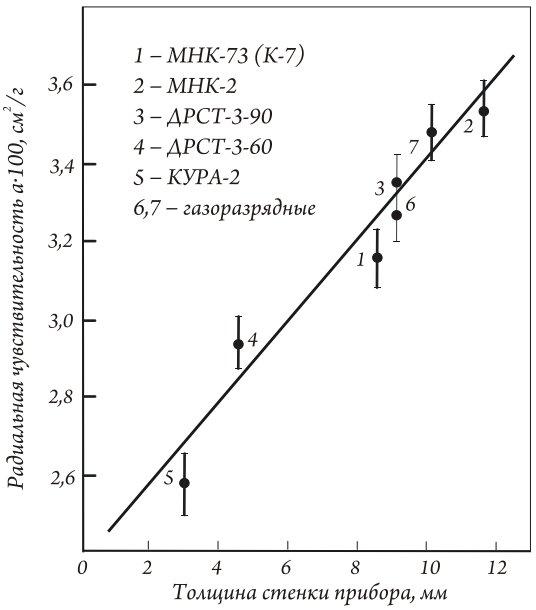


Рис. 11.1. *Зависимость радиальной чувствительности канала ГМ от толщины стенки прибор* (*по Д.А. Кожевникову*)

На рис. 11.1 приведена зависимость радиальной чувствительности канала ГМ в скважинных радиометрах различных типов от толщины прочного корпуса скважинного прибора. На рис. 11.2 приведены графики радиального геометрического фактора пласта для необсаженной скважины.

Достоинствами адаптивной методики и соответствующего интерпретационно-алгоритмического и метрологического обеспечения ГМ являются:

- не требуются «опорные» пласты;
- интерпретационный параметр (урановый эквивалент *eU*) определяется в абсолютных единицах; одновременно является петрофизическим параметром, на основании петрофизической модели которого ГМ является «методом относительной глинистости», или «методом эффективной пористости»;
- петрофизическая модель даёт количественную основу для петрофизического моделирования зависимостей показаний ГМ от фильтра-

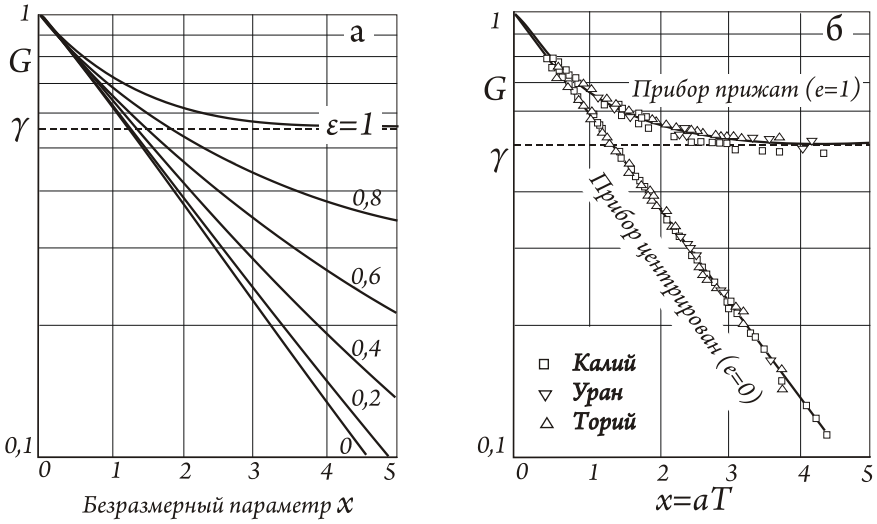


Рис. 11.2 а, б. *Теоретические зависимости радиального геометрического фактора пласта от безразмерного параметра X*:
а — при фиксированных значениях эксцентриситета ε (шифр кривых)
б — при положениях прибора на оси и стенке скважины в сравнении с экспериментальными данными П.А. Курочкина. Асимптотический параметр γ — геометрический фактор полупространства — «альбедо» (*по Д.А. Кожевникову*)

ционно-ёмкостных свойств пород, их минералогического и гранулометрического состава;

- благодаря петрофизической модели, данные ГМ могут быть использованы в системе петрофизических уравнений комплексной интерпретации без внесения эмпирической дезинформации;
- обеспечивается прямой беспоправочный, «беспалеточный» учёт конструкции скважины (изменения диаметра по стволу скважины, плотности и радиоактивности бурового раствора, глинистой корки, цементного кольца в обсаженных скважинах, состава и толщины обсадной колонны);
- сопоставимость результатов измерений в лабораторных и скважинных условиях;
- сопоставимость результатов измерений с разнотипной скважинной аппаратурой;

- интерпретация результатов измерений как в необсаженных, так и в обсаженных скважинах;
- не влияет минерализация пластовых вод и промывочной жидкости;
- не влияет зона проникновения;
- обеспечивается наиболее точное определение эффективных толщин благодаря максимальной вертикальной разрешающей способности ГМ-С и ГМ среди всех «методов пористости» (ПС, ГГМ, нейтронные и др.);
- методика полностью сохраняет свою применимость при отсутствии или искажении прямых качественных признаков коллекторов (сужение диаметра скважин, искажение потенциалов ПС при применении высокоминерализованных полимерных растворов и др.);
- не требуется предварительного накопления информации типа статистических сопоставлений «керн-керн» или «керн-ГИС» для нахождения эмпирических связей «показания – глинистость» или «показания – пористость».

11.3. *«Поправочная» интерпретация*

При исследовании нефтегазовых скважин показания каналов ГМ приводятся к «типовым» условиям посредством внесения серии поправок [4]:

$$J_{ст} = \left(J_{\gamma} - J_{скв} P_3 \right) P_1 P_2 , \qquad (11.17)$$

где $J_{ст}$ — показания прибора, приведённые к типовым («стандартным») условиям измерений. Обычно — пласт известняка с плотностью $\sigma = 2{,}71$ *г/см*^{3}, диаметр скважины $d_c = 200$ *мм*, плотность бурового раствора $\sigma_р = 1{,}2$ *г/см*^{3}, раствор неактивен, глинистая корка отсутствует, прибор прижат к стенке скважины, пластовый флюид неактивен. J_{γ} — амплитуда статической аномалии против исследуемого пласта; P_1 — поправочный множитель, учитывающий ослабление излучения пласта буровым раствором; P_2 — множитель, приводящий показания ГМ к объёмной активности в соответ-

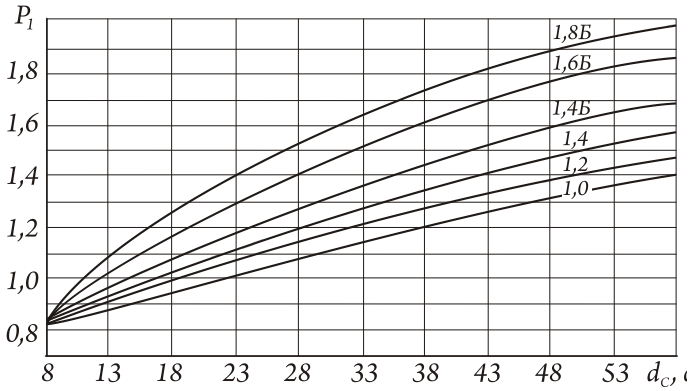


Рис. 11.3. *График для определения множителя P_1.*

Прибор на стенке скважины [4].
Шифр кривых — плотность ПЖ.
Символом «Б» обозначены ПЖ, содержащие барит

ствии с объёмной моделью пласта: $P_2 = \sigma/2{,}71$; P_3 — поправочный множитель, учитывающий активность бурового раствора.

Величина $J_{скв}$ определяет вклад излучения скважины в показания приборов для типовых условий измерений и определяется одним из следующих способов:

а) по минимальным в разрезе показаниям приборов $J_{\gamma\min}$:

$$J_{скв} = J_{\gamma\min} / P'_{\min},$$

где величина поправочного множителя P'_3 определяется для условий измерений величины $J_{\gamma\min}$;

б) по известному отношению $m = A_{гп}/A_{гл}$ радиоактивности глинопорошка $A_{гп}$ и глин $A_{гл}$, надёжно выделяющихся в разрезе, которое можно определить по данным лабораторных исследований.

Исправленные за влияние конечной мощности пластов показания ГМ приводятся к типовым условиям путём внесения поправок

$$J_{ГМ,исп} = \left(J_{ГМ} - J_{ГМ,скв} P_3\right) P_1 P_2,$$

$J_{ГМ,исп}$ — показания прибора, приведённые к типовым условиям измерений; $J_{ГМ}$ — показания прибора против исследуемого пласта, исправленное за влияние вмещающих; P_1 — поправочный множитель, учитывающий ослабление излучения пласта буровым раствором (конструкцией скважины), его значения для открытого ствола приведены на рис. 11.3, рис. 11.4;

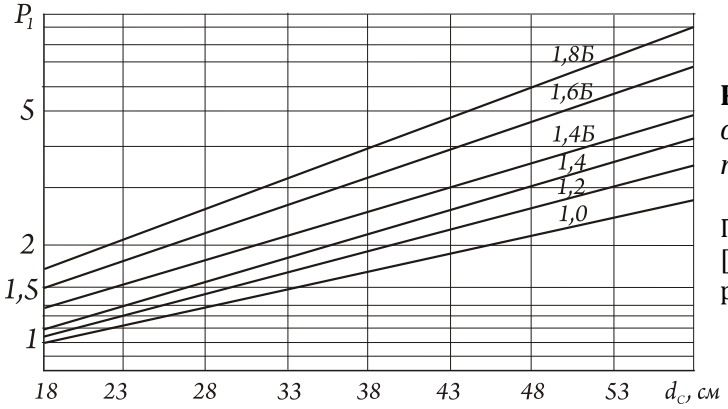


Рис. 11.4. *График для определения множителя P_1.*

Прибор на оси скважины [4]. Шифр кривых как на рис. 11.3

$$J_{скв} = mJ_{гл}\frac{K_2}{K_1}\frac{\sigma_{пж}-1}{\sigma_{мгп}-1}\frac{1}{P_3''},$$

$J_{гл}$ — показания прибора в типовых условиях против опорного пласта глин; K_1 и K_2 — соотношение излучений пласта и ПЖ при одинаковой их радиоактивности в типовых условиях; $\sigma_{пж}$ и $\sigma_{мгп}$ — плотности ПЖ и минералогическая плотность глинопорошка.

Учёт глинистой корки толщиной $h_{гл.к}$ производится корректировкой плотности бурового раствора:

$$J'_{скв} = J_{скв}\left(\sigma'_p - 1\right)\Big/\left(\sigma_p - 1\right), \qquad \sigma'_p = \sigma_p\alpha + \sigma_{гл.к}\left(1-\alpha\right),$$

$$\alpha = \left[\left(d_c - 2h_{гл.к}\right)\Big/d_c\right]^2,$$

P_2 — множитель, приводящий показания ГМ к объёмной активности в соответствии с объёмной моделью, принятой для методов радиоактивного каротажа; $P_2 = \sigma/2{,}71$, где σ — плотность исследуемого пласта;

P_3 — поправочный множитель, учитывающий активность промывочной жидкости; его значение приведено на рис. 11.5.

Величина $J_{ГК,скв}$ определяет вклад излучения скважины в показания зонда ГК, и определяется одним из следующих способов:

1. по минимальным в разрезе показаниям прибора $J_{ГМ,\min}$: $J_{ГМ,скв} = J_{ГМ,\min}\big/P_3$, где величина P_3 определяется для условий измерения величины $J_{ГМ,\min}$;

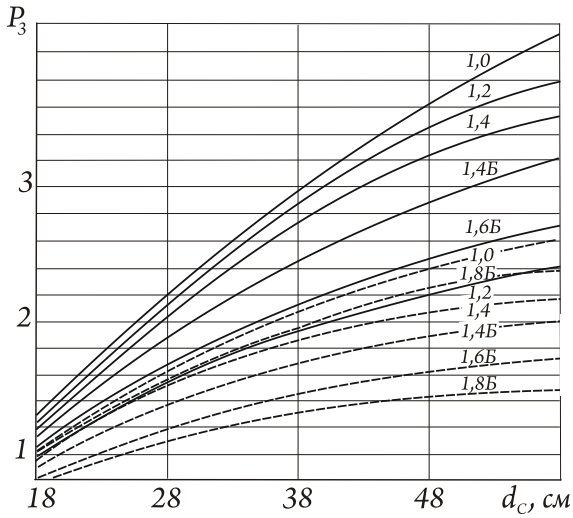


Рис. 11.5. *График поправочного множителя P_3 за влияние радиоактивности ПЖ.*

Сплошные линии — прибор на оси скважины,
пунктиры — прижат к стенке скважине.

Шифр кривых как на рис. 11.3 [4].

2. по известному отношению m радиоактивности глинопорошка $A_{гп}$ и глин $A_{гл}$, надёжно выделяющихся в разрезе $m = A_{гп} / A_{гл}$, которое можно определить по данным лабораторных исследований $J_{ГМ,скв} = mJ_{гл}\left(K_2/K_1\right)\left(\sigma_{пж} - 1\right)/\left(\sigma_{мгп} - 1\right)/P_3$, где $J_{гл}$ — показания прибора в типовых условиях против опорного пласта глин, K_2/K_1 —отношение излучения пласта и ПЖ при равной их радиоактивности в типовых условиях, обычно $\sigma_{мгп} = 2{,}50$ *г/см*^{3}, величина P_3 определяется для условий измерения величины $J_{гл}$.

Все поправки зависят от текущего диаметра и конструкции скважины и обычно задаются в графической форме для скважинного прибора (и канала ГМ) определённого типа (конструкции). В поправочной методике по умолчанию предполагается, что каналы ГМ в приборах одного и того же типа обладают идентичными метрологическими характеристиками (стандартны).

Для прибора другого типа поправочные зависимости необходимо заново специально определять посредством натурных измерений на моделях пластов (или методом математического моделирования с контролем амплитуды хотя бы по одному замеру в натурном эксперименте).

«Поправочная» методика основана на эмпирических зависимостях. Её реализация требует больших трудовых, временных и финансовых затрат и чревата существенными погрешностями. Для каждого типа аппаратуры необходимо специальное интерпретационное обеспечение.

11.4. *Адаптивная интерпретационная модель ГМ-С*

Интерпретационная модель количественно описывает статическую амплитуду J_j показаний спектрометра в различных дифференциальных каналах («спектральных окнах») для пласта, насыщенного по мощности, при заданных технических условиях измерений (включая метрологические характеристики аппаратуры) и произвольных содержаниях ЕРЭ во всех зонах системы скважина–пласт:

$$J_j\left(E_i, \mathrm{x}\right) = \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{3} C_{ij} G_{kij}\left(\mathrm{x}\right) q_{kj}\,, \qquad (11.18)$$

где i — номер спектрального окна (канала, максимальное число каналов n), $j = 1(K)$, 2(*U-Ra*), 3(*Th*). Величины $\{C_{ij}\}$ — метрологические характеристики, представляющие показание в i–том канале на единицу массового содержания j-го излучателя при отсутствии промежуточных зон (сухая необсаженная скважина); $G_{kij}(\cdot)$ — относительный вклад излучения k-той зоны в результирующую скорость счёта для j-того излучателя в i-том канале (интегральный радиальный геометрический фактор зоны); q_{kj} — массовое содержание j-го излучателя в k-той зоне; N — число зон в системе «скважина–пласт» (пласт является N-й зоной); E_i — энергия регистрируемого излучения в i-том канале, x — совокупность параметров, характеризующих условия измерений.

Факторы $\{G_{kij}\}$ имеют строгое формальное определение, но не могут быть аналитически вычислены точно в принципе. Во-первых, до сих пор неизвестна функция пространственно-энергетического распределения рассеянного гамма-излучения от точечного источника в однородной среде (известны лишь некоторые приближенные её представления — «лучевое», «возрастное», «диффузионное» и др.). Во-вторых, необходимо создать модель учёта взаимодействия регистрируемого излучения с конструктивными элементами и детектором самого скважинного прибора.

Между тем, для коаксиально симметричной системы, функция радиального насыщения геометрических факторов качественно имеет чрезвычайно

простой вид, который можно получить не только расчётом в любом из аналитических приближений, но даже посредством мысленного эксперимента. Мы используем феноменологический подход, и описываем радиальный интегральный геометрический фактор цилиндрического объёма заданного радиуса r в системе скважина–пласт с коаксиальным расположением прибора *уравнением радиального насыщения*:

$$G_{ij}(r) = 1 - \exp\left[-c_{ij}\,\Lambda(r)\right]. \qquad (11.19)$$

По строгому результату теории переноса излучения в барьерной геометрии величина $\Lambda(r)$ определена как оптическая толщина промежуточных зон:

$$c_{ij}\Lambda(r) = c_{ij}\int_0^r \mu(r')dr' = a_{ij}T(r) \equiv a_{ij}\int_0^r p\sigma(r')dr', \qquad (11.20)$$

μ — макросечение комптоновского рассеяния, σ — плотность среды, T — массовая толщина промежуточных зон, эмпирически введённая константа c_{ij} зависит от номера канала и типа излучателя, p — коэффициент приведения к нормальной $(A/Z = 2)$ среде. Геометрический фактор k-той зоны:

$$G_{kij} = G_{ij}(r_k) - G_{ij}(r_{k-1}), \qquad (11.21)$$

где r_k и r_{k-1} — внешний и внутренний радиусы цилиндрических границ k-той зоны. Геометрический фактор пласта для необсаженной скважины (диаметром d_c) и центрированного прибора (диаметром d_0) в растворе (ПЖ) с плотностью $\sigma_{пж}$ равен:

$$G_{ij}(x) = \exp(-x/2); \quad x \equiv x_{ij} = a_{ij}\,p\sigma_{пж}(d_c - d_0), \qquad (11.22)$$

p — коэффициент приведения к нормальной среде $(p \approx 1)$.

Произвольно введённая в (11.20) константа c_{ij} преобразовалась в метрологическую характеристику — «радиальную чувствительность» для j-го излучателя: относительное изменение вклада пласта для j-го излучателя в i-том канале, обусловленное единичным изменением массовой толщины T промежуточных зон:

$$a_{ij} = -\frac{\partial}{\partial T}\ln G_{ij}. \qquad (11.23)$$

Пусть теперь положение прибора в скважине определяется параметром эксцентриситета e, равным $e = 2\Delta r/(d_c - d_0)$, где Δr — расстояние между осями прибора и скважины. Показания прибора на стенке необсаженной скважины диаметром d_c можно выразить через сумму взвешенных с некоторым весом γ_{ij} показаний в двух скважинах различного радиуса ($R_1^* = d_0/2$ и $R_2^* = d_c - d_0/2$) с центрированным прибором (рис. 11.6).

При произвольном эксцентриситете e геометрический фактор пласта $G_{ij}(x,e)$ описывается выражением:

$$\begin{aligned} G_{ij}(x,e) &= \gamma_{ij}\exp\left[x(e-1)/2\right] + (1-\gamma_{ij})\exp\left[x(e+1)/2\right] = \\ &= \exp(-x/2)\left[2\gamma_{ij}\sin h(xe/2) + \exp(-xe/2)\right] \end{aligned} . \quad (11.24)$$

Весовой параметр γ_{ij} имеет физический смысл геометрического фактора полупространства для j-го излучателя в i-том канале. Это становится ясным, если перейти к пределу:

$$\lim_{x\to\infty} G_{ij}(x,1) = \gamma_{ij}$$

(при $d = \infty$ и $e = 1$ прибор оказывается на плоской границе двух полупространств). Геометрический фактор полупространства для идеального детектора, не возмущающего поле выходящего излучения, равен 1/2 (точный результат). Экспериментально значение γ определяется по измерениям при двух различных положениях прибора ($e = 0$ и $e = 1$) в скважине фиксированного диаметра, заполненной водой (ПЖ). При регистрации жёсткого гамма-излучения экспериментально определяемая величина γ_{ij} в пределах погрешности измерений совпадает с точным результатом и не зависит ни от номера канала, ни от типа излучателя (рис. 11.6).

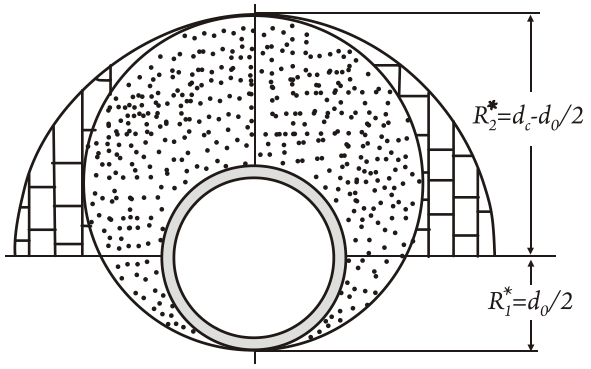


Рис. 11.6. *Схема к выражению* (11.24) *геометрического фактора пласта для эксцентричного расположения скважинного прибора*

Таким образом, геометрический фактор пласта $G_{ij}(x,e)$ при фиксированном эксцентриситете e, аналогично (11.22), является универсальной функцией безразмерного параметра $X = X_{ij}$ для различных излучателей, спектральных каналов, скважин и приборов различного диаметра, буровых растворов различной плотности (рис. 11.2).

При $\gamma = 0{,}5$ имеем:

$$G_{ij}(x,e) = \exp(-x/2)\cos h(xe/2);\ x \equiv x_{ij} \qquad (11.25)$$

В случае обсаженной скважины необходимо вычислять геометрические факторы каждой зоны для каждого излучателя. Соответствующие выражения, используемые в программной реализации алгоритма интерпретации, также имеют аналитически простую (безинтегральную) форму (см. ниже).

В системе «обсаженная скважина–пласт» можно выделить, по крайней мере, четыре зоны: 1 — буровой раствор, 2 — стальная обсадная колонна, 3 — среда в заколонном пространстве (буровой раствор или тампонажный цемент), 4 — горная порода (пласт). Колонна может занимать любое положение в скважине, однако, обычно располагается по спирали, и наиболее вероятным можно считать такое её расположение, при котором она прижата к стенке скважины. Предполагается, что под действием силы тяжести прибор всегда прижат к стенке колонны.

В алгоритме расчёта массовых содержаний *K*, *U*, *Th* и суммарного *eU* в этом случае появляются геометрические факторы указанных выше зон $\{C_{kij}\}$ ($k=1,2,3,4;\ i=0,1,2,3,\ldots n$), вычисляемые интерпретирующей программой по следующим формулам (индексы *i*, *j* для краткости опущены):

$$G_1 = (1-P)/2 \quad \text{заполнение скважины (ПЖ, раствор);} \qquad (11.26)$$

$$G_2 = (1-M)(1+P)/2 \quad \text{обсадная колонна;} \qquad (11.27)$$

$$G_3 = M\left[(1-N_1)P + 1 - N_2\right]/2 \quad \text{среда в заколонном пространстве;} \qquad (11.28)$$

$$G_4 = M(PN_1 + N_2)/2 \quad \text{порода.} \qquad (11.29)$$

Вспомогательные функции определяются выражениями:

$$P = \exp\left[-a\sigma_1\left(d - d_0\right)\right]; \tag{11.30}$$

$$M = \exp\left(-a\sigma_2 h\right); \tag{11.31}$$

$$N_1 = \exp\left[-a\sigma_3\left(D - d - 2h - H\right)\right]; \tag{11.32}$$

$$N_2 = \exp\left(-a\sigma_3 H\right). \tag{11.33}$$

Эти же выражения используются при интерпретации данных не только ГМ-С, но также интегрального гамма-метода, в этом случае a_{ij} заменяется на радиальную чувствительность канала ГМ (не зависит от j). Приведённые выражения остаются справедливыми и при наличии промежуточных зон в *необсаженной* скважине при соответствующем изменении смысла обозначений (табл. 11.1).

В случае центрированной колонны геометрические факторы пласта и промежуточных зон наиболее сильно зависят от диаметра скважины. Это значит, что погрешность в определении диаметра скважины в этом случае вносит максимальную погрешность в определение содержаний ЕРЭ. Если обсадная колонна прижата к стенке скважины, геометрические факторы пласта и цемента слабо зависят от диаметра скважины. Для различных моноизлучателей геометрические факторы пласта заметно отличаются: наибольшая величина геометрического фактора соответствует торию, наименьшая — калию. Это объясняется существенно бóльшей энергией гамма-излучения тория и меньшей проникающей способностью мягкого гамма-излучения калия.

Спектрограммы, зарегистрированные в одной и той же скважине до и после её обсадки, могут заметно отличаться, если диаметр скважины сильно изменяется в интервале цементирования. Например, глубокая каверна в глинистом интервале может привести к замене локального максимума на спектрограммах открытого ствола локальным минимумом из-за поглощения излучения цементом. При настройке алгоритма на изучение ФЕС коллекторов в обсаженных скважинах необходимо учитывать качество цементирования: наличие или отсутствие цемента и характер его распределения в зако-

лонном пространстве. Для этого целесообразно воспользоваться данными плотностной (гамма-гамма) или акустической цементометрии.

Табл. 11.1. *Смысл обозначений в формулах* (*11.26*)-(*11.33*) *при различных свойствах зон в системе скважина–пласт*.

Обозначения		Скважина		
		Обсажена*	***Необсажена****	
№№ зон	1	Буровой раствор (промывочная жидкость ПЖ)		
	2	обсадная колонна	глинистая корка	буровой раствор
	3	раствор или цемент	зона кольматации	зона проникновения
	4	горная порода (пласт)		
D, см		диаметр скважины		
d_0, см		диаметр скважинного прибора		
d, см		внутр. диаметр колонны	$d = D - 2h$	$d = D$
h, см		толщина колонны	толщина глинистой корки	$h = 0$
H, см		минимальн. расстояние между стенками колонны и скважины $0 < H < (D - d - 2h)/2$	толщина зоны кольматации	глубина зоны проникновения
σ_1, г/см^3		плотность бурового раствора (ПЖ)		
σ_2, г/см^3		плотность обсадки	средн. плотн. глин. корки	$\sigma_2 = \sigma_3$
σ_3, г/см^3		плотность среды в заколонном пространстве	плотность породы в зоне кольматации	плотность породы в зоне проникновения

* *Прибор лежит на стенке колонны.*
** *Прибор прижат к стенке скважины*.

11.5. *Метрологические характеристики гамма-спектрометра*

Интерпретационная модель (11.18) и алгоритм интерпретации настраиваются на конкретный тип скважинной аппаратуры введением метрологических характеристик канала ГМ — *концентрационных* и *радиальных* чувствительностей и *геометрического фактора полупространства*. Соот-

ветствующая методика выполнения измерений была разработана Д.А. Кожевниковым.

Концентрационные чувствительности C_j определяются при отсутствии влияния промежуточных зон, расположенных между прибором и исследуемой горной породой. Знание концентрационных чувствительностей $\{C_j\}$ обеспечивает метрологическую настройку интерпретационного алгоритма только для условий воздушно-сухой скважины.

Относительное изменение чувствительности $S_j(x, E)$ показаний к изменению содержания j-го излучателя в породе, приходящееся на единичное изменение массовой толщины промежуточной зоны, определяет ещё одну метрологическую характеристику — *радиальную чувствительность* канала ГМ для j-го излучателя:

$$a_j = -\partial\left[\ln S_j\left(x, E\right)\right]\Big/\partial T\,. \tag{11.34}$$

Из интерпретационной модели следует, что

$$S_j\left(x, E\right) = S_j\left(0\right)G_j\left(x, E\right) = C_j G_j\left(x, E\right), \tag{11.35}$$

т.е. радиальная чувствительность характеризует относительное изменение (логарифмический декремент) геометрического фактора пласта для j-го излучателя, обусловленное единичным изменением массовой толщины промежуточной зоны:

$$a_j = \partial\left(\ln G_{Nj}\right)\Big/\partial T\,. \tag{11.36}$$

В радиальных геометрических факторах метрологические особенности канала ГМ учитываются через радиальные чувствительности a_j для гамма-излучений калия, урана и тория.

Для нахождения метрологических характеристик выполняют измерения $J_i(T, E)$ в четырёх моделях пластов — «фоновой», «калиевой», «урановой» и «ториевой» — в воздушно-сухой и заполненной водой скважинах при двух положениях прибора: на оси ($e = 0$) и на стенке ($e = 1$) скважины (табл. 11.2). Для контроля правильности результатов определений, а также проверки интерпретационно-алгоритмического обеспечения целесообразно иметь дополнительно измерения в модели со смесью радионуклидов.

Табл. 11.2. *Схема проведения метрологических измерений в ГСО-ЕРЭ.*

Расположение прибора	**Заполнение скважины**	
в скважине	воздух	вода
на стенке	$J_i(0,1)$	$J_i(T,1)$
на оси	$J_i(0,0)$	$J_i(T,0)$

Государственные стандартные образцы (ГСО) содержаний ЕРЭ на метрологическом полигоне «ВНИИЯГГ» изготовлены в виде стальных цилиндрических контейнеров диаметром 140 *см*, высотой 170 *см* с расположенной на оси тонкостенной трубой диаметром 20 *см*, имитирующей скважину.

Для малоканальных спектрометров концентрационные и радиальные чувствительности являются матрицами, для многоканальных спектрометров с высоким разрешением они становятся немонотонными функциями энергии (рис. 11.7).

Радиальная чувствительность имеет физический смысл (и размерность) «эффективного» массового коэффициента ослабления. В отличие от обычного, определяемого для моноэнергетических источников, «эффективный» определяется для полиэнергетического (спектр продуктов распада ЕРЭ).

В немонотонности зависимостей проявляется спектральный эффект полиэнергетического источника, описанный нами ранее для нейтронов[1].

Единообразное аналитическое описание этих зависимостей, удобное для хранения в машинной памяти и использования в алгоритме, использует набор параметров для суперпозиции гауссоид на полиномиальном фоне:

$$\ln C_j(E) = \Psi\left(E; \left\{\alpha^{(j)}\right\}_C, \left\{\beta^{(j)}\right\}_C, \left\{E^{(j)}\right\}_C\right); \qquad (11.37)$$

$$\left\{\alpha^{(j)}\right\} = \left(\alpha_1^{(j)}, \ldots, \alpha_m^{(j)}, \ldots, \alpha_M^{(j)}\right)$$

и аналогично для $\left\{\beta^{(j)}\right\}, \left\{E^{(j)}\right\}$;

$$a_j(E) = \Psi\left(E; \left\{\alpha^{(j)}\right\}_a, \beta, \left\{E^{(j)}\right\}_a\right); \qquad (11.38)$$

[1] Кожевников Д.А. Пространственно-энергетическое распределение нейтронов в однородном замедлителе//Атомная энергия. — 1964. — т.17, вып.1. — С. 34-44.

$$\Psi(\bullet)=\sum_{m=0}^{3}\alpha_m E^m+\sum_{m=4}^{M}\alpha_m\exp\left[-\beta_m\left(E-E_m\right)^2\right]. \qquad (11.39)$$

Все коэффициенты для калия, урана и тория (спектрометр «СГС-Л-6М», $n=1024$) табулированы.

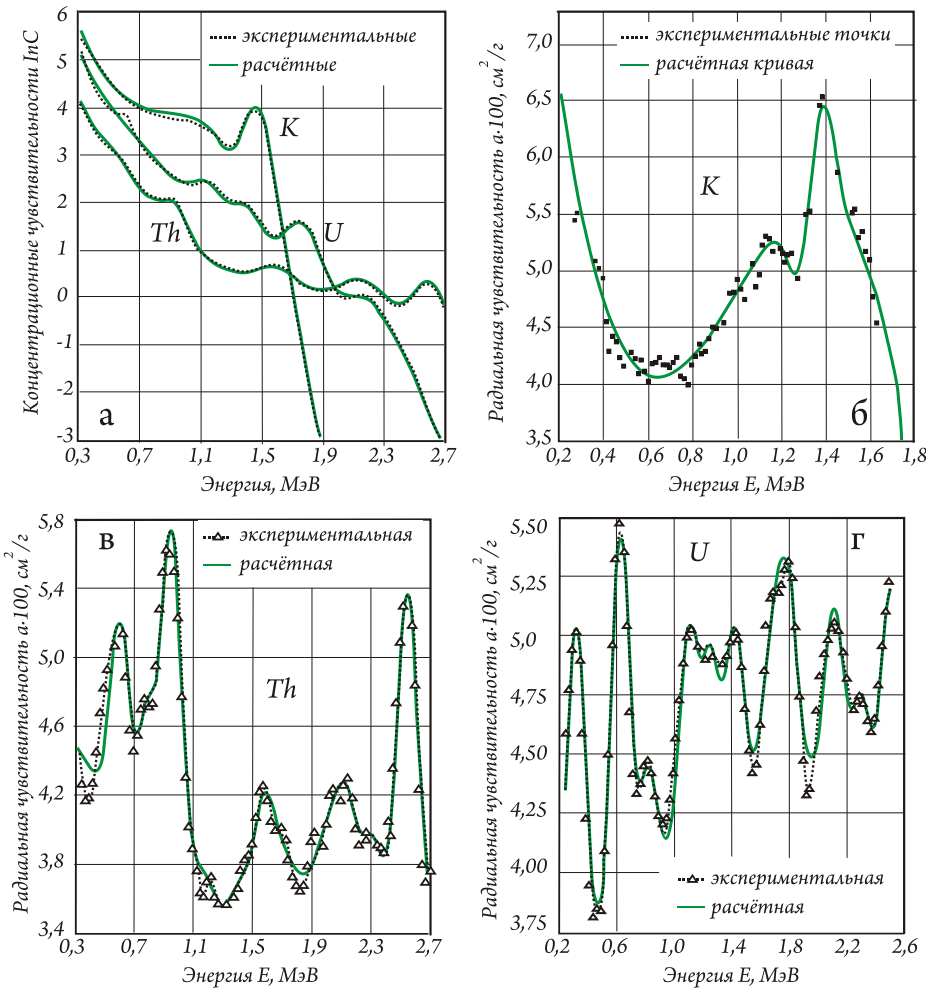


Рис. 11.7 а–г. *Экспериментальные и расчётные по* (11.37)–(11.39) *зависимости концентрационных* (**а**) *и радиальных* (**б**, **в**, **г**) *чувствительностей для урана, тория и калия от энергии* (*по Д.А. Кожевникову*)

11.6. *Проверка интерпретационной модели*

Если метрологические характеристики определены, интерпретационная модель позволяет решить прямую и обратную задачи для заданных скважинных условий и любого спектрометра.

Решение прямой задачи — расчёт абсолютных скоростей счёта в каждом из каналов спектрометра — позволяет проверить точность интерпретационной модели. В свою очередь, точность интерпретационной модели определяет точность решения обратной задачи и, соответственно, — алгоритма интерпретации (расчёт массовых содержаний естественных радионуклидов в породе, окружающей скважину).

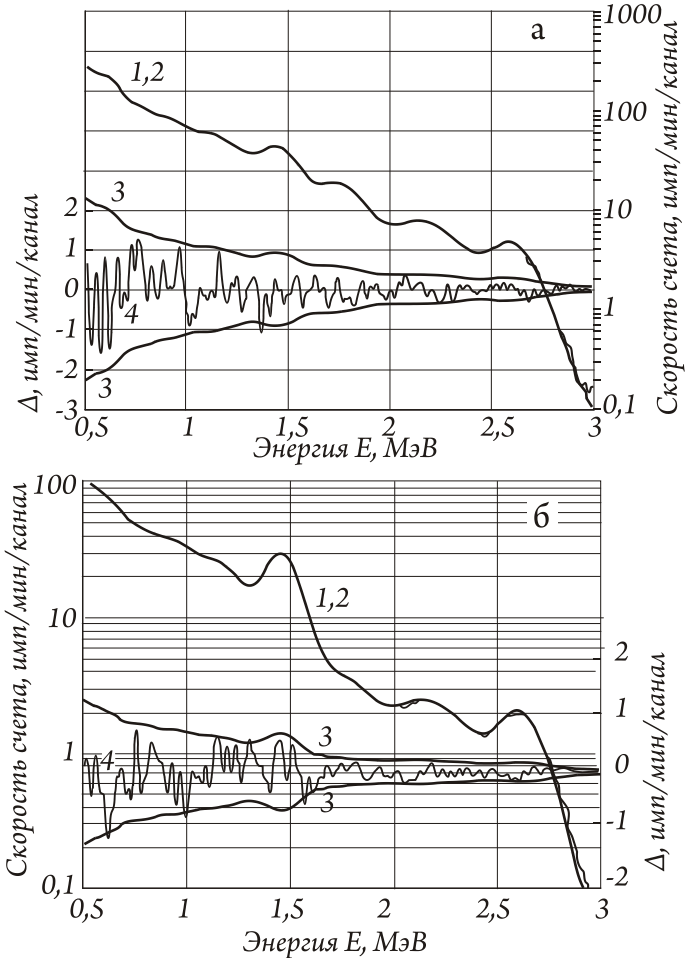


Рис. 11.8 а, б. *Аппаратурные спектры гамма-излучения в натурных моделях смеси ЕРЭ* (**а**) *и глинистого пласта* (**б**): прибор расположен на стенке скважины диаметром 20 *см*, заполненной водой; спектры:
1 — расчётный,
2 — измеренный;
3 — коридор среднеквадратичной погрешности измерений;
4 — абс. расхождение экспериментальных и расчётных результатов
(*по Д.А. Кожевникову*)

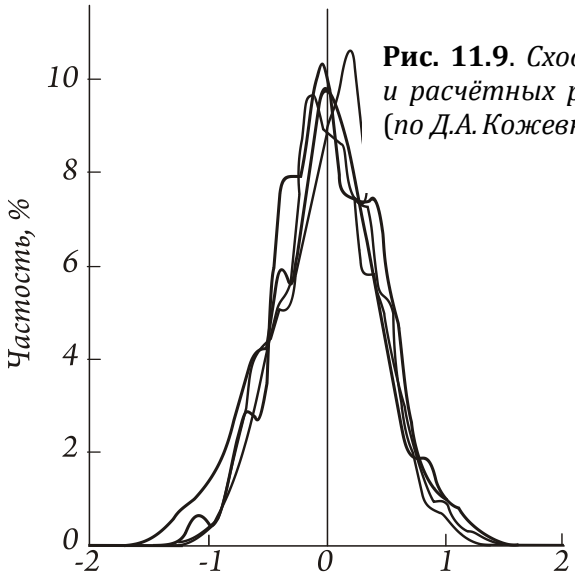


Рис. 11.9. *Сходимость экспериментальных и расчётных результатов в единицах СКО* (*по Д.А. Кожевникову*)

Для многоканального (1024 канала) спектрометра «СГС-Л-6М» сравнение расчётного и измеренного спектров в моделях со смесью ЕРЭ и глинистого пласта показано на рис. 11.8 (измерения лаб. №3 ВНИИГеосистем; время измерений 30 *мин*). Расхождение кривых на глаз неразличимо, поскольку расчётный и измеренный спектры совпали в пределах погрешностей измерений (рис. 11.9).

В работе К. Коидзуми аналогичные результаты получены для ториевого излучателя и обсаженных скважин со стальными колоннами различной толщины, окружённых цементом и заполненных раствором хлористого кальция.

В этой главе описаны адаптивные методика и алгоритмы интерпретации данных метода естественной радиоактивности (ГМ и ГМ-С) в необсаженных и обсаженных скважинах. Алгоритмы настраиваются на индивидуальные метрологические характеристики конкретного спектрометра (концентрационные и радиальные чувствительности) и осуществляет беспоправочную интерпретацию данных ГМ-С и ГМ для скважинных спектрометров и каналов ГМ любой конструкции.

В сравнении с эмпирическими поправочными алгоритмами адаптивная методика обеспечивает существенное повышение точности определения содержаний ЕРЭ благодаря:

- исключению систематических погрешностей;
- устранению погрешностей стандартизации разнотипной аппаратуры путём настройки алгоритма на индивидуальные метрологические характеристики рабочей аппаратуры;
- учёту изменений амплитуд фоновых компонент по стволу скважины в соответствии с изменениями массовых толщин промежуточных зон.

В свою очередь, повышение точности определения содержаний ЕРЭ обеспечивает повышение точности определений коллекторских свойств, состава горных пород и решения других геологических задач при интерпретации данных ГМ-С в комплексе ГИС.

Контрольные вопросы

1. *Какие факторы влияют на величину концентрационной чувствительности канала ГМ (ГМ-С) для конкретного излучателя?*
2. *Как формулируются решения прямой и обратной задач для ГМ-С?*
3. *Как формулируются решения прямой и обратной задач для ГМ?*
4. *Как изменятся концентрационные чувствительности, если кристалл сцинтиллятора NaI 50 х 100 мм заменить кристаллом NaI 50 х 150 мм?*
5. *Что такое коэффициент приведения к нормальной среде?*
6. *Какие параметры могут служить мерами суммарного массового содержания ЕРЭ в горной породе?*
7. *Опишите назначение и конструкции метрологических установок, используемых в гамма-методе. Какова процедура определения метрологических характеристик канала ГМ?*

8. *Как изменится концентрационная чувствительность CU при замене глинистого раствора, утяжелённого баритом, на нефтеэмульсионный?*
9. *Какие метрологические характеристики учитывают влияние на показания ГМ промежуточной зоны? Каков их физический смысл?*
10. *Каков физический смысл параметра* γ *?*
11. *Почему радиальная чувствительность зависит от толщины стенки корпуса прибора, типа и плотности промывочной жидкости?*
12. *У радиальной чувствительности и массового коэффициента ослабления одинаковая размерность и физический смысл, но совершенно разная зависимость от энергии гамма-квантов. Почему?*
13. *При каком положении прибора в скважине изменение её диаметра влияет на показания наиболее сильно и почему?*
14. *От чего зависит фоновая компонента показаний ГМ в скважине? Как она определяется в автоматическом режиме цифровой обработки?*
15. *Можно ли аналоговую диаграмму ГМ, оцифрованную в единицах «гамма» (мкР/час) сразу «прочитать» в единицах уранового эквивалента eU?*
16. *Какие константы необходимо задать для настройки петрофизической модели ГМ?*
17. *При каких геологических условиях по данным ГМ можно определять эффективную пористость?*

ГЛАВА 12. ГАММА-ГАММА МЕТОД (ПЛОТНОСТНОЙ)

Условия скважинных исследований наименее благоприятны для определения объёмной плотности породы по данным ГГМ. Поскольку плотность жидкости, заполняющей скважину, всегда меньше плотности породы, скважина гораздо «прозрачнее» для гамма-квантов, чем пласт, что определяет сильное влияние скважины на показания (тем более сильное, чем больше размер зонда). В современной скважинной аппаратуре влияние скважины практически полностью исключается (для зондов размером не более 50 *см*) благодаря особым конструктивным мерам: прижимному устройству, специальным фильтрам, экранам и коллиматорам у источника и детекторов, «каплевидной» форме поперечного сечения зонда.

Основная проблема интерпретации данных ГГМ сводится к учёту (или исключению) влияния промежуточной зоны, в качестве которой обычно предполагается глинистая корка. Это предположение существенно ограничивает диапазон изменения свойств промежуточной зоны, которая в действительности одновременно с глинистой коркой может включать зону уплотнения (кольматации) или зону разуплотнения.

Количественное определение плотности пород в отечественных и зарубежных приборах ГГМ осуществляется с помощью вычислительных алгоритмов, получаемых на основе эмпирического обобщения результатов физического (натурного) или математического (по методу «Монте–Карло») моделирования. Эмпирический характер этих алгоритмов принципиально ограничивает возможности анализа их точностных характеристик, в особенности при наличии промежуточной зоны.

12.1. *Интерпретационная модель и алгоритм Ю.А. Гулина*

Следуя Ю.А. Гулину, рассмотрим простейшую, весьма наглядную, интерпретационную модель.

Пусть для двухзондового прибора определены калибровочные зависимости $J_{12}(\sigma)$ короткого (1) и длинного (2) зондов соответственно, и найдено правило нахождения эффективных плотностей σ_{12}^* по текущим показаниям (после учёта естественной радиоактивности, поправок за инерционность, нелинейность, недонасыщение амплитуды статической аномалии).

При наличии промежуточной зоны (например, глинистой корки) с плотностью σ_Δ и толщиной h_Δ эффективные плотности σ_1^* и σ_2^* на коротком и длинном зондах соответственно будут отличаться от истинной объёмной плотности σ на некоторые величины погрешностей $\Delta_i\sigma$:

$$\sigma_i^* = \sigma + \Delta_i\sigma; \qquad i = 1, 2. \tag{12.1}$$

Предположим, что (при достаточно малых σ_Δ и h_Δ) величины погрешностей $\Delta\sigma_i$ пропорциональны толщине промежуточной зоны h_Δ и контрасту плотностей $(\sigma - \sigma_\Delta)$ породы и промежуточной зоны:

$$\Delta\sigma_i = a_i h_\Delta (\sigma - \sigma_\Delta), \quad i = 1, 2; \tag{12.2}$$

где a_i — константа пропорциональности, причём:

$$\Delta\sigma_1 / \Delta\sigma_2 = a_1 / a_2 = k. \tag{12.3}$$

Соотношение (12.3) показывает во сколько раз абсолютная погрешность $\Delta\sigma_1$ определения плотности на коротком зонде больше, чем погрешность $\Delta\sigma_2$ на длинном зонде. Обращение интерпретационной модели легко выполняется. Решение системы (12.1) относительно σ приводит к алгоритму:

$$\sigma = \left(k\sigma_2^* - \sigma_1^*\right) / (k - 1). \tag{12.4}$$

Алгоритм (12.4) определения плотности породы σ не требует знания плотности промежуточной зоны, то есть не требует никакой петрофизической настройки.

Однако этот наглядный вывод не позволяет ответить на важные вопросы о границах его применимости, оценить погрешности, не проясняет физического смысла параметра *k*, не отвечает и на вопрос о влиянии фотоэлек-

трического поглощения, обусловленного, например, присутствием утяжелителей (барит, гематит) в составе промывочной жидкости (и соответственно — глинистой корки). Для этого необходима более совершенная интерпретационная модель, рассматриваемая ниже.

12.2. *Декрементная интерпретационная модель*

Независимо от вида генерируемого и регистрируемого излучения (нейтроны, гамма-кванты), конструкции скважины, характера её заполнения и положения прибора в ней, химического состава твёрдой фазы породы, её пористости и типа флюида, заполняющего поровое пространство, зависимость показаний детектора $J(z)$ от размера зонда z имеет универсальный характер: показания убывают с увеличением размера зонда.

Охарактеризуем указанную зависимость $J(z)$ с помощью величины $\alpha(z)$, имеющей смысл пространственного декремента затухания:

$$\alpha(z) = -J(z)^{-1}\frac{\partial}{\partial z}J(z) = -\frac{\partial}{\partial z}\ln J(z) > 0. \qquad (12.5)$$

Декремент $\alpha(z)$ пространственного (по оси z) затухания поля излучения в скважине можно рассматривать как физический параметр системы прибор–скважина–пласт. Из (12.5) следует, что закон изменения показаний детектора J как функция длины зонда в общем случае имеет вид:

$$J(z) = J_0 \exp\left[-\int_0^z \alpha(z')\,dz'\right]. \qquad (12.6)$$

Предэкспоненциальный множитель J_0 определяет показания прибора на «нулевом» зонде $z = 0$. Эта величина пропорциональна мощности источника и эффективности детектора, зависит от свойств пласта и условий измерений.

Представим систему прибор–скважина–пласт как совокупность последовательно вложенных друг в друга цилиндрических зон, характеризующихся радиально-осевой однородностью физических свойств. К таким зонам можно отнести корпус глубинного прибора, слой бурового раствора, окру-

жающего прибор, обсадную колонну, цементное кольцо, глинистую корку, зону внутренней глинизации, зону проникновения фильтрата бурового раствора в пласт и неизменённую часть пласта. Число зон и их характеристики зависят от постановки конкретной задачи (метода) радиометрии скважин.

Введём в системе прибор–скважина–пласт цилиндрические координаты (r, ζ, φ), совместив полярную ось с осью цилиндрических зон, которые для простоты будем считать коаксиальными. Рассмотрим функцию $\Phi(r,\ \zeta,\ \varphi\,|\,z)$ такую, что величина

$$\Phi(r\,|\,z) = rdr\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(r,\zeta,\varphi\,|\,z)\,d\zeta \qquad (12.7)$$

соответствует абсолютному вкладу в показания детектора от рассеянного излучения из цилиндрического слоя ($r,\ r+dr$) и не испытавшего взаимодействий за пределами цилиндрической поверхности радиуса $r+dr$. Тогда показания прибора $J(z)$ и декремент $\alpha(z)$ можно представить в виде:

$$J(z) = \Sigma_{k=1}^{n} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \Phi(r\,|\,z)\,dr; \qquad (12.8)$$

$$\alpha(z) = J(z)^{-1}\,\Sigma_{k=1}^{n} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \frac{\partial}{\partial z}\Phi(r\,|\,z)\,rdr, \qquad (12.9)$$

где суммирование распространено на все зоны; последние пронумерованы в порядке удаления их от прибора. Разделив и умножив подынтегральное выражение в (12.9) на $\Phi(r\,|\,z)$, получим:

$$\alpha(z) = J(z)^{-1}\,\Sigma_{k=1}^{n} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \Phi(r\,|\,z)\left[-\frac{\partial}{\partial z}\ln\Phi(r\,|\,z)\right] rdr. \qquad (12.10)$$

Допустим, что величина, стоящая в квадратных скобках, определяется только физическими свойствами данной зоны, и в силу радиально-осевой однородности её физических свойств, не зависит от переменных r и z. Поэтому можно ввести величину α_k:

$$\alpha_k = -\frac{\partial}{\partial z}\ln\Phi(r\,|\,z); \quad r_{k-1} \le r \le r_k,$$

имеющую смысл декремента пространственного затухания излучения в k-той зоне.

Тогда $$\alpha(z) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k g_k(z), \qquad (12.11)$$

где $$g_k(z) = J(z)^{-1} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \Phi(r \mid z) r dr; \qquad (12.12)$$

с очевидной нормировкой $$\sum_{k=1}^{n} g_k(z) = 1. \qquad (12.13)$$

Функция g_k представляет относительный вклад в показания детектора излучения, приходящего из *k*-той зоны, и не испытавшего рассеяния в более удалённых зонах.

В ГГМ пространственное изменение (по оси *z*) показаний детектора обусловлено, с одной стороны, рассеянием и поглощением гамма-излучения в веществе, т.е. определяется длиной диффузии гамма-квантов в соответствующих средах. С другой стороны, пространственный спад показаний зависит не только от физических свойств среды, окружающей прибор, но и от параметров прибора, определяющих условия коллимации, фильтрации и экранирования излучения (в частности, за счёт геометрической расходимости пучка первичных гамма-квантов). Следовательно, можно записать:

$$\alpha_k = \nu L_{\gamma k}^{-1} + \beta, \quad (\nu, \beta) = const > 0. \qquad (12.14)$$

Здесь $L_{\gamma k}$ — длина диффузии гамма-квантов в *k*-той зоне, а β — положительная константа, величина которой зависит от конструктивных особенностей конкретного прибора (параметры коллимации, материал и толщина корпуса прибора, спектральная эффективность детектора и т.д.).

В достаточно широкой области энергий, в которой основным механизмом взаимодействия гамма-квантов с веществом является комптоновское рассеяние, длина диффузии обратно пропорциональна электронной плотности вещества σ.

На основании (12.12) и (12.13) с учётом (12.14) имеем:

$$\alpha(z) = \beta + \gamma \sum_k \sigma_k g_k(z). \qquad (12.15)$$

Подставляя (12.11) в (12.6), получаем общее выражение для зависимости показаний прибора на зонде *z* от условий измерений:

$$J\left(z\right)=J_0\left(z\right)\exp\left[-\gamma\,\Sigma_k\sigma_k\int_0^Z g_k\left(z'\right)dz'\right], \qquad (12.16)$$

где $$J_0\left(z\right)=J_0\exp\left(-\beta\,z\right). \qquad (12.17)$$

Введём в рассмотрение эффективную плотность $\sigma^*=\sigma^*\left(Z\right)$ как электронную плотность такой фиктивной однородной безграничной комптоновской среды, показания прибора в которой совпадают с показаниями прибора в реальной радиально-неоднородной системе прибор–скважина–пласт. Получаем уравнение «гомогенизации» в виде:

$$\sigma^*\left(Z\right)=\sum\nolimits_k\sigma_k Q_k\left(z\right). \qquad (12.18)$$

Здесь $Q_i(T)$ — геометрические факторы пласта (исследуемой породы) при наличии промежуточной зоны данной массовой толщины T:

$$Q_i\left(T\right)=\exp\left(-a_i T\right);\quad i=1,2, \qquad (12.19)$$

где a_i — радиальная чувствительность зондов.

Выступающие здесь $\left\{Q_k\right\}$ (интегральные геометрические факторы) определены в виде:

$$Q_k\left(z\right)=z^{-1}\int_0^z g_k\left(z'\right)dz', \qquad (12.20)$$

и удовлетворяют нормировке

$$\Sigma_k Q_k\left(z\right)=1. \qquad (12.21)$$

В силу (12.18) и (12.21) ясен физический смысл $\left\{Q_k\right\}$: они определяют меру влияния зон, окружающих прибор, по величине их относительного вклада в эффективную плотность σ^* на данном зонде.

Справедливость интерпретационной модели подтверждена результатами математического и физического моделирования в достаточно широком диапазоне изменений параметров ближней зоны и плотности пласта для гамма-излучения тормозного спектра.

12.3. *Метрологические характеристики аппаратуры*

Метрологические параметры двухзондовой аппаратуры гамма-гамма плотномера любого типа — это чувствительность показаний к плотности $S_{1,2}$ и радиальная чувствительность $a_{1,2}$ (табл. 12.1). Два таких параметра характеризуют каждый зонд (каждую пару источник – детектор). Чувствительность S_i определяется следующим образом:

$$S_i = \left(\sigma_{01} - \sigma_{02}\right)^{-1} \ln\left[\frac{J_i\left(\sigma_{02}\right)}{J_i\left(\sigma_{01}\right)}\right], \quad i = 1,2, \tag{12.22}$$

то есть как относительное изменение показаний на единичное изменение электронной плотности пласта при отсутствии промежуточной зоны (глинистой корки).

Радиальная чувствительность (см. предыдущую главу) определяется по формуле:

$$a_i = T^{-1} \ln\left[\sigma - \sigma_\Delta\right] / \left(\sigma_i - \sigma_\Delta\right), \tag{12.23}$$

где эффективные электронные плотности σ_i^* определяются следующим образом:

$$\sigma_i^* = \sigma_0 - S_i^{-1} \ln\left[\frac{J_i\left(\sigma\right)}{J_i\left(\sigma_0\right)}\right], \tag{12.24}$$

где σ_i^* — эффективные плотности, определяемые по показаниям короткого ($i = 1$) и длинного ($i = 2$) зондов, σ_0 — плотность метрологического образца базового (МОБ), J_i — текущие показания i-го зонда в исследуемой среде с плотностью σ, J — показания i-го зонда в МОБ, σ_Δ — средняя плотность промежуточной зоны толщиной h:

$$\sigma_\Delta = \frac{T}{h}; \quad T = \int_0^h \sigma_\Delta\left(h'\right) dh'; \tag{12.25}$$

T — средняя массовая толщина промежуточной зоны, $\sigma_\Delta\left(h\right)$ — закон радиального изменения её плотности (рис. 12.1).

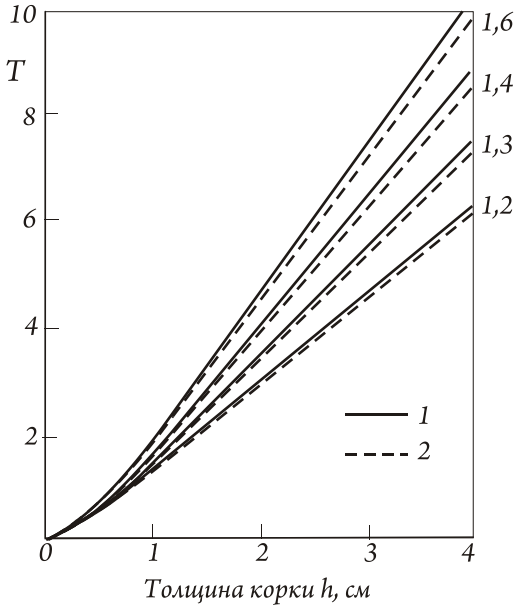


Рис. 12.1. *Массовая толщина T (г/см²) глинистой корки как функция её толщины h (см) для глинистых растворов различной плотности* (шифр кривых) *при различных перепадах* ΔP *давления на стенке скважины:*

1 — $\Delta P = 50$ *кГ/см²*,
2 — $\Delta P = 30$ *кГ/см²*.

Рассчитано по фильтрационной модели Н.Н. Михайлова

Радиальная чувствительность представляет собой относительное изменение показаний на единичное изменение массовой толщины промежуточной зоны.

Для определения S_i необходимо провести измерения в двух метрологических образцах с надёжно определёнными плотностями (при отсутствии промежуточной зоны). Для определения радиальных чувствительностей a_i необходимо провести измерения на любом из указанных образцов с имитатором глинистой корки. Для точного определения радиальной чувствительности необходимо оптимальное соотношение между контрастом плотности метрологического образца и имитатором корки, а также толщиной корки.

При алгоритмической интерпретации данных ГГМ выступают следующие производные от a_i метрологические параметры: коэффициент радиальной чувствительности (при определении плотности породы)

$$k = a_1 \Big/ a_2 = \left[\ln\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_\Delta}{\sigma_0 - \sigma_\Delta} \right) \Big/ \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_\Delta}{\sigma_0 - \sigma_\Delta} \right) \right] \qquad (12.26)$$

и величина $$\overline{\Delta a} = a_1 - a_2 = T^{-1} \ln\left[\left(\sigma_2 - \sigma_\Delta \right) \Big/ \left(\sigma_1 - \sigma_\Delta \right) \right] \qquad (12.27)$$

(при определении толщины промежуточной зоны).

Табл. 12.1. *Метрологические характеристики каналов ГМ, ГМ-С и ГГМ-П в адаптивной методикеинтерпретации* (*по Д.А.Кожевникову*).

<table>
<tr><td rowspan="3">Параметры</td><td colspan="3">Метод (МОДИФИКАЦИЯ)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Естественной радиоактивности</td><td>Рассеянного гамма-излучения</td></tr>
<tr><td>Интегральная</td><td>Спектрометрическая</td><td>Плотностная двухзондовая</td></tr>
<tr><td>Определяемые величины</td><td>Суммарное массовое содержание ЕРЭ в единицах уранового эквивалента (eU)</td><td>Массовые содержания ЕРЭ $\{q_j\}$, % масс.</td><td>Объёмная плотность породы, диагностика промежуточной зоны (уплотнение, разуплотнение), оценка её толщины или плотности</td></tr>
<tr><td>Характеристики чувствительности к определяемому параметру</td><td>Концентрационные чувствительности $\{C_j\}$ для калия, урана, тория (j=1,2,3)</td><td>Матрица концентрационных чувствительностей $|C_{ij}|$ i=1,2,3; j= 1,2,3; или зависимость $C_j(E)$</td><td>Чувствительности зондов (i=1,2) к изменению плотности при отсутствии промежуточной зоны: S_1, S_2</td></tr>
<tr><td>Промежуточные зоны</td><td colspan="2">Промывочная жидкость, обсадная колонна, цементное кольцо, глинистая корка, зона кольматации</td><td>Глинистая корка, зоны кольматации, искусственной трещиноватости</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Характеристики влияния промежуточных зон (T — массовая толщина промежуточной зоны)</td><td colspan="2">Радиальные чувствительности a, см^2/г</td><td rowspan="4">Радиальные чувствительности a_i, см^2/г: $a_i = -\frac{\partial \ln G_i(T)}{\partial T}$ Коэффициент радиальной чувствительности $k = a_1/a_2$ зависит от типа промывочной жидкости, (обычная или утяжелённая баритом, гематитом), из которой образовалась глинистая корка</td></tr>
<tr><td>$a = -\frac{\partial \ln G(T,0)}{\partial T}$</td><td>матрица $|a_{ij}|$ или функция $a_j(E)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Геометрический фактор полупространства</td></tr>
<tr><td>$\gamma = \lim_{T\to\infty} G(T,1)$</td><td>$\gamma_{ij} = \lim_{T\to\infty} G_{ij}(T,1)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Зависит от состава промывочной жидкости (обычная, утяжелённая баритом, гематитом) и её плотности</td><td>Зависят от состава и плотности промывочной жидкости, из которой образовалась глинистая корка</td></tr>
<tr><td>Параметры метрологической настройки алгоритмов</td><td>γ (не зависит от типа аппаратуры) C_U, a</td><td>$|C_{ij}|, |a_{ij}|, \gamma_{ij}$ не зависит от (i,j)</td><td>$S_1; S_2; k, \sigma_0; J_{12}(\sigma_0)$</td></tr>
</table>

Табл. 12.2. *Метрологические параметры скважинной аппаратуры ГГМ-П*

Параметры	Прибор РКС-1				РГП-2
	среднее	ср.-кв. укл.10^2	асимметр. а.10	эксцесс е	**среднее**
S_1	**0,541**	0,784	0,681	0,829	**0,69**
S_2	**2,060**	2,58	0,467	0,703	**2,32**
a_1	**0,259**	0,825	2,10	-0,313	-
a_2	**0,106**	1,480	2,19	0,044	-
$k = a_1 / a_2$	**2,48**	8,30	2,05	0,101	**2,11**
σ_0, *г/см*^{3}	**2,71**	0,004	-	-	**2,58**
$C = J_{01} / J_{02}$ [x)]	**8,0**	-	-	-	**4,6**

[x)] *для РКС-1 измеряется на МОБ* (*в алгоритме интерпретации не используется*), *для РГП-2 указывается в паспорте прибора* (*используется в алгоритме*).

В табл. 12.2 приведены значения метрологических характеристик аппаратуры типа РКС-1. Таблица характеризует также реальный разброс значений параметров, обусловленный всевозможными «шумами» измерений. Радиальные чувствительности и значения k определены по измерениям в среде с плотностью 2,71 *г/см*^{3} при наличии промежуточной зоны с плотностью 1,35 *г/см*^{3} толщиной 20 *мм*. Параметры S_i определены по паре сред с плотностями 2,71 и 1,96 *г/см*^{3}. В этой же таблице приведены средние значения метрологических параметров отечественной аппаратуры ГГМ типа РГП-2.

Для «комптоновских» промежуточных зон радиальные чувствительности $a_{1,2}$ не зависят от плотности (табл. 12.2). Для тяжёлых (баритовых) глинистых корок из-за изменения спектра рассеянного γ-излучения радиальные чувствительности приобретают зависимость от плотности. Это обстоятельство учитывается при метрологической настройке и не приводит к усложнению алгоритма интерпретации.

12.4. *Алгоритмы определения плотности породы и толщины промежуточной зоны*

Относительные показания I_i (пронормированные по показаниям в МОБ с $\sigma = \sigma_0$) соответственно короткого ($i = 1$) и длинного ($i = 2$) зондов удобно описать аналитически в следующей параметрической форме:

$$\ln I_i = (\sigma_0 - \sigma_i) S_i, \quad i = 1, 2; \tag{12.28}$$

$$\sigma_i^* = \sigma_\Delta + (\sigma - \sigma_\Delta) Q_i(T), \quad i = 1, 2, \tag{12.29}$$

где $$I_i = J_i / J_{0i}.$$

Здесь $Q_i(T)$ — геометрические факторы пласта (исследуемой породы) при наличии промежуточной зоны данной массовой толщины T:

$$Q_i(T) = \exp(-a_i T); \quad i = 1, 2. \tag{12.30}$$

В (12.30) радиальные чувствительности — метрологические характеристики каналов ГГМ — определены нами как относительные изменения вкладов пласта, обусловленные единичным изменением массовой толщины T промежуточных зон:

$$a_i = -\frac{\partial}{\partial T} \ln G_i. \tag{12.30'}$$

Уравнения (12.29) совместно с (12.30) параметрически определяют траекторию точки в координатах $I_2 = f_1(I_1)$ или $I_2 / I_1 = \phi(I_1)$ с изменением массовой толщины Δ-зоны (при фиксированных σ, σ_Δ или с изменением всех трёх параметров) (рис. 12.2). Аналогичным образом уравнение определяет траекторию точки на плоскости (σ_2, σ_1) (рис. 12.3). График этой траектории называется диаграммой «хребет–рёбра».

Диаграмма «хребет–рёбра» представляет семейство траекторий на плоскостях $\{J_2,\ J_1\}$, $\{J_2/J_1,\ J_1\}$ или $\{\sigma - \sigma_2^*,\ \sigma_2^* - \sigma_1^*\}$, характеризующих влияние изменений плотности и толщины промежуточных зон для случаев уплотнения и разуплотнения промежуточной зоны (рис. 12.4).

Адаптивный алгоритм интерпретации данных ГГМ-П представляет собой решение системы уравнений (12.29, $i = 1, 2$) в предположении, что σ_Δ известно:

$$\sigma = \sigma_\Delta + (\sigma_2 - \sigma_\Delta) \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_\Delta}{\sigma_1 - \sigma_\Delta} \right)^{1/(\kappa - 1)}. \tag{12.31}$$

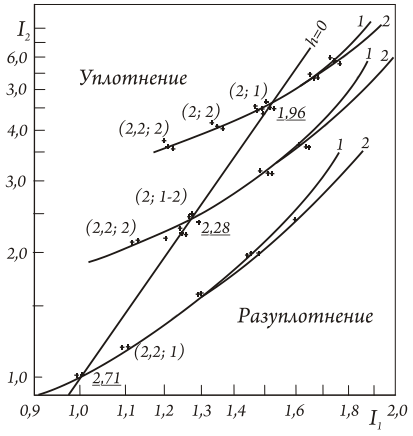


Рис. 12.2. *Расчётная диаграмма «хребет–рёбра»* (по модели (12.28)) *для аппаратуры РКС-1 в сравнении с данными измерений на трёх МОБ* (*1,96; 2,28 и 2,71 г/см³*) *без корки и с их имитаторами*. Шифр (σ_Δ, h) — плотность и толщина (*см*) корок; «разуплотнение» — обычные корки, «уплотнение» — баритовые. *Экспериментальные данные В.Я. Иванова* (ВНИИНПГ)

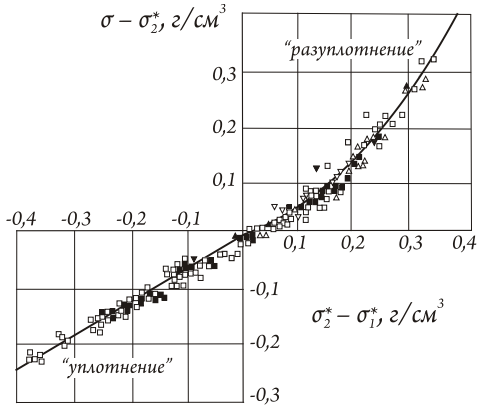


Рис. 12.3. *Зависимости* $\sigma - \sigma_2^* = f\left(\sigma_2^* - \sigma_1^*\right)$ *по экспериментальным данным для аппаратуры «Western Atlas» в сравнении с расчётной по модели (12.29);* $\sigma = 2{,}69$ *г/см³*; $\sigma_\Delta = 1{,}70$ *г/см³*; для баритовых глинистых корок («уплотнение») k=2,1: $a_1 = 0{,}255$ *см²/г*; $a_2 = 0{,}094$ *см²/г*; для обычных корок («разуплотнение») k=2,60

Этот алгоритм устойчив при вариациях плотностей глинистых корок в диапазонах лёгких ($\sigma_\Delta = 1{,}2$ *г/см*^{3}) и тяжёлых ($\sigma_\Delta = 1{,}8$ *г/см*^{3}). Однако алгоритм неустойчив при малых контрастах $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_\Delta$ плотностей корки и пласта и больших толщинах корок, когда σ_1^* и σ_2^* становятся очень близкими. При этом требуемое алгоритмом вычисление отношения разности близких чисел может производиться с существенными ошибками (σ_1^* и σ_2^* определяются с некоторой погрешностью) и, следовательно, решение становится неустойчивым.

Если при малой массовой толщине выполняется неравенство $\max\limits_{i=1,2}\left(a_i T\right) = \left(a_i T\right) << 1$ (алгоритм Ю.А. Гулина):

$$\sigma = \left(k\sigma_2 - \sigma_\Delta\right)/\left(\kappa - 1\right); \qquad (12.32)$$

$$k = \left(a_1/a_2\right).$$

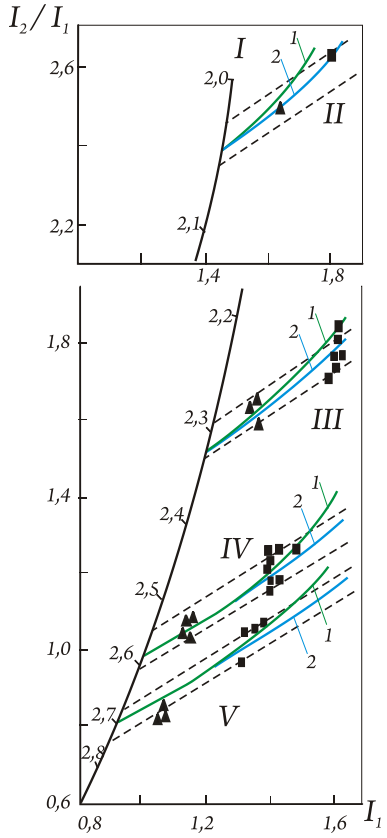


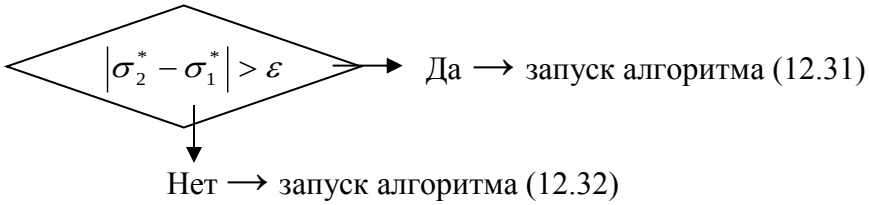
Рис. 12.4. *Диаграмма «хребет–рёбра» для аппаратуры РГП-2:*

I — «хребет»;
линии 1 и 2 соответствуют расчётным зависимостям $I_2/I_1 = f(I_1)$ в пластах разной плотности II–V (в *г/см*^{3}: 2,05; 2,32; 2,59; 2,71) при наличии глинистых корок с плотностями 1 и 1,4 *г/см*^{3} и толщинами 10 и 20 *мм*

Возвращаясь к этому алгоритму, мы теперь знаем, как определяются радиальные чувствительности и каков их физический смысл. Метрологическая настройка алгоритмов (12.31) и (12.32) для конкретного прибора производится по трём входным метрологическим характеристикам: чувствительности к изменению плотности S_i (соответственно для короткого и длинного зондов $S_{1,2}$) а также коэффициенту радиальной чувствительности k. При использовании алгоритма (12.32) знания плотности Δ-зоны не требуется.

Для избежания ошибок при автоматической интерпретации в области неустойчивости алгоритма (12.31) необходимо предусмотреть сравнение σ_i^* $(i=1,2)$, обеспечивающее его запуск или переход к алгоритму (12.32) в области неустойчивости.

В частности, эту процедуру можно осуществить по следующей схеме:



Соотношение условного перехода имеет ясный физический смысл: при близости σ_i^* $(i=1,2)$ показания обоих зондов близки к показаниям в однородных средах с плотностями $\sigma_i^* = \sigma$ соответственно при малых $\Delta\sigma$ или $\sigma_i^* \approx \sigma_\Delta$ при достаточно больших h; ε — величина допустимой погрешности.

Настройка алгоритма на тип и свойства промежуточной зоны могут выполняться в реальном времени автоматически, благодаря различию радиальных чувствительностей короткого и длинного зондов (табл. 12.3).

Табл. 12.3. *Диагностика промежуточных зон по данным ГГМ и кавернометрии*

Промежуточная зона (признак по ГГМ)	**Наличие глинистой корки (признак по КВ)**	**Промежуточная зона**	**Ошибочная интерпретация (без учёта свойств ПЗ)**
Уплотнение (ЗУ)	Нет; $\sigma_\Delta > \sigma$	Кольматация пласта–коллектора	Неколлектор
	Есть; $\sigma_\Delta > \sigma_\Delta$; $\sigma_{\Delta 1} > \sigma_{\Delta 2}$	«Тяжёлая» глинистая корка против пласта–коллектора	Неколлектор
Разуплотнение (ЗР)	Нет; $\sigma_\Delta < \sigma$	Искусственная трещинноватость плотного пласта	Коллектор
	Есть; $\sigma_\Delta < \sigma_\Delta$; $\sigma_{\Delta 1} < \sigma_{\Delta 2}$	«Лёгкая» глинистая корка против пласта–коллектора. Искусственная трещиноватость в плотном пласте	Нереально Высокая пористость

Нетрудно заметить, что алгоритм (12.32) совпадает с линейным (по логарифмам показаний) алгоритмом:

$$\sigma = \sigma_0 + C_1 \ln I_1 + C_2 \ln I_2, \qquad (12.33)$$

где

$$C_1 = \left[(k-1) S_1\right]^{-1}; \qquad (12.33')$$

$$C_2 = -k\left[(k-1) S_2\right]^{-1}. \qquad (12.33'')$$

Выражение (12.33) представляет наиболее распространённую форму эмпирических алгоритмов, используемых в вычислительных устройствах (микропроцессорах) аппаратуры ГГМ-П. В них соответствующие коэффициенты $C_{1,2}$, разумеется, не совпадают с (12.33′) и (12.33″) Они не вычисляются по метрологическим характеристикам аппаратуры, а находятся по некоторым специальным правилам (приводимым в соответствующих инструкциях).

12.5. *Приближенные алгоритмы определения плотности пород*

Аналогами приближенного алгоритма (12.32)–(12.33) являются алгоритмы, используемые в приборах РКС-1 и зарубежных фирм (например, Schlumberger). Тот же порядок точности имеет алгоритм, используемый в аппаратуре РГП-2 (в наших обозначениях):

$$F(\sigma) = I_2/I_1 - BI_1; \qquad (12.34)$$

$F(\sigma)$ — нелинейная функция плотности, B — постоянный коэффициент.

Аналитические соотношения (12.29) и (12.30) позволяют теоретически исследовать эмпирические интерпретационные зависимости и алгоритмы. В качестве примера в табл. 12.4 приведены значения функции $F(\sigma)$, снятые с кривой, построенной по экспериментальным точкам. Там же приведены значения этой функции, вычисленные по формуле:

$$F(\sigma) = \exp\left[\left(S_2 - S_1\right)\Delta\sigma_0\right] - B\exp\left(S_1\Delta\sigma_0\right); \qquad (12.35)$$

$$B = S_2/kS_1 - 1; \qquad (12.36)$$

$$\Delta\sigma_0 = \sigma_0 - \sigma \qquad (12.37)$$

с использованием значений метрологических параметров аппаратуры РГП-2, приведённых в таблице 12.4.

Погрешности определения плотности пород эмпирическими алгоритмами растут с увеличением $Z_{эфф}$ и массовой толщины промежуточной зоны. В алгоритме для аппаратуры РКС-1 эта трудность обходится посредством перехода к новым значениям коэффициентов при переходе от лёгких глинистых корок к тяжёлым.

Табл. 12.4. *Экспериментальные и теоретические значения функции $F(\sigma)$ в алгоритме определения плотности для аппаратуры РГП-2.*

σ, *г/см*^{3}	**Значения $F(\sigma)$**	
	Эксперим.	**Теоретич.**
1,8	—	2,549
1,9	—	2,078
2,0	1,7	1,685
2,1	1,36	1,355
2,2	1,09	1,081
2,3	0,86	0,852
2,4	0,67	0,663
2,5	0,51	0,506
2,6	0,37	0,376
2,7	0,27	0,270
2,8	0,17	0,182
2,9	0,11	0,111
3,0	0,06	0,054

Сравнение работы различных алгоритмов («алгоритмических» плотностей) показано на рис. 12.5 для случая породы с плотностью $1{,}960 \pm 0{,}007$ *г/см*^{3} при наличии тяжёлой глинистой корки с плотностью $2{,}25 \pm 0{,}05$ *г/см*^{3} и толщиной 20 *мм*. Здесь приведены распределения значений алгоритмических плотностей σ, обусловленные как погрешностью самих алгоритмов, так и возможными «шумами» измерений. Алгоритм (12.31) выдаёт с небольшой дисперсией истинное значение плотности; приближенный алгоритм аппаратуры РКС-1 (с подгоночными значениями коэффициентов) выдаёт среднее значение плотности со сдвигом на 0,04 *г/см*^{3} с большой дисперсией.

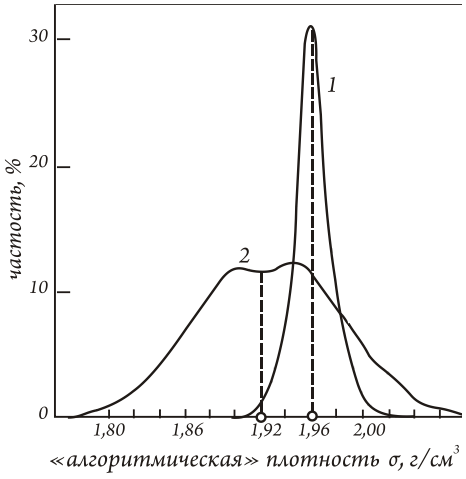


Рис. 12.5. *Результирующие распределения значений плотности на выходе алгоритмов* (*12.31*) [кривая 1] *и* (*12.32*) [кривая 2], *обусловленные погрешностями измерений* (амплитуды распределения 2 увеличены в два раза)

Контрольные вопросы

1. *Какой физический эффект обеспечивает возможность количественного определения объёмной плотности горных пород?*
2. *По каким характеристикам скважинной аппаратуры осуществляется метрологическая настройка интерпретирующего алгоритма?*
3. *Что такое радиальная чувствительность, от чего она зависит и как определяется?*
4. *Как производится количественный учёт (исключение) влияния изменений технических условий измерений, наличия глинистой корки?*
5. *На каких физических закономерностях поля рассеянного излучения основана возможность автоматической (программной) диагностики типа промежуточной зоны, выявление и учёт зон уплотнения или разуплотнения? Какие закономерности отражает диаграмма «хребет–рёбра»?*
6. *На чём основана абсолютная сопоставимость результатов интерпретации измерений с разнотипной скважинной аппаратурой?*
7. *Как исключается влияние естественной радиоактивности горных пород при определении их объёмной плотности по данным ГГК-n?*
8. *Каковы преимущества адаптивной технологии интерпретации данных ГГМ?*

Раздел 3
ТЕОРИЯ АКУСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

ГЛАВА 13. АКУСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

13.1. *Информативность акустических исследований*

Акустические методы предназначены для измерения акустических свойств горных пород, пройденных скважиной (англ.: *acoustic log, sonic log*). В скважинах, законченных бурением и перекрытых обсадной колонной, они применяются для оценки качества изоляции затрубного пространства цементным камнем (акустическая цементометрия; англ.: *cement bond log*). Такие исследования необходимы для выявления заколонных перетоков пластовых флюидов и нагнетаемых вод. В обсаженных скважинах также определяются свойства горных пород, если они ранее не были определены в открытом стволе или произошли их изменения в процессе бурения и длительной эксплуатации скважины.

Акустические свойства горных пород (англ.: *acoustic properties of rock*) включают скорости распространения υ, амплитуды A, энергии E, коэффициенты затухания α объёмных продольной P и поперечной S упругих волн, распространяющихся в породах. Параметры υ, A, α, E определяются литологическим составом пород, их уплотнением с глубиной, структурными и текстурными особенностями, морфологией ёмкостного пространства (наличием поровых, трещинных и смешанных порово-трещинно-каверновых коллекторов), характером насыщения последних (газ, нефть, вода). Значения υ в терригенных, карбонатных, эффузивных и интрузивных породах, содержащих коллекторы, уменьшаются в 1,3–1,7 раз по сравнению с низкопоровыми разностями этих же пород. Значения A, α, E изменяются от 10 до 100 раз. Стабильными значениями параметров обладают хемогенные отложения — галиты, сильвины, ангидриты.

Акустические свойства изучают также для определения упругих и прочностных свойств пород (модулей упругости), оценки их напряжённого состояния и трещиноватости, а в комплексе ГИС — для определения литологического состава и коэффициентов общей пористости полиминеральных пород. Для выделения среди пород проницаемых разностей измеряют параметры поверхностной волны Стоунли (*St*).

Акустическая цементометрия базируется на измерении затухания α_k нормальной волны Лэмба (*L*), распространяющейся в обсадной колонне как упругом волноводе. Значения α_k зависят от заполнения заколонного пространства цементным камнем и его контактов с колонной. В меньшей степени для решения этой задачи применяют другие параметры волны Лэмба — υ_k, A_k, E_k. Для оценки контактов цементного камня со стенкой скважины измеряют через обсадную колонну параметры объёмных продольной и поперечной волн.

Упругие волны, параметры которых измеряют в процессе акустических исследований скважины, представляют собой механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде и несущие энергию деформации среды без переноса вещества. Такими средами являются твёрдые тела, жидкости и газы. Интенсивность и амплитуды колебаний частиц среды не превышают пределов, установленных законами упругости. Поэтому сохраняется пропорциональность зависимости между напряжениями, создаваемыми упругой волной, и деформациями среды. После прохождения волны среда возвращается в исходное состояние.

Основной задачей акустических исследований является изучение свойств твёрдых сред — разбуренных горных пород и цементного камня в затрубном пространстве. Изучение свойств жидкости, находящейся в скважине, имеет второстепенное значение. Им нельзя пренебрегать по двум причинам.

Во-первых, возбуждение и приём изучаемых упругих колебаний производится электроакустическими преобразователями приборов, размещёнными в скважинной жидкости. Во-вторых, изложение теории распространения упругой волны, наиболее простое для жидкой среды, характеризуется одним упру-

гим параметром — модулем сжатия. В твёрдой среде этих параметров будет уже несколько. Однако все выводы, полученные для жидкости или газообразных сред, полностью справедливы для твёрдых сред.

13.2. *Волновое уравнение для жидкости. Продольная волна*

В безграничной идеальной жидкости, в которой все касательные напряжения равны нулю, а движение жидкости рассматривается как адиабатическое, акустическое поле описывается законом сохранения массы для произвольного объёма:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + div\,\sigma \mathbf{x_0} = 0 \qquad (13.1)$$

и уравнением движения жидкости:

$$\frac{\partial \mathbf{x_0}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma} grad\ p = 0 \qquad (13.2)$$

Здесь p — давление сил упругости, создаваемое волной; σ — плотность среды в состоянии равновесия; $\mathbf{x}_0$ — вектор колебательной скорости частиц среды, равный $\mathbf{x}_0 = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$; $\mathbf{u}$ — вектор смещения частиц от положения равновесия; t — время. В уравнениях (13.1) и (13.2) индекс «0» добавлен с тем, чтобы отличать колебательную скорость $\mathbf{x_0}$ частиц среды от фигурирующих в последующем тексте скоростей распространения упругих волн — $\upsilon_{ж}, \upsilon_p, \upsilon_s, \upsilon_{St}$ и пр.

Если вместо p ввести скалярную функцию φ, являющуюся потенциалом скорости, то есть $p = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ и $\mathbf{x}_0 = grad\,\varphi$, то при известных $\mathbf{x}_0$ и p уравнения (13.1) и (13.2) можно преобразовать к одному, которое содержит одну неизвестную функцию φ:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \upsilon_p^2 \Delta\varphi = 0, \qquad (13.3)$$

в котором $\upsilon_p = \sqrt{\frac{K}{\sigma}}$ — скорость распространения упругой волны в среде; K — модуль объёмного сжатия, определяющий способность среды сопро-

тивляться изменению её объёма без изменения формы и имеющий размерность давления; Δ — оператор Лапласа. В декартовой системе координат:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}. \qquad (13.4)$$

Уравнение (13.3) называется волновым. Уравнению такого же вида удовлетворяют компоненты вектора скорости $\mathbf{x}_0$, изменения плотности σ среды и давления *p*. Поле, описываемое уравнением (13.3), безвихревое, поскольку:

$$rot\ grad\,\varphi = rot\,\mathbf{x}_0 = 0.$$

В жидкостях и газах, не обладающих модулем сдвига, все направления имеют одинаковое значение. Поэтому для волны, в которой все величины зависят от одной координаты, например *x*, волновое уравнение (13.3) примет вид:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \upsilon_p^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 0. \qquad (13.5)$$

Согласно теории дифференциальных уравнений в частных производных, решение уравнения (13.5) имеет вид:

$$\varphi = \varphi_1\left(x - \upsilon_p t\right) + \varphi_2\left(x + \upsilon_p t\right), \qquad (13.6)$$

где φ_1 и φ_2 — произвольные, дважды дифференцируемые функции.

Первое слагаемое (13.6) отображает волну, распространяющуюся вдоль оси *x* в положительном направлении, второе — волну в обратном направлении. Таким образом, если при $t = 0$ функции φ_1 и φ_2 имеют какое-то определённое значение в точке *X*, то через промежуток времени *t* они примут то же значение в точках $x = X + \upsilon_p t$ и $x = X - \upsilon_p t$. То есть упругое возмущение распространяется вдоль оси *x* в обоих направлениях со скоростью υ_p. Направление вектора $\mathbf{x}_0$ колебательной скорости частиц упругой среды совпадает с направлением распространения волны. Поэтому волну в жидкости и газе называют продольной. При измерениях используется прямая волна, для которой

$$\varphi = \varphi_1\left(x - \upsilon_p t\right). \qquad (13.7)$$

Если волна в жидкости или газе является гармонической (монохроматической, одночастотной), то все описывающие её величины (вектор скорости

$\mathbf{x}_0$, амплитуды α колебаний частиц среды, изменения давления p и плотности σ среды) являются функциями времени:

$$\varphi = \varphi_1 = a\cos\left[\frac{\omega}{\upsilon_p}\left(x - \upsilon_p t\right)\right] = a\cos\left(k_x - \omega t\right). \qquad (13.8)$$

Такая запись удобна для анализа различных характеристик волны. Здесь a — амплитуда колебаний частиц; аргумент под знаком cos — фаза волны. Поверхности, на которых в любой момент времени фазы одинаковые, представляют фронт распространения волны. Частное $\omega/\upsilon_p = k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, а λ — длина волны, определяемая расстоянием между двумя равными фазами. Обычно принимают, что они обладают минимальными либо максимальными амплитудами. Период T определяется временем, за которое совершается одно колебание: $T = 1/f$, где f — частота колебаний. Если x изменится на длину волны λ или время t на период T, то фаза волны изменится на 2π и, следовательно, значение косинуса сохранится.

Из (13.8) также следует, что $\lambda = 2\pi/k$; $\lambda = T\,\upsilon_p$; $T = 2\pi/\omega$.

Уравнение гармонической волны можно записать и в несколько другой форме, удобной для анализа амплитуд и интенсивностей (энергий) плоской, сферической и цилиндрической волн, наблюдающихся в волновых процессах и, в частности, при акустическом каротаже:

$$\varphi = Re\left[ae^{i(kr-\omega t)}\right], \qquad (13.9)$$

где $i = \sqrt{-1}$; символ Re соответствует действительной (реальной) части комплексной функции, стоящей в квадратных скобках, обычно его не пишут, а только подразумевают; вектор $kr = k_x x + k_y y + k_z z$ — скалярное произведение компонентов k_x, k_y, k_z на расстояние в обозначенном направлении.

Если исследуется волна в направлении x, то уравнение (13.9) существенно упростится:

$$\varphi = ae^{i(k_x-\omega t)}. \qquad (13.10)$$

Так как
$$e^{i(k_x-\omega t)} = \cos\left(k_x - \omega t\right) + i\sin\left(k_x - \omega t\right), \qquad (13.11)$$

то уравнения (13.8), (13.9) и (13.10) совпадают для незатухающих гармонических колебаний.

Формирование трёх типов объёмных волн, распространяющихся в неограниченном объёме жидкости или газа, обязано форме и размерам источника излучения волны:

- плоские волны образованы колеблющейся пластиной, неограниченной по простиранию; распределение параметров волны в объёме зависит только от одной координаты, перпендикулярной плоскости пластины;
- сферические волны образованы сосредоточенным источником, размеры которого меньше длины волны; распределение параметров волны зависит от расстояния до центра источника; упругое поле обладает сферической симметрией;
- цилиндрические волны возбуждаются бесконечно длинным цилиндром; обладают осевой симметрией; распределение параметров упругого поля зависит от расстояния до оси.

Три типа объёмных волн различаются между собой конфигурацией волновых фронтов, коэффициентами расхождения волны, которые определяются увеличением поверхности фронта волны, изменениями амплитуд a колебаний частиц, плотности энергии W и интенсивности I колебаний при удалении от источника упругих возмущений. Анализ различий облегчается тем, что в уравнении (13.3) лапласиан Δ может быть представлен в любых координатах — прямоугольных (декартовых), сферических и цилиндрических.

Уравнение плоской гармонической волны запишется в виде (13.10). Основные величины, характеризующие плоскую гармоническую волну, следующие:

$$p = \sigma \upsilon_p \mathbf{x}_0 = i\omega\sigma\varphi;$$
$$\mathbf{x}_0 = ik\varphi; \quad \mathrm{u} = \varphi / \upsilon_p;$$
$$W = \sigma \upsilon_p |\mathbf{x}_0|^2 = |p\mathbf{x}_0| = |p|^2 / \sigma \upsilon_p;$$
$$I = 0{,}5\sigma \mathrm{v}_p |\mathbf{x}_0|^2,$$

где W — плотность энергии волны; I — интенсивность (сила) гармонической волны или среднее по времени значение плотности энергии, перено-

симой волной. В этих выражениях не присутствует значение координаты. Следовательно, амплитуды *a* колебаний частиц среды, плотность и интенсивность *I* плоской гармонической волны не изменяются с расстоянием (здесь не учтено затухание волны в самой среде). Коэффициент расхождения волны в пространстве равен нулю. Фронт волны плоский.

Уравнение гармонической сферической волны, распространяющейся из начала координат, имеет вид:

$$\varphi = \left(ae^{i(k_x - \omega t)}\right)\Big/ r, \tag{13.12}$$

где $k_x = k_y = k_z$; r — расстояние от начала координат.

Решение уравнения (13.12) очень напоминает уже известное решение (13.6) с той лишь разницей, что в знаменателе появляется координата *r*:

$$\varphi = \frac{\varphi_1\left(r - \upsilon_p t\right)}{r} + \frac{\varphi_2\left(r + \upsilon_p t\right)}{r}. \tag{13.13}$$

Оно справедливо для потенциала скорости φ изменений давления, плотности σ, скорости υ и амплитуд *a* смещения частиц среды. Первое слагаемое, которое представляет интерес, отображает волну, распространяющуюся от источника излучения. Все перечисленные величины зависят от *r* и убывают обратно пропорционально первой степени *r*. Плотность энергии волны *W* пропорциональна квадрату амплитуды *a* и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от начала координат.

Решение волнового уравнения для цилиндрической гармонической волны наиболее сложное. Для расходящейся волны оно имеет вид:

$$\varphi = aH_0^{(1)}\left(kr\right)e^{-i\omega t}, \tag{13.14}$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля; r — расстояние до оси симметрии. На больших расстояниях от оси справедливо асимптотическое выражение:

$$\varphi = a\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\,e^{i(kr - \omega t - \pi/4)}, \tag{13.15}$$

т.е. амплитуда *a* цилиндрической волны убывает обратно пропорционально корню из расстояния до оси симметрии, а плотность *W* энергии и интенсивность *I* колебаний — обратно пропорционально этому расстоянию.

Затухание упругой волны в реальных средах обусловлено не только увеличением поверхности фронта волны (коэффициентом расхождения), но и поглощением энергии волны самой средой за счёт трения частиц среды между собой, микро- и макронеоднородностей среды. Внутреннее поглощение энергии волны средой описывается введением в формулы (13.10), (13.13), (13.15) и им подобные дополнительного множителя $e^{-\alpha x}$, где α — коэффициент поглощения энергии волны средой.

Ещё одно замечание связано с условиями возбуждения упругих волн преобразователями скважинных приборов. Короткие электрические импульсы, применяемые для возбуждения преобразователей, обуславливают возбуждение упругой волны, спектр колебаний которой имеет форму колокола. То есть реально исследуется какой-то диапазон частот, имеющий явно выраженную доминанту — так называемую рабочую частоту. Поэтому все определения частот, периодов, длин волн относят к рабочей (видимой, преобладающей) частоте. Это замечание не распространяется на выводы о фронтах волн, коэффициентах их расхождения, плотности и интенсивности энергии.

13.3. *Волновое уравнение для твёрдого тела. Продольная и поперечная волны*

Распространение упругих волн в упругой твёрдой изотропной среде описывается системой линейных уравнений теории упругости. Система содержит уравнение движения частиц среды, закон упругости, предполагающий пропорциональность деформаций среды приложенным напряжениям, и геометрические соотношения, связанные с выбранной системой координат. Если использовать вектор смещения **u** частиц среды от положения равновесия, то можно воспользоваться одним уравнением динамического равновесия среды:

$$\sigma \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\Lambda + G)\, grad\, \Theta + G\Delta \mathbf{u} + \sigma\chi\,, \qquad (13.16)$$

где **u** — вектор смещения, описывающий движение частиц среды относительно их положения равновесия под действием внешней объёмной силы χ;

σ — плотность среды, Λ и G — упругие постоянные Ламе; Δ — лапласиан; Θ — дилатация, или объёмное расширение участка среды, затронутого приложенным напряжением, которое в частных производных в декартовой системе координат записывается как

$$\Theta = \frac{\partial \mathrm{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{u}_z}{\partial z} = div\ \mathbf{u}\,. \qquad (13.17)$$

Если рассматривать упругое поле вдали от источника внешней возбуждающей силы χ, то последним слагаемым в уравнении (13.16) можно пренебречь, и оно примет вид классического волнового уравнения:

$$\sigma \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\Lambda + G)grad\ div\mathbf{u} + G\Delta\mathbf{u}\,. \qquad (13.18)$$

В этом легко убедиться, если в уравнение (13.18) подставить данные для жидкой среды $G = 0$ и смещения $u_x = u_y = u_z$, одинаковые для всех направлений. Уравнение (13.18) переходит в уже известное волновое уравнение (13.3).

Упругие константы Ламе не имеют выраженного физического смысла, но удобны для исследования уравнений теории упругости. Исключением является константа G, которая соответствует модулю сдвига. Последний определяется отношением приложенного напряжения к угловому сдвигу и характеризует способность среды сопротивляться изменению формы без изменения объёма. Константа $\Lambda = K - 2G$, где K — модуль объёмного расширения–сжатия, равный отношению нормального напряжения σ к относительному изменению δ объёма: $K = \sigma/\delta$.

Для изотропных сред:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)};\quad G = \frac{E}{2(1+\nu)};\quad \Lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\,. \qquad (13.19)$$

Справедливы и обратные соотношения:

$$E = \frac{G(3\Lambda + 2G)}{\Lambda + G};\quad \nu = \frac{\Lambda}{2(\Lambda + G)}\,. \qquad (13.20)$$

В выражениях (13.19) и (13.20): E — модуль продольной упругости (модуль Юнга), равный отношению нормального напряжения к относительному

удлинению или сжатию в направлении действия напряжения и характеризующий способность среды сопротивляться растяжению или сжатию; ν— коэффициент Пуассона, равный отношению относительного поперечного сжатия к относительному поперечному удлинению.

Векторный анализ позволяет представить вектор **u** как сумму двух векторов $\mathbf{u}_p$ и $\mathbf{u}_S$, один из которых равен градиенту некоторого скаляра φ, а второй—ротору некоторого вектора ψ:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_p + \mathbf{u}_S = grad\,\varphi + rot\psi\,. \qquad (13.21)$$

В силу векторных представлений:

$$rot\ \mathbf{u}_p = 0; \quad div\,\mathbf{u}_s = 0\,. \qquad (13.22)$$

Подставив (13.21) в уравнение (13.16) и с учётом (13.22), получим два уравнения, подобных (13.3):

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_p}{\partial t^2} - \upsilon_p^2 \Delta \mathbf{u}_p = 0\,, \text{ где } \upsilon_p = \sqrt{\frac{\Lambda + 2G}{\sigma}}\,;$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_S}{\partial t^2} - \upsilon_S^2 \Delta \mathbf{u}_S = 0\,, \text{ где } \upsilon_S = \sqrt{\frac{G}{\sigma}}\,. \qquad (13.23)$$

Из (13.23) следует, что компоненты $\mathbf{u}_p$ и $\mathbf{u}_s$ вектора **u** распространяются с разными скоростями υ_p и υ_s, которые соответствуют продольной *P* и поперечной *S* волнам в неограниченной твёрдой упругой среде. Обобщённое название этих волн—*объёмные упругие волны*. Отличительной особенностью продольной волны является изменение объёмов среды в интервалах её прохождения. Действительно, после подстановки (13.21) в (13.17) и с учётом, что $div\,rot\psi \equiv 0$, следует, что дилатация (объёмное расширение породы) обусловлено только полем смещения $\mathbf{u}_p$. В то же время, вращение частиц среды при прохождении этой волны отсутствует. Это определяется равенством нулю вектора вращения $\boldsymbol{\omega}$, который записывается как:

$$\boldsymbol{\omega} = rot\,\mathbf{u}; \quad rot\,\mathbf{u}_p = rot\,grad\,\varphi \equiv 0\,. \qquad (13.24)$$

Поэтому продольную волну именуют *волной сжатия-расширения*.

Те же соотношения для поперечной волны имеют вид:

$$\Theta = div\,\mathbf{u}_S = div\,rot\varphi \equiv 0;\ \boldsymbol{\omega} = rot\,\mathbf{u}_S, \qquad (13.25)$$

отсюда видно: при прохождении поперечной волны отсутствует сжатие-расширение объёмов твёрдой среды, но происходит вращение-сдвиг её частиц.

Разные значения скоростей распространения продольной υ_p и поперечной υ_s волн в одной и той же среде определяют их разделение при удалении от общего источника возбуждения. Их отношение:

$$\frac{\upsilon_p}{\upsilon_s} = \sqrt{\frac{\Lambda + 2G}{G}} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1+2\nu}} < 2, \qquad (13.26)$$

так как для большинства консолидированных горных пород $\nu = 0{,}24 - 0{,}31$, то $\upsilon_p / \upsilon_s \approx \sqrt{3} \approx 1{,}7$.

Схематически движения частиц твёрдой среды при прохождении объёмных продольной и поперечной волн показаны на рис. 13.1. В рисунке применены определения длины волны, фронта и направления её распространения,

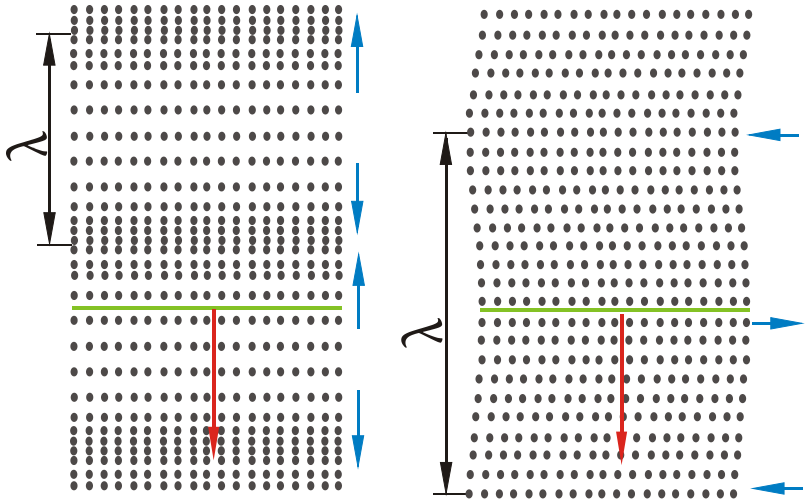


Рис. 13.1. *Схематическое изображение движения частиц в однородной изотропной бесконечно протяжённой твёрдой среде при распространении продольной* (**а**) *и поперечной* (**б**) *волн:*

λ — длина волны; синими стрелками показаны направления смещения частиц от положения равновесия; зелёная линия — фронт волны; красная стрелка — направления распространения волны

использованные в легенде к формуле (13.8). Следует добавить только определение акустического луча как линии, направление которой в каждой точке совпадает с направлением потока энергии волны. В изотропной среде это направление совпадает с нормалью к фронту волны. Для плоской волны это будет пучок параллельных лучей, для сферической и цилиндрической — радиально расходящийся пучок. Лучевые представления широко используются в геометрической акустике. Они справедливы, если фронты волн полностью сформировались, а длина волны достаточно мала по сравнению с изучаемыми объектами (толщинами пластов, диаметром каверн и т.п.). К сожалению, эти условия не выдерживаются при акустическом каротаже (см. ниже п. 13.5), поэтому применимость геометрической акустики для решения геологических задач необходимо обосновывать в каждом конкретном случае.

Если объёмная поперечная волна распространяется в неограниченной изотропной среде, то все направления поперечных колебаний равны. Этот постулат нарушается, когда существуют какие-то поверхности, ограничивающие распространение поперечной волны. Для акустических исследований в скважине — это стенка скважины, на которой происходит преломление фронта волны сжатия-растяжения в скважинной жидкости с образованием волн сдвига в горной породе, и присутствие в породе границ, обусловленных косозалегающими пластами, трещинами и включениями, их заполняющими.

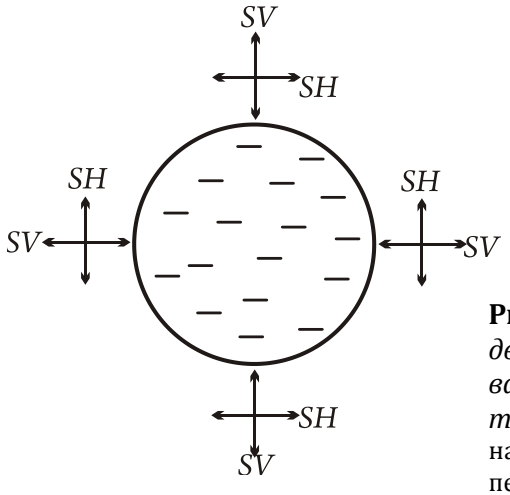


Рис. 13.2. *Схематическое изображение движения частиц среды для поляризованных вертикальной* (SV) *и горизонтальной* (SH) *поперечных волн:*
направление движения — в плоскости, перпендикулярной оси скважины

Если колебания частиц среды, вызванные поперечной волной, происходят параллельно ограничивающей поверхности, то её называют горизонтально поляризованной *SH*-волной. Если колебания частиц происходят перпендикулярно ограничивающей поверхности, то они вызваны вертикально поляризованной *SV*-волной. Для условий проведения акустического каротажа, когда измеряются характеристики пород вдоль оси скважины, схематическое отображение этих волн показано на рис. 13.2.

Преимущественно регистрируются волны *SV,* вертикально поляризованные относительно стенки скважины. Возбуждение горизонтально поляризованных *SH*-волн максимально затруднено тем, что электроакустические преобразователи скважинного прибора находятся в жидкости, не передающей сдвиговых колебаний.

13.4. *Поверхностные волны. Волна Стоунли*

В твёрдых упругих средах, представляющих собой полупространство, ограниченное с одной стороны границей, помимо объёмных *P* и *S* волн, существуют поверхностные волны. Основное их свойство заключается в том, что они распространяются и, соответственно, наблюдаются вблизи поверхности, которой обязаны своим существованием, и быстро затухают при удалении от границы. Аналогично поперечным волнам, поверхностные волны поляризованы. У волн с вертикальной поляризацией колебания частиц среды происходят в плоскости, перпендикулярной границе. Колебания частиц при распространении волны с горизонтальной поляризацией происходят параллельно границе и перпендикулярно направлению распространения. Регистрация последней волны максимально затруднена.

Математические доказательства существования поверхностных волн основаны на решении волнового уравнения, на которое накладываются дополнительные условия: равенства нормальных и тангенциальных напряжений на границе и убывание энергии волн по мере удаления от границы. Без последнего условия поверхностные волны будут превращаться в уже рассмотренные объёмные волны.

Решение волновых уравнений (а их два, соответствующих нормальным и тангенциальным напряжениям) достигается с применением функций Ханкеля и Бесселя и весьма громоздкое. В полном виде оно опубликовано для плоских волн в неустаревающем учебнике И.И.Гурвича, а применительно к скважинным условиям — в работах M.A. Biot. Для специалистов по геофизическим исследованиям скважин, с учётом ограниченного применения параметров поверхностных волн, для решения геологических задач более важными являются выводы из этих решений, чем сама процедура их решения.

Простейшей поверхностной волной с вертикальной поляризацией является волна Рэлея (*Rayleigh D.W.*), предсказанная им ещё в 1885 г. Она распространяется вдоль границы твёрдого тела с вакуумом или разреженным газом.

В однородном изотропном упругом пространстве плоская волна Рэлея сочетает в себе характеристики объёмных продольной и поперечной упругих волн и характеризуется двумя компонентами смещения частиц от положения равновесия. Одна из них **u** совпадает с направлением распространения волны (ось *X*), а другая *w* направлена перпендикулярно свободной границе вглубь пространства (ось *Z*):

$$\mathbf{u} = Ak\left(e^{-qz} - \frac{2gs}{k^2+s^2} e^{-sz} \right) \sin\left(kx - \omega t\right), \qquad (13.27)$$

$$w = Aq\left(e^{-qz} - \frac{2k^2}{k^2+s^2} e^{-sz} \right) \cos\left(kx - \omega t\right),$$

где t — время; ω — круговая частота; $q = \sqrt{k^2 + k_p^2}$; $s = \sqrt{k^2 - k_s^2}$; k — волновое число волны Рэлея; k_p и k_s — волновые числа продольной и поперечной волн соответственно; A — произвольная постоянная.

Фазовая скорость υ_{R} волны Рэлея меньше фазовых скоростей υ_{p} и υ_{s} объёмных продольной и поперечной волн в твёрдом теле и определяется выражением:

$$\eta^6 - 8\eta^4 + 8\left(3 - 2\xi^2\right)\eta^2 - 16\left(1 - \xi^2\right) = 0, \qquad (13.28)$$

$\eta = \omega / k\upsilon_s = \upsilon_R / \upsilon_s$; $\xi = \upsilon_s / \upsilon_p = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$, где ν — коэффициент Пуассона. Из шести корней уравнения (13.28) интерес представляют только вещественные, которые будут положительными, если $0 < \eta < 1$.

Для твёрдых тел, для которых $0 \le \nu \le 0{,}5$, в этом интервале находится единственный положительный корень. Его значение монотонно возрастает с ростом ν, изменяясь от 0,874 при $\nu = 0$ до 0,955 при $\nu = 0{,}5$.

Приблизительное выражение для η:

$$\eta = (0{,}87 + 1{,}12\,\nu)/(1+\nu). \qquad (13.29)$$

Соответственно, $\upsilon_R \approx 0{,}9\upsilon_s$.

Фазовая скорость волны Рэлея не зависит от частоты; фазовая и групповая скорости равны. Энергия волны сосредоточена в слое толщиной $(1-2)\,\lambda_R$ На глубине λ плотность энергии равна $\approx 0{,}05$ её плотности у поверхности. Движение частиц при прохождении волны Рэлея происходит по эллипсам, большая полуось которых перпендикулярна поверхности, а малая — параллельна направлению распространения волны. Волна Рэлея может распространяться по свободной криволинейной поверхности твёрдого тела. В этом случае вследствие дисперсии изменяются её скорость, распределение смещений и напряжений с глубиной, спектр частот.

Другим типом поверхностных волн с вертикальной поляризацией являются волны Стоунли (Stoneley R.), которые распространяются вдоль границы двух сред с разными механическими свойствами. Собственно, Стоунли предложил решение для границы двух твёрдых сред, плотности и модули, упругости которых близки. В этом случае волна состоит как бы из двух волн Рэлея (по одной в каждой среде), связанных условиями равенства нормальных напряжений и перемещений на границе и распространяющихся с одинаковой скоростью. Волна Стоунли на границе двух твёрдых сред не возникает, если их модули упругости и плотности далеки друг от друга. Но на границе твёрдой и жидкой сред эта волна существует всегда, если $\upsilon_{\text{ж}} < \upsilon_{\text{р}}$, υ_{s}.

Решение волнового уравнения для волны Стоунли ищут при условии равенства давлений в жидкости и в твёрдом теле, на границе между ними, отсутствия касательных напряжений и равенства нормальных скоростей колебаний частиц жидкости и твёрдого тела на этой границе.

После всех преобразований решение приобретает вид:

$$\left(2-\eta^2\right)-4\sqrt{1-\eta^2}\sqrt{1-\xi^2\eta^2}=0, \qquad (13.30)$$

где $\eta=\omega/k\upsilon_s=\upsilon_{St}/\upsilon_s$; $\upsilon_{St}=\omega/k$ — фазовая скорость волны Стоунли; $\xi=\upsilon_s/\upsilon_p=\sqrt{(1-2v)/2(1-v)}$.

Из (13.30) следует, что скорость волны Стоунли определяется скоростями упругих волн в твёрдом теле и жидкости и не зависит от частоты колебаний.

Для плоской границы между твёрдым телом и жидкостью и при условии, что $\upsilon_{ж}<\upsilon_{s}$ и $\sigma_{ж}<\sigma$, справедливо приближенное выражение для скорости волны Стоунли:

$$\upsilon_{St}=\upsilon_{ж}\left\{1-\frac{1}{8}\left[\frac{\sigma_{ж}\upsilon_{ж}^2}{\sigma(\upsilon_{p}^2-\upsilon_{s}^2)}\right]^2\right\}. \qquad (13.31)$$

Энергия волны локализована, в основном, в жидкости. В обеих средах волна распространяется с затуханием, обычным для объёмных волн. Энергия волны убывает экспоненциально от границы. В твёрдом теле волна распространяется в слое толщиной $0{,}5\lambda_{ж}/\pi$ (где $\lambda_{ж}$ — длина этой волны в жидкости), а в жидкости — в слое толщиной, значительно превосходящей $\lambda_{ж}$.

При стремлении υ_{s} к $\upsilon_{ж}$ энергия и амплитуды волны уменьшаются. По этой причине они существенно меньше в терригенных отложениях по сравнению с высокоскоростными карбонатными, хемогенными и изверженными породами.

В цилиндрической геометрии, которая соответствует измерениям в скважине, скорость распространения волны Стоунли уже не будет независимой от частоты. Можно ожидать, что в области высоких частот, когда длина волны Стоунли меньше диаметра скважины, будет соблюдаться выражение (13.31). Для частоты колебаний, стремящейся к нулю, и $\upsilon_{s}>\upsilon_{ж}$ экспериментально установлено:

$$\upsilon_{St}=\upsilon_{жс}/\sqrt{1+\sigma_{жс}\upsilon_{жс}/\sigma\upsilon_{S}^2}. \qquad (13.32)$$

Для распространения волны Стоунли необходимо, чтобы выражение под корнем было больше единицы. Так как для большинства горных пород $\sigma_{ж}/\sigma \approx 1/2$, то условие распространения волны определяется как $\upsilon_s \geq 0{,}7\upsilon_{ж}$. При меньших значениях υ_s волна Стоунли вырождается.

13.5. *Нормальные волны. Волны Лэмба*

Нормальные продольные и поперечные волны распространяются в волноводах, размеры которых в декартовых координатах ограничены в одном или двух направлениях. Волноводами являются пластины и стержни. Первые — это тела, ограниченные двумя параллельными плоскостями, расстояние между которыми (толщина пластины) мало́ по сравнению с двумя другими размерами. Поперечные размеры стержня (для круглого стержня — радиус), также должны быть малы по сравнению с его длиной. В нефтегазовых скважинах нормальные волны могут распространяться только в обсадной колонне, которая представляет собой свёрнутую в цилиндр пластину. Радиус колонны многократно больше толщины её стенки. Для столба жидкости, заполняющей скважину (аналог стержня), волноводное распространение не характерно. Доказательство такого поведения волны в столбе жидкости, окружённом средой с высоким импедансом, восходит в XIX век к Н.Е. Жуковскому.

Нормальные волны удовлетворяют не только требованиям волнового уравнения для твёрдых сред, представляющими соотношения между напряжениями, деформациями и движением частиц среды (13.16)–(13.18), но и граничным условиям на поверхности волновода. Последние заключаются в отсутствии механических напряжений на поверхностях волновода. Практически это условие удовлетворяется, если волновод окружён средой, упругие модули которой многократно меньше модулей волновода.

Нормальные волны в пластинах подразделяют на продольные (Лэмба) и поперечные. При прохождении продольной волны частицы колеблются по эллипсу, то есть обладают смещениями, параллельными и перпендикулярными плоскости пластины. Поперечные волны обладают только компо-

нентой смещения, параллельной плоскости пластины и перпендикулярной направлению распространения волны.

По структуре поля каждая продольная и поперечная нормальные волны представляют собой сложные колебания: волну, бегущую вдоль волновода, и стоячую в поперечном направлении. Поэтому в поперечном направлении распространение волны и перенос энергии не происходят. В толстых пластинах и стержнях количество нормальных волн увеличивается с ростом значения $\omega h/\upsilon_S$, где h—толщина пластины, и $\omega r/\upsilon_S$, где r—радиус стержня. Их конкретное количество определяется соотношениями толщины пластины и радиуса стержня к длинам волн, укладывающихся в эти размеры. Фазовые и групповые скорости нормальных волн подвержены исключительно высокой дисперсии. Для определённых соотношений ω и h фазовые скорости этих волн равны бесконечности, а групповые—нулю.

Ситуация упрощается на порядки, если для продольной волны $\omega h/\upsilon_s << 1$, а для поперечной $h < \lambda_s/4$. Данное условие соответствует пластине или круговой оболочке, толщина которой много меньше длины волны, и стержню, радиус которого также намного меньше длины волны.

Нормальные волны в тонкой пластине. Волна Лэмба (Lamb W.U.)

В тонких пластинах ($\omega h/\upsilon_s << 1$, соответствует обсадной колонне), в пластине и колонне возможно распространение только нормальных волн нулевого порядка: двух продольных и одной поперечной.

Симметричная продольная волна Лэмба *L* (рис. 13.3 а) соответствует волне *P* в неограниченном пространстве. В ней преобладает продольная компонента смещения и только потому, что поверхности пластины сво-

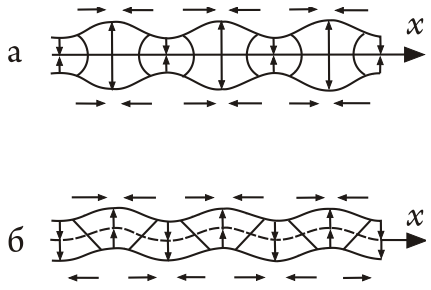


Рис. 13.3 а, б. *Схематическое движения частиц в пластине* (показано стрелками) *при распространении симметричной* (**а**) *и антисимметричной* (**б**) *волн Лэмба.* Волна распространяется вдоль оси x

бодные, появляется небольшое поперечное смещение, которое в $\upsilon_s/\omega h$ раз меньше продольного. Вследствие уменьшения продольной жёсткости из-за податливости стенок пластины, фазовая скорость υ_L волны Лэмба меньше скорости объёмной продольной волны P в неограниченном пространстве и определяется выражением:

$$\upsilon_L = \upsilon_p \sqrt{(1-2\nu)/(1-\nu)^2}\,, \qquad (13.33)$$

ν — коэффициент Пуассона.

В работах по акустической цементометрии волна Лэмба носит название «волны по колонне». Приближенно можно считать:

$$\upsilon_L \approx 0{,}9\upsilon_p\,. \qquad (13.34)$$

Важной особенностью продольной волны Лэмба является её слабое затухание вследствие равенства единице коэффициента расхождения. Поэтому в свободной или плохо зацементированной колонне эта волна доминирует, и на фоне её колебаний не удаётся выделить колебания волн других типов.

Антисимметричная волна Лэмба нулевого порядка (рис. 13.3 б) представляет собой изгибную волну, которая обладает ярко выраженной дисперсией скорости. При реальных соотношениях толщины колонны и длин упругих волн скорость распространения изгибной волны составляет несколько сотен метров в секунду. В сложном волновом пакете АК временной интервал её существования в настоящее время не расшифровывается.

Нормальная поперечная волна нулевого порядка является симметричной; деформация частиц представляет чистый сдвиг, фазовая и групповая скорости равны υ_s. Т.е. это такая же сдвиговая волна, как в неограниченном пространстве. Амплитуды колебаний нормальной поперечной волны нулевого порядка в колонне незначительные. Её невозможно выделить в волновых пакетах. Однако, при специальных исследованиях при изучении колонны, погруженной в жидкость, эта волна проявляется.

Нормальные волны в тонких стержнях.
Волна в скважинной жидкости

В твёрдых стержнях, импеданс которых превышает импеданс вмещающей среды, могут распространяться продольные, изгибные и крутильные колебания. Как и в пластинах, количество этих волн определяется соотношением радиуса стержня и длиной волны. Аналогично пластине, в тонких стержнях ($\omega \mathrm{h}/\upsilon_{\mathrm{s}} << 1$) распространяется по одной нормальной волне каждого типа. Поскольку в условиях скважины тонкие стержни отсутствуют, сравним между собой только скорости продольных волн в пластине (13.33) и (13.34) и стержне $\upsilon_{\mathrm{ст}}$:

$$\upsilon_{\mathrm{ст}} = \upsilon_{\mathrm{р}} = \sqrt{\frac{(1-\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}}; \quad \upsilon_{\mathrm{ст}} \approx 0{,}85\upsilon_{\mathrm{р}}. \qquad (13.35)$$

В столбе жидкости, заполняющей скважину, распространение упругой волны происходит по-другому. С формальной точки зрения, это волновод, имеющий форму стержня. Однако, одно из условий волноводного распространения волны, которое заключается в отсутствии механических (нормальных) напряжений на боковой поверхности волновода, не выполняется. В данном случае это условие сводится к равенству нулю давления жидкости на поверхности стенки скважины, а точнее — приращений этого давления при прохождении волны. Так как под действием упругих колебаний в жидкости возникают колебания стенки скважины, то упругая волна в жидкости на расстоянии от излучателя, бóльшем длины волны, соответствует обычной плоской волне. Скорость распространения этой волны $\upsilon_{\mathrm{ж}}$ равна скорости в неограниченном пространстве. Вследствие переизлучения энергии в твёрдую среду, волна быстро затухает с расстоянием.

13.6. *Упругие волны в скважине и околоскважинном пространстве*

Фронты волн

В акустическом каротаже (АК), а также в акустической цементометрии (АКЦ) вынужденно используется самая невыгодная схема измерений.

Излучение упругой волны происходит в направлении, перпендикулярном стенке скважины, но измерениям подлежат параметры упругих волн, распространяющихся вдоль стенки (оси) скважины. Такая схема измерений требует повышенного внимания к своим компонентам: перечню и определениям (идентификации) регистрируемых волн, к фронтам и направлениям их распространения, глубинности исследований.

Монопольный излучатель ограниченных размеров (сфера, цилиндр), находящийся в жидкости, возбуждает в последней волну сжатия–растяжения (продольную волну $P_ж$, скорость распространения которой равна $\upsilon_ж$).

В пределах телесного угла, раскрытие которого по вертикали меньше высоты излучателя, волна распространяется в виде продольной цилиндрической (рис. 13.4), её энергия в направлении излучения уменьшается пропорционально увеличению поверхности цилиндра с ростом его радиуса. Форма волны близка к конической.

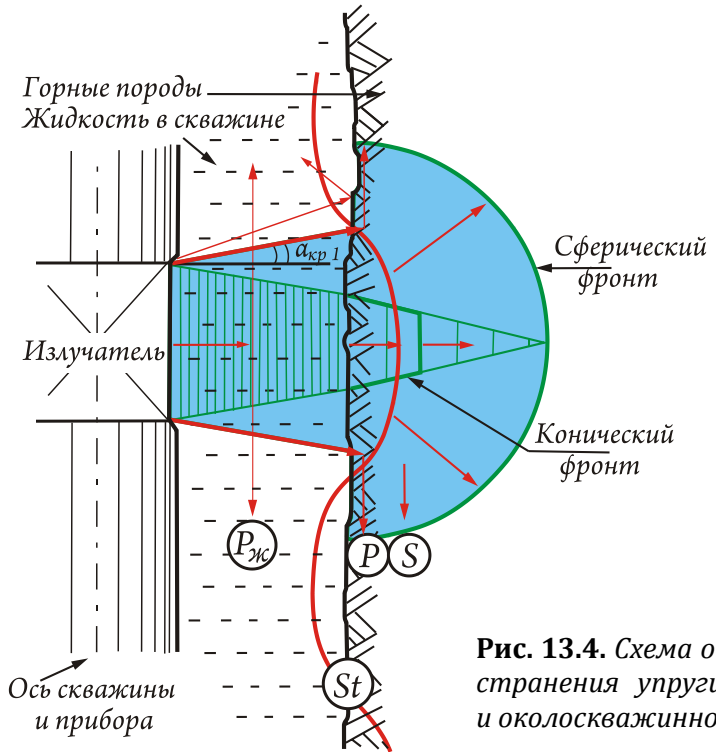


Рис. 13.4. *Схема образования и распространения упругих волн в скважине и околоскважинном пространстве*

Вследствие явлений дифракции на внешних границах цилиндрической волны, высота волнового цилиндра непрерывно уменьшается. Однако фронт излучаемой волны за счёт тех же явлений дифракции увеличивается. Уже на стенке скважины (или обсадной колонны) высота радиально распространяющегося фронта первичной волны в скважинной жидкости составит значение $h+\left(r_c-r_u\right)\sin\alpha_{кр}$, где h—вертикальный размер преобразователя; r_c и r_u—радиусы скважины и акустического излучателя соответственно.

Второе слагаемое принадлежит уже не цилиндрической, а сферической волне. После преломления волны на стенке скважины размеры фронта резко увеличиваются. В его формировании участвуют различные компоненты формирующегося сложного поля. Те из них, которые падают на стенку скважины строго нормально, продолжают своё движение в новой среде (горных породах) в прежнем направлении. Они уносят вглубь пород преобладающую часть энергии, отдаваемой излучателем. Волна была бы полностью утерянной для измерений, если бы не порождала на границе мощную поверхностную волну Стоунли (*St*).

Остальные компоненты первичного поля, пусть даже представленные дифрагированной волной, фронт которой близок к сферической, будут распространяться в горных породах по всем возможным направлениям. Преломлённые и дифрагированные волны составят в горных породах единое волновое поле продольной и поперечной объёмных волн. Форма фронта этого поля зависит от волнового параметра P, который, в свою очередь, определяется соотношениями длины волны λ, высотой излучателя h, перпендикулярной заданному направлению, и расстоянием r от источника упругих возмущений:

$$P \approx 1 \approx \sqrt{\lambda r/h}\,. \qquad (13.36)$$

Для стандартных приборов акустического каротажа и цементометрии, рабочие частоты электроакустических преобразователей которых составляют $20-25$ *кГц*, сферические фронты продольной и поперечной волн устанавливаются уже на расстояниях около 1 *м* от источника возбуждения.

Схема образования упругих волн в скважине и околоскважинном пространстве. Энергетические соотношения между различными волнами

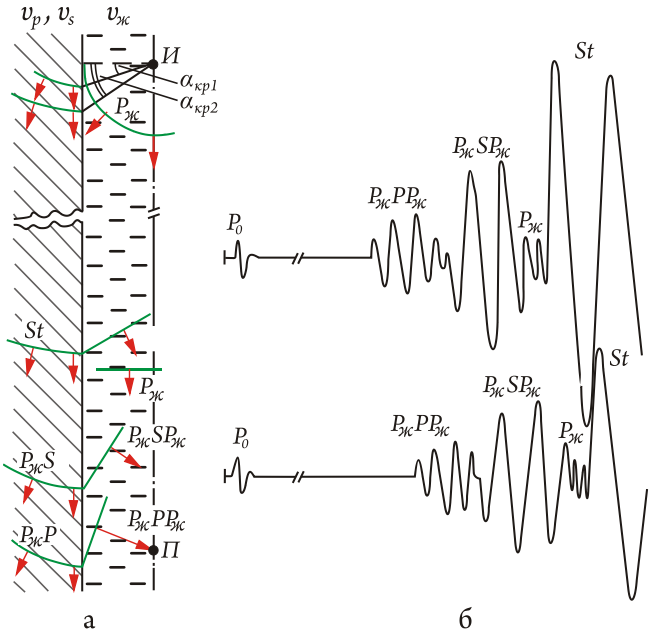


Рис. 13.5 а, б. *Схема образования в скважине преломленных волн* (**а**) *и форма полных акустических сигналов, регистрируемых приёмником* (П) *скважинного прибора АК на двух разных удалениях от источника колебаний И* (**б**)

Типы и параметры упругих волн, регистрируемых в скважине приборами акустического каротажа (АК), определяются условиями проведения измерений. Измерительный зонд (простейший из них содержит по одному излучателю и приёмнику упругих колебаний) располагается на оси скважины. Излучаемый упругий импульс P_0 (рис. 13.5 б) представляет собой короткий пакет затухающих колебаний. Волна $P_{ж}$, которую возбуждает излучатель *И*, распространяется в заполняющей скважину жидкости со скоростью $\upsilon_ж$ и какая-то её часть, достигнув стенки скважины, преломляется на ней (рис. 13.5 а). Если скорости распространения объёмных продольной $\upsilon_р$ и поперечной υ_s волн в породе больше, чем $\upsilon_ж$, то в фронте волны $P_{ж}$, близком к сферическому, всегда присутствуют колебания (лучи), для которых углы падения волны на стенку скважины равны критическим для продольной *P* и поперечной *S* волн:

$$\sin\alpha_{кр1} = \upsilon_{ж}/\upsilon_p; \quad \sin\alpha_{кр2} = \upsilon_{ж}/\upsilon_s . \qquad (13.37)$$

Преломлённые под критическими углами, продольная $P_{ж}P$ и поперечная $P_{ж}S$ волны скользят в породе вдоль стенки скважины. Вследствие того, что $\upsilon_{\text{р}}$, $\upsilon_s > \upsilon_{ж}$, передние фронты преломлённых волн отрываются от фронта волны $P_{ж}$, обгоняя его. Возникающие при этом колебания стенки скважины, вызывают в скважинной жидкости уже дважды преломлённые продольную $P_{ж}PP_{ж}$ и поперечную $P_{ж}SP_{ж}$ волны. Углы преломления этих волн, вследствие принципа взаимности, равны $\alpha_{кр1}$ и $\alpha_{кр2}$ соответственно. Фронты этих волн в скважине — конические. Обе волны носят название головных в сейсмике и акустическом каротаже, боковых — в технических дисциплинах.

Обладая наибольшей скоростью, продольная головная волна $P_{ж}PP_{ж}$ первой достигает любой достаточно удалённой — не менее, чем на 0,4–0,6 *м* от излучателя *И* в зависимости от диаметров скважины и прибора — точки скважины (приёмника *П* скважинного прибора). Скорость распространения волны $P_{ж}P$ (в дальнейшем *P*) в породах в первом приближении не зависит от частоты колебаний и определяется выражением (13.23). Дисперсия скорости в пористой и трещиноватой средах не превышает 5%.

За продольной головной волной следуют колебания поперечной головной волны $P_{ж}SP_{ж}$ (в дальнейшем *S*), которые распространяются в скважинной жидкости в виде волны сжатия, а в горных породах — в виде сдвиговых колебаний. Скорость распространения волны определяется выражением (13.23). В крепко сцементированных породах $\upsilon_s = (0{,}45 - 0{,}65)\upsilon_p$, видимая частота волны в 1,1–1,3 раза меньше, а амплитуды в 2–5 раз больше, чем соответствующие характеристики продольной головной волны. В низкоскоростном разрезе, когда $\upsilon_s < \upsilon_{ж}$, головная поперечная волна не образуется, так как угол преломления волны $P_{ж}$ на стенке скважины меньше второго критического угла $\alpha_{кр2}$.

Часть волнового пакета, занимающая временной интервал от первого вступления поперечной головной волны до последних колебаний волны Стоунли, наиболее изменчива. Типы волн, которые удаётся выделить в этом интервале, зависят от упругих свойств пород и скважинной жидкости, частот

возбуждаемых колебаний и затуханий упругих волн в обеих средах. В классическом представлении за поперечной волной *S* следуют (по крайней мере, в низкоскоростном разрезе, когда υ_s стремится к $\upsilon_ж$) малоамплитудные быстрозатухающие и наиболее высокочастотные колебания волны в жидкости $P_ж$ (рис. 13.5 б), распространяющейся со скоростью $\upsilon_ж$.

Колебания волны $P_ж$ прерываются наиболее интенсивными в бóльшей части разрезов, низкочастотными колебаниями волны Стоунли *St* (рис. 13.5 б). На разрешённых записях, выполненных с малыми шагами квантования по длине волнового пакета и по глубине, первые колебания волны Стоунли модулируются высокочастотными, но малоамплитудными колебаниями волны $P_ж$ (рис. 13.6).

Приближенно скорость волны Стоунли определяется выражениями (13.31) и (13.32). Видимая частота колебаний этой волны, регистрируемых приборами АК, находится в пределах 2–7 *кГц*. Амплитуды волны в 3–6 раз больше амплитуд поперечной головной волны в высокоскоростных разрезах

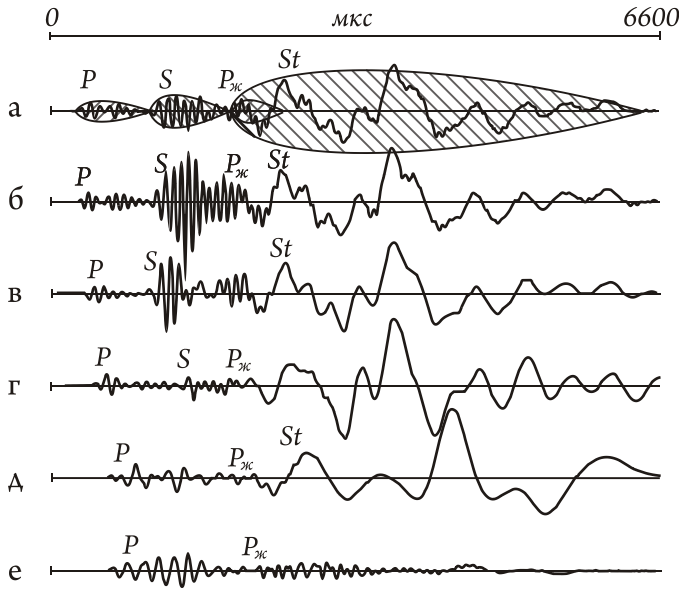


Рис. 13.6. *Формы волновых пакетов, зарегистрированные в породах различного литологического состава измерительным зондом ИП длиной 4,0 м:* **а, б** — карбонатные породы; **в, г** — песчаник крепко- и слабосцементированный; **д, е** — аргиллиты; площади заштрихованных участков соответствуют энергиям P, S, Pж и St волн

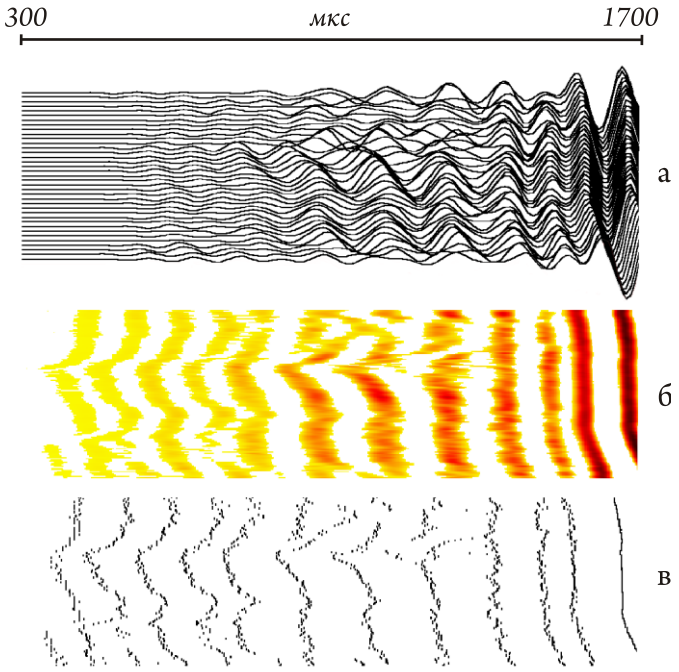
и примерно во столько же раз больше амплитуд продольной головной волны в низкоскоростных разрезах.

В высокоскоростных разрезах (карбонатные, хемогенные, изверженные, а также терригенные породы на больших глубинах) амплитуды продольной *P* и поперечной *S* волн и волны Стоунли *St* соотносятся в пропорции 1:(2–5):(6–30); энергии (пропорциональные квадрату амплитуды)— 1:8:100; видимые частоты — 1:0,8:0,2 (рис. 13.6 а, б). Эти соотношения существенно изменяются в зависимости от литологических и коллекторских свойств пород (рис. 13.6 в–е), а в обсаженных скважинах также от заполнения затрубного пространства цементным камнем и его контактов с обсадной колонной и стенкой скважины. Тем не менее, это обстоятельство важно учитывать, когда для каких-либо целей определяют энергию полного волнового пакета. Она будет соответствовать, в основном, энергии волны Стоунли в малопористых карбонатных, изверженных и хемогенных породах и крепкосцементированных песчаниках (рис. 13.6 а), сумме энергий поперечной и Стоунли волн в высокопористых карбонатных породах и песчаниках (рис. 13.6 б, в, г) и энергии продольной волны в слабоуплотнённых аргиллитах (рис. 13.6 е).

Выделение типов волн на фазокорреляционных диаграммах (ФКД)

Выделение типов волн непосредственно по форме волновых пакетов, подобных показанным на рис. 13.5 и рис. 13.6, принципиально возможно (с большими допущениями) в интервалах крепких высокоскоростных пород, для к оторых существуют определённые соотношения между амплитудами (энергиями) основных информативных волн. Обычно эту процедуру выполняют, используя фазокорреляционные диаграммы (ФКД), записанные в электронном виде или на твёрдом носителе. ФКД — способ одновременного отображения динамических и кинематических характеристик колебаний, впервые предложен Г.В. Дахновым.

Фазокорреляционные диаграммы представляют собой упрощённое отображение волновых пакетов, воспринятых приёмником измерительного зон-



а — волновые пакеты в заданном масштабе глубин;

б — фазокорреляционая диаграмма, амплитудная модуляция фазовых линий которой выполнена цветом;

в — то же в чёрно-белом варианте без модуляции линий амплитудами

Рис. 13.7. *Формы отображения волновых пакетов и фазокорреляционных диаграмм на экране монитора и твёрдых копиях*

да. Их получают для каждого двухэлементного зонда ИП фиксированием на временной оси t выбранных фаз колебаний (обычно максимумов) при каждом срабатывании излучателя $И$ и отображением положений этих фаз в функции глубины скважины (рис. 13.7) на экране монитора или на твёрдой копии. Для передачи динамических характеристик (амплитуд) к олебаний фазовые линии ФКД моду лируют цветом либо их толщиной в чёрно-белом варианте.

Выделение на ФКД фазовых линий, принадлежащих волнам различных типов, производят на границах пластов с контрастными значениями скоростей υ_p, υ_s, υ_{St} (интервальных времён $\Delta t_p = \upsilon_p^{-1}$; $\Delta t_S = \upsilon_{St}^{-1}$ и т. д.) P, S, St и других волн. Разные значения приращений $\left(\Delta t_{p_2} - \Delta t_{p_1}\right)$, $\left(\Delta t_{S_2} - \Delta t_{S_1}\right)$ и т.д. обуславливают на ФКД для каждой волны только ей присущий наклон фазовых линий на границе двух пластов (рис. 13.8).

На другой границе (верхней, нижней) эта процедура повторяется. Это позволяет однозначно иден тифицировать волны разных типов на границах.

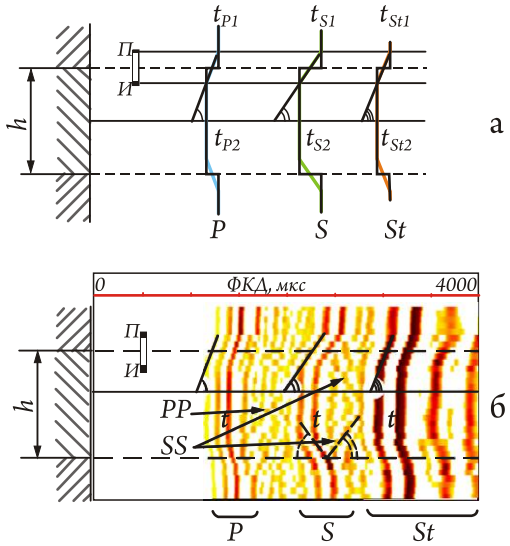


Рис. 13.8. *Схема выделения волн различных типов на фазокорреляционных диаграммах:*

а — теоретические кривые;

б — фазокорреляционая диаграмма;

PP и SS — отражённые продольная и поперечная волны соответственно

Принадлежность фазовых линий определённым типам волн против однородных пластов достигается их прослеживанием на ФКД между верхней и нижней границами пластов. Практически только на ФКД можно идентифицировать отражённые и обменные волны, которые образуются на границах двух пластов с резко различными значениями акустических импедансов (импеданс — произведение скорости υ распространения волны в среде на её плотность). Пример фиксации отражённых волн можно видеть на рис. 13.8. Т.к. эти волны, по крайней мере дважды, проходят через один и тот же интервал породы, то на ФКД угол наклона их фазовых линий вдвое бóльший, чем для линий объёмных *P* и *S* волн. Соответственно, вдвое уменьшается интервал глубин, где их можно распознать. Для того чтобы волна проявляла себя на ФКД, её фазовые линии должны содержать, по крайней мере, 5–6 точек отображения. Этому условию соответствует регистрация данных АК, выполненная с шагом регистрации по глубине, равном 0,05 *м*.

Идентификация упругих волн, регистрируемых в суммарном волновом пакете, максимально упрощается, если есть возможность выбора основной рабочей частоты излучателей и частотной фильтрации полученных сигналов (рис. 13.9). Применение высокочастотных фильтров (которые не ослабляют колебаний высокой частоты) способствует выделению в общем сигнале про-

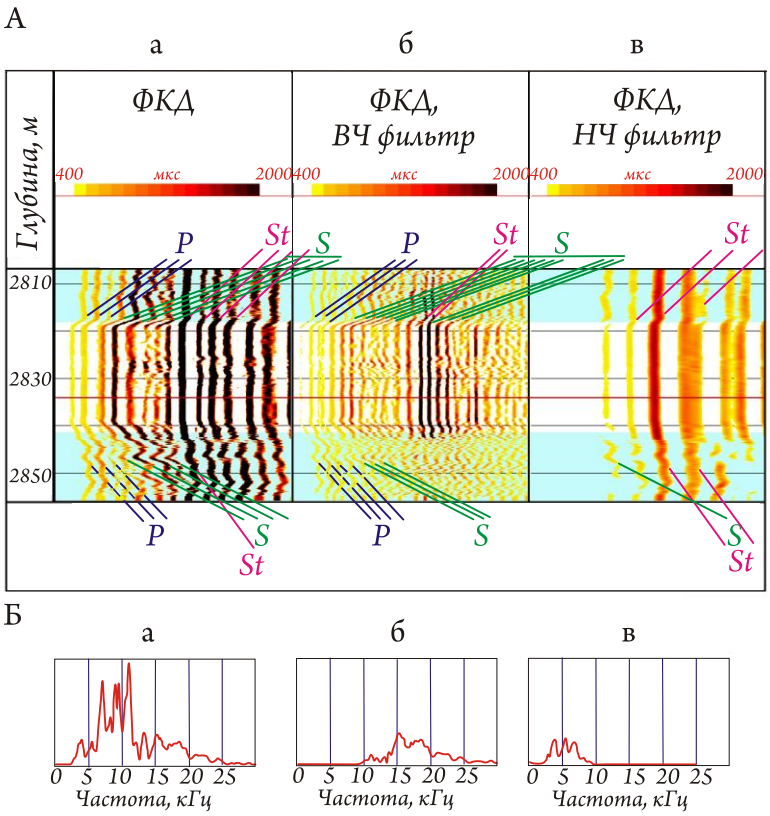


Рис. 13.9. *Влияние частотной фильтрации волновых пакетов на форму их отображения на ФКД:*

А — фазокорреляционные диаграммы: **а** — для первичных данных; **б** — при обработке применён высокочастотный фильтр; **в** — при обработке применён низкочастотный фильтр.

Б — спектры колебаний: **а** — воспринятых приёмником; **б** и **в** — после применения высоко– и низкочастотного фильтров соответственно. Красной линией обозначена глубина, для которой определены частотные спектры

дольной P и поперечной S волн. Применение низкочастотных фильтров, наоборот, способствует выделению низкочастотной волны Стоунли.

Монопольные и дипольные зонды акустического каротажа

Для возбуждения упругих колебаний в скважинной жидкости в приборах АК используют электроакустические преобразователи, которые преобразуют энергию возбуждающего электрического импульса в энергию упругих колебаний акустического импульса P_0. Собственная частота f_0

колебаний излучателя (резонансных для монохроматической волны и преобладающих или видимых частот при возбуждении в импульсном режиме) определяется скоростью $\upsilon_{\text{р}}$ продольной волны в материале излучателя (цилиндрического и сферического) и его средним диаметром $d_{пр}$:

$$f_0 = \upsilon_p / \pi d_{пр} . \qquad (13.38)$$

Аналогичный преобразователь (приёмник), находящийся в упругом поле и обладающий другой собственной частотой колебаний для обеспечения широкополосности измерительного тракта, преобразует энергию упругих колебаний в электрическую.

В современных приборах АК применяют два типа преобразователей: монопольные и дипольные. Первые из них, которые могут быть сферическими, цилиндрическими и т.д., применяют для возбуждения объёмных продольной и поперечной волн, поверхностной волны Стоунли, а в обсаженных скважинах — также волны Лэмба в обсадной колонне. Вторые предназначены для возбуждения и приёма узконаправленных (в выделенном секторе) волн. Такими являются дипольные преобразователи для регистрации волн сдвига (поперечных). Низкая чувствительность этих преобразователей к объёмным волнам обеспечивает регистрацию колебаний поперечной волны, когда скорость её распространения меньше скорости волны в жидкости (но не менее $0{,}7\ \upsilon_{\text{ж}}$).

Теоретические модели преобразователей представляют пульсирующая (преобразователь нулевого порядка) и осциллирующая (преобразователь первого порядка) сферы (рис. 13.10).

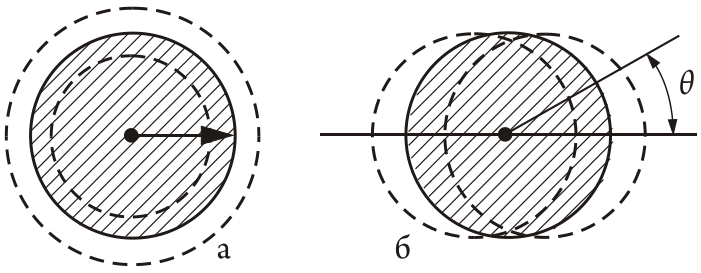


Рис. 13.10 а, б. *Теоретические модели монопольного* (**а**) *и дипольного* (**б**) *электроакустических преобразователей.* Пунктирными линиями показаны изменения поверхности возбуждённого преобразователя.

При малых размерах излучателей, по сравнению с длиной возбуждаемой волны, первый из них возбуждает в жидкости волну, фронт которой близок к сферическому, а второй — направленную волну, энергия которой быстро уменьшается по фронту с увеличением угла θ (рис. 13.10 б).

Диаграмма направленности дипольного излучателя (и, соответственно, фронт возбуждаемой волны) имеет вид восьмёрки. Преломившись на стенке скважины, обе волны (сферическая и узконаправленная) возбуждают в высокоскоростных породах объёмные продольные и сдвиговые колебания (*P* и *S* волны) в первом случае и преимущественно сдвиговые колебания (*S* волну) — во втором. Реализация в скважинном приборе дипольных преобразователей достигается применением двух монопольных преобразователей, пульсирующих в противофазе и расположенных друг от друга на расстоянии, малом по сравнению с длиной волны и кратной её длине $(1/2\lambda, 1/4\lambda, 1/8\lambda)$.

13.7. *Определение общей пористости сцементированных пород*

Не существует теоретической зависимости между интервальными временами продольной Δt_P и поперечной Δt_S волн, которые измеряют в процессе акустического каротажа, и коэффициентами общей пористости $K_{\text{п}}$ пород. Её принципиально невозможно установить, так как даже близкие по описанию породы различаются между собой составом и содержанием примесей, отсортированностью и размерами минеральных частиц, текстурой минерального скелета и структурой порового пространства.

Поэтому на этапе подсчёта запасов, когда для месторождения или залежи имеется полное петрофизическое обеспечение, коэффициенты $K_{\text{п}}$ находят с использованием эмпирических парных либо многомерных зависимостей между $K_{\text{п}}$ и Δt (здесь индекс *P* опущен), установленных для конкретного исследуемого горизонта.

Обе величины измеряют на представительной коллекции образцов керна в термобарических условиях, соответствующих пластовым (зависимости

«керн-керн»). Учитывая трудоёмкость таких измерений, используют также зависимости «керн-геофизика», в которых средневзвешенные значения $К_п$ получают осреднением результатов измерений на образцах керна из интервалов с высоким его выносом, а значения Δt против этих интервалов определяют по результатам скважинных измерений.

В отсутствие конкретного петрофизического обеспечения для определения межзерновой пористости крепких, сцементированных, водонасыщенных пород предложено использовать более полутора десятков эмпирических зависимостей между $K_п$ и Δt .

Если отвлечься от тех из них, в которых использованы величины, не поддающиеся определению по материалам ГИС («аспектное» число или окатанность минеральных зёрен, тип и степень цементации зёрен, сжимаемость минерального скелета и флюида и т.п.), то останутся практически равноценные зависимости, наиболее часто встречающиеся в литературных источниках и методических рекомендациях крупных фирм.

Чистые неглинистые породы

Наиболее простой (линейный) вид (рис. 13.11) для определения коэффициентов общей пористости имеет так называемое уравнение среднего времени, предложенное *Wyllie* M.R.J. et al. и фигурирующее длительное время в документах фирмы *Schlumberger* (обзор основных уравнений, применяемых для определений общей пористости, со ссылками на первоисточники приведён в [2]):

$$\Delta t = \Delta t_{ск}\left(1-k_п\right)+\Delta t_{ж}k_п \quad \text{или} \quad K_п=\frac{\Delta t-\Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж}-\Delta t_{ск}}, \qquad (13.39)$$

где $\Delta t_{ск}$ — интервальное время продольной волны в идеализированной непористой породе, $\Delta t_{ж}$ — то же в поровой жидкости (воде).

Уравнение (13.39) распространяют также на глинистые коллекторы:

$$\Delta t = \Delta t_{ск}(1-k_п^2-k_{гл})+\Delta t_{гл}k_{гл}+\Delta t_{ж}k_п,$$

или

$$K_п=\frac{\Delta t-\Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж}-\Delta t_{ск}}-K_{гл}\frac{\Delta t_{гл}-\Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж}-\Delta t_{ск}}, \qquad (13.40)$$

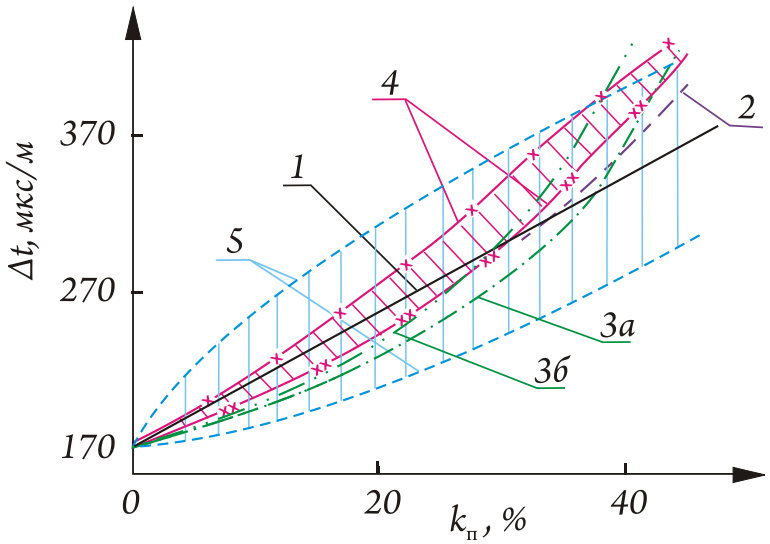


Рис. 13.11. *Зависимости между интервальным временем продольной волны и пористостью песчаников:*
1 — Wyllie M.R.J. et al.; 2 — Raymer L.L. et; 3 — Krief M. et al. (3а) и Halliburton (3б); 4 — Wachholz H.; 5 — Дахнова В.Н. и Миколаевского Э.Ю. для значений коэффициентов m, равных 0,7 и 1,5.

где $k_{гл}$ и $\Delta t_{гл}$ — объёмное содержание глинистых минералов в породе и интервальное время в глинах соответственно.

Другой широко известной зависимостью является уравнение (Raymer L.L. et al.):

$$\upsilon = \upsilon_{ск}(1-k_n^2) + \upsilon_{ж} k_п, \qquad (13.41)$$

где υ, $\upsilon_{ск}$ и $\upsilon_{ж}$ — скорости распространения (величина обратная интервальному времени) продольной волны в породе, минеральном скелете и поровой жидкости соответственно.

Уравнение (13.41) активно используется фирмой Halliburton и российскими организациями. В последнее время его применяет также фирма Schlumberger. В её материалах уравнение (13.39) рассматривается как «теоретическое», а уравнение (13.41) как наиболее соответствующее скважинным измерениям.

Менее знакомо используемое в зарубежной практике уравнение:

$$\upsilon^2 = \frac{1}{\sigma}\left[\sigma_{ск}\upsilon_{ск}^2(1-\beta) + M\beta^2\right], \qquad (13.42)$$

где $\frac{1}{M}=\frac{\beta-k_{\text{п}}}{K_{\text{ск}}}+\frac{k_{\text{п}}}{K_{ж}}$; β — коэффициент, зависящий от пористости пород; σ и $\sigma_{\text{ск}}$ — общая и минералогическая плотности породы; $K_{\text{ск}}$ и $K_{ж}$ — коэффициенты объёмной сжимаемости минерального скелета породы и флюида в порах.

Величина β приобретает разное значение в работах Krief M. et al.:

$$\beta=1-\left(1-k_{\text{п}}\right)^{3/\left(1-k_{\text{п}}\right)} \tag{13.43}$$

и фирмы *Halliburton*: $$\beta=1-\left(1-k_{\text{п}}\right)^{3,5/\left(1-k_{\text{п}}\right)}. \tag{13.44}$$

В.Н. Дахнов обобщил имеющиеся литературные данные и предложил обобщённое уравнение степенной связи между величинами $K_{\text{п}}$ и Δt:

$$\Delta t=\Delta t_{\text{ск}}\left(1-k_{\text{п}}^{\text{m}}-k_{\text{п}}^{\text{m}_{\text{гл}}}\right)+\Delta t_{ж}k_{\text{п}}^{\text{m}_{\text{п}}}+\Delta t_{гл}k_{гл}^{\text{m}_{гл}}, \tag{13.45}$$

где $k_{гл}$ — коэффициент объёмной глинистости; $\Delta t_{гл}$ — интервальное время в глинах; $m_{\text{п}}$ и $m_{гл}$ — коэффициенты (параметры), отражающие структуру, степень консолидации и глинистости пород, значения которых возрастают с уплотнением пород и находятся в диапазоне от 0,7 до 1,5.

Э.Ю. Миколаевский и др. придал коэффициентам $m_{\text{п}}$ и $m_{\text{гл}}$ физический смысл, аналогичный заложенному в зависимостях относительного электрического сопротивления $\rho_{\text{п}}$ пород от коэффициентов их пористости $k_{\text{п}}$ и глинистости $k_{гл}$:

$$\Delta t=\Delta t_{\text{ск}}\left(1-\frac{k_{\text{п}}^{m_{\text{п}}-1}}{a_{\text{п}}}-\frac{k_{гл}^{m_{гл}-1}}{a_{гл}}\right)+\Delta t_{ж}\frac{k_{\text{п}}^{m_{\text{п}}-1}}{a_{\text{п}}}+\Delta t_{гл}\frac{k_{гл}^{m_{гл}-1}}{a_{гл}}, \tag{13.46}$$

где $m_{\text{п}}$ и $m_{гл}$ — коэффициенты, принимающие значения от 1,7 до 2,5, т.е. на единицу больше, чем в уравнении (13.45); $a_{\text{п}}$ и $a_{гл}$ — структурные коэффициенты, значения которых зависят от $m_{\text{п}}$ и $m_{гл}$.

Упрощённый вариант уравнения (13.46) получают, если принять $a_{\text{п}}=a_{гл}=1$:

$$\Delta t=\Delta t_{\text{ск}}\left(1-k_{\text{п}}^{\text{m}_{\text{п}}-1}-k_{гл}^{\text{m}_{гл}-1}\right)+\Delta t_{ж}k_{\text{п}}^{\text{m}_{\text{п}}-1}+\Delta t_{гл}k_{гл}^{\text{m}_{гл}-1}. \tag{13.47}$$

Уравнения (13.45) и (13.47) превращаются в уравнение среднего времени (13.39), если принять, что $m_{\text{п}}=m_{гл}=2$ и $k_{гл}=0$.

Нетрудно заметить (рис. 13.11), что уравнения (13.41) и (13.42) близки между собой, но заметно отличаются от уравнения среднего времени (13.39). Длительное применение последнего показало, что с его помощью получают завышенные (на 1–3% абс.) значения пористости, по сравнению с керновыми данными, в диапазоне пористостей от 5 до 20%. Именно этот дефект устраняют применением уравнений (13.41) и (13.42). Наоборот, для отсортированных, крупнозернистых и высокопористых песчаников значения пористости, рассчитанные с помощью всех трёх уравнений, могут быть занижены. Этим проявляется дифракция волны, которая более заметна для карбонатных пород, содержащих редкие, стохастически расположенные каверны (см. ниже).

Для несцементированных песков и рыхлых песчаников Г. Вахгольцем предложено многостепенное уравнение зависимости Δt от $k_{\text{п}}$ (рис. 13.11, кривая 4), в которое не входят константы $\Delta t_{ск}$ и $\Delta t_{ж}$:

$$\Delta t = A + Bk_{\text{п}} + Ck_{\text{п}}^2 + Dk_{\text{п}}^3, \qquad (13.48)$$

в котором коэффициенты *A, B, C, D* являются функциями некоторого параметра *a*. Значения последнего зависят от свойств минерального скелета породы, формы пор, типа их заполнителя (жидкий, твёрдый) и давления (глубины залегания), под действием которого находится порода:

$$a = 1{,}4\left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{E_{\text{ск}}\left(1-\sigma^2\right)^2}{3\rho_{\text{эф}}}}\right], \qquad (13.49)$$

$E_{\text{ск}}$ — модуль Юнга для скелета породы; σ — плотность породы; $\rho_{\text{эф}}$ — эффективное давление, равное разности горного и пластового давлений.

Значения $\Delta t_{ск}$ и $\Delta t_{ж}$, фигурирующие в уравнениях (13.39), (13.41) и (13.42), необходимо рассматривать как некоторые подстроечные управляющие константы, принимающие фиксированное значение в зависимости от объекта применения петрофизических уравнений. Значения интервального времени $\Delta t_{ск}$ в минеральном скелете пород установлены обобщением экспериментальных данных для определённых литотипов пород, а не для мине-

ралов. Поэтому для алевролитов, рыхлых и сцементированных песчаников $\Delta t_{ск}$ разные (182 и 170 *мкс/м*), хотя они состоят из одинаковых минералов.

Для доломитов значения $\Delta t_{ск}$ будут различными—для мелкокристаллических первичных доломитов (133 *мкс/м*) и доломитов вторичного происхождения (142 *мкс/м*). При крайней необходимости значения $\Delta t_{ск}$ определяют линейной экстраполяцией зависимости Δt от $k_{\text{п}}$ к нулевой пористости. Значения Δt при этом снимают с кривых АК, пористость устанавливают на образцах керна. Другой способ определения $\Delta t_{ск}$ связан с сопоставлением значений интервального времени и удельного сопротивления, измеренных против одних и тех же пластов неглинистых и нетрещиноватых пород. Интервальное время $\Delta t_{ск}$ находят в результате экстраполяции полученной зависимости до пересечения с осью сопротивлений в точке, где $\rho_{\text{п}} \to \infty$.

Требования к выбору константы $\Delta t_{ж}$ ниже, чем для $\Delta t_{ск}$. К тому же необходимо учитывать, что значения скорости упругой волны в тонких слоях физически связанной воды и в микрообъёмах (по сравнению с длиной волны) подвижной жидкости в порах не могут тождественно совпадать со значениями этой величины в неограниченном объёме воды. Породы-коллекторы ($5-11 < k_{\text{п}} < 30\%$) содержат в порах достаточное количество подвижного флюида и представляют собой дифференциально упругие среды с несовершенной связью между минеральным скелетом породы и флюидом в порах. Именно для таких водонасыщенных пород находят значение $\Delta t_{ж}$ по номограммам, учитывающим изменение скорости распространения упругой волны в зависимости от минерализации, температуры и давления (рис. 13.12).

Характеристики связанной воды, даже такие как плотность и минерализация, сдвигаются от подвижной воды в сторону характеристик твёрдого тела. Поэтому для пород-неколлекторов значения $\upsilon_{ж}$ будут выше, чем найденные с использованием номограммы.

В большинстве случаев используют усреднённые значения $\Delta t_{ск}$ и $\Delta t_{ж}$, обеспечивающие определение пористости с абсолютной погрешностью $\Delta k_{\text{п}}$, не превышающей $\pm 2\%$. Для основных породообразующих литотипов по-

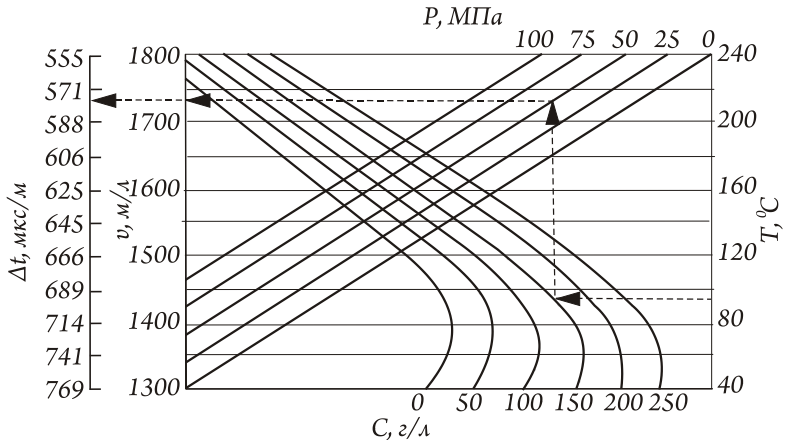


Рис. 13.12. *Номограмма для определения интервального времени Δtж и скорости $v_ж$ в пластовой воде при известных минерализации (C, г/л), давлении (p, МПа) и температуре (T, °C)*

род $\Delta t_{ск}$ принимает значения 155 *мкс/м* в кальците, 142 *мкс/м* в доломите, 164 *мкс/м* в ангидрите, 171 *мкс/м* в кварце и 221 *мкс/м* в галите. Для полиминеральных пород находят промежуточные значения $\Delta t_{ск}$ в зависимости от объёмов содержащихся в породе литологических компонентов.

Значения интервального времени $\Delta t_{ж}$ определяются упругими свойствами жидкости в зоне проникновения, размеры которой обычно превышают глубинность исследования АК, и составляют 580 *мкс/м* при бурении скважин на высокоминерализованной промывочной жидкости ($C_в > 130$ *г/л*) и 610 ± 15 *мкс/м* — на низкоминерализованной жидкости. Увеличение $\Delta t_{ж}$ вызвано проникновением фильтрата пресной промывочной жидкости в коллекторы.

Из рис. 13.11 и комментариев к методикам нахождения $\Delta t_{ск}$, $\Delta t_{ж}$ следует, что путём подбора значений подстроечных коэффициентов $\Delta t_{ск}$, $\Delta t_{ж}$, $\Delta t_{гл}$, β, $m_п$, $m_{гл}$, $a_п$, $a_{гл}$ зависимости (13.39), (13.41) и (13.42) можно свести к узкой области «$\Delta t - k_п$», из чего следует равноценность их применения для определения $k_п$. При этом используются зависимости (13.45) и (13.46). Рекомендация по применению той или иной зависимости преследует цель не повышения точности решения обратной задачи — определения $k_п$, а удобства описания выбранной модели пористой породы.

Значения $k_п$, вычисленные согласно (13.39), (13.41) и (13.42), необходимо исправить за влияние факторов, не учитываемых стандартными условиями, то есть за глинистость, уплотнение (глубину залегания), структуру порового пространства (трещинная и каверновая ёмкости), нефтегазонасыщенность пород. Рассмотрим возможные варианты такого учёта на примере уравнений (13.39) и (13.40).

Заглинизированные породы

Из (13.40) следует, что открытая пористость глинистых пород равна:

$$k_п = \frac{\Delta t - \Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж} - \Delta t_{ск}} - k_{гл}\frac{\Delta t_{гл} - \Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж} - \Delta t_{ск}} = k_{п.АК} - k_{гл}\frac{\Delta t_{гл} - \Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж} - \Delta t_{ск}}, \qquad (13.50)$$

где $k_{п.АК}$ — значение пористости, вычисленные согласно (13.39) без учёта глинистости. Объём глинистых минералов ($k_{гл}$) вычитается из $k_{п.АК}$ с коэффициентом, численное значение которого $\left(\Delta t_{гл} - \Delta t_{ск}\right)/\left(\Delta t_{ж} - \Delta t_{ск}\right)$ определяется величиной $\Delta t_{гл}$ и зависит от характера распределения глинистых частиц в породе:

- Если глинистые частицы находятся в порах породы, они мало подвержены действию горного давления и содержат максимально возможное количество связанной воды. Их упругие свойства с точностью до погрешности измерений близки к свойствам жидкости, заполняющей поры: $\Delta t_{гл} \approx \Delta t_{ж}$,; а $k_п = k_{п.АК} - k_{гл}$
- В породах со слоистой глинистостью глинистые частицы находятся под действием разности горного и пластового давлений. Значения интервального времени $\Delta t_{гл}$ близки к значениям, измеренным в пластах глин на такой же глубине, и зависят от минерального состава глин (табл. 13.1). Минимальные значения $\Delta t_{гл}$, установленные для глубин более 5000 *м*, составляют 217 *мкс/м* для каолинита, 250 *мкс/м* для гидрослюды и 285 *мкс/м* для монтмориллонита;
- Если глинистые частицы представлены глинистым цементом на контактах между зёрнами породы, то до определённого своего значения глинистость практически не сказывается на результаты опре-

деления пористости по данным АК вследствие улучшения сцепления между зёрнами песчаника (для меловых отложений Западной Сибири это наблюдается, если $k_{гл} < 10-15\%$). Поэтому значения $\Delta t_{гл}$ для этого типа глинистости можно считать близкими к $\Delta t_{ск}$. Для пород с глинистостью такого типа $k_{\text{п}} = k_{\text{п.АК}}$;

- Структурная (скелетная) глинистость, представленная глинистыми частицами, замещающими отдельные зёрна породы или сгруппированными в виде линз, увеличивает скорость распространения (уменьшает Δt) упругой волны вследствие улучшения механических контактов между отдельными зёрнами и огибания волной глинистых линз. В этом случае $\Delta t_{гл}$ имеет промежуточное значение между $\Delta t_{гл}$ для рассеянной и слоистой глинистости, а $k_{\text{п}} = k_{\text{п.АК}} - C\,k_{гл}$, где C — коэффициент, зависящий от плотности глин и пористости коллектора.

Табл. 13.1. *Изменения величин $\Delta t_{гл}$ и $k_{\text{п}}$ в глинистых минералах разного состава с глубиной*

Глубина, *м*	$k_{\text{п}}$, %	$\Delta t_{гл}$, *мкс/м*		
		Каолинит	Гидрослюда	Монтмориллонит
300	50	450	500	550
1000	30	360	400	430
2000	15	290	330	360
3000	10	260	290	330
4000	7	250	270	310
5000	5	230	260	290

Таким образом, для определения $k_{\text{п}}$ по данным акустического каротажа необходимо знать не только общую глинистость, но и характер распределения глинистого вещества в породе, а также минеральный состав глин, что затрудняет применение материалов АК. Следует иметь в виду, что глинистость первого и третьего видов обычно относят к одному типу глинистости (дисперсному или рассеянному), тогда как для результатов АК — это два разных типа, различным образом влияющие на скорость распространения упругой волны.

В другом способе учёта глинистости при определении коэффициентов пористости терригенных коллекторов используется зависимость коэффициента относительной естественной поляризации пород ($\alpha_{\text{пс}}$) от глинистости без непосредственного вычисления коэффициентов $k_{гл}$. Реализация способа достигается с помощью широко известной формулы Schlumberger:

$$k_{\text{п}} = \frac{\Delta t - \Delta t_{ск}}{\Delta t_{ж} - \Delta t_{ск}} \frac{1}{2 - \alpha_{\text{пс}}} = k_{\text{п.АК}} / \left(2 - \alpha_{\text{пс}}\right) a . \qquad (13.51)$$

Если $\alpha_{\text{пс}} = 1$, уравнение (13.51) превращается в (13.39).

Если в скважине выполнен полный комплекс методов ГИС, включающий акустический, нейтронный, гамма-гамма плотностной, гамма- и ПС, то определение коэффициентов отткрытой пористости и глинистости целесообразно выполнять решением системы уравнений, которые увязывают показания этих методов с объёмами литологических компонентов пород, включая содержание глинистых частиц, с открытой пористостью.

Учёт уплотнения пород с глубиной

Скорость распространения упругих волн в осадочных (в первую очередь—терригенных) породах зависит от разности горного и пластового давлений. Поэтому при определении $k_{\text{п}}$ песчаников по уравнениям (13.39), (13.40) и (13.41) лучшие результаты получают при разности давлений, бóльшей 25 *МПа*, что соответствует глубине погружения более 2000 *м*.

Для других глубин проводят учёт уплотнения пород-коллекторов по формуле:

$$k_{\text{п}} = k_{\text{п.АК}} C_{\text{упл}} ,$$

$C_{\text{упл}}$—коэффициент уплотнения, определяемый для изучаемых отложений эмпирическим путём (сравнением $k_{\text{п.АК}}$ со значениями пористости, найденными по другим видам ГИС или керну).

Другой путь определения $C_{\text{упл}}$ основан на том, что интервальные времена в песчаниках и вмещающих их глинах изменяются примерно по одному закону.

Поэтому можно считать $C_{\text{упл}} = \Delta t_{\text{упл.гл}} / \Delta t_{гл}$, где $\Delta t_{\text{упл.гл}}$ — интервальное время в уплотнённых глинах, выбираемое из табл. 13.1 для глубины 2000 *м*, $\Delta t_{гл}$ — то же, измеренное в скважине; C — эмпирическая постоянная, значение которой изменяется в различных районах от 0,9 до 1,2. Её устанавливают эмпирически.

Трещинная и каверновая ёмкости пород

При одинаковой величине общей пористости условия распространения упругой волны в породе зависят от наличия в ней каверн и трещин. Упругая волна дифрагирует на отдельно расположенных кавернах (огибает их), поэтому значение её скорости распространения в кавернозной породе будет бóльшим, а значение Δt меньшим, чем рассчитанные согласно уравнениям (13.39), (13.41) и (13.42).

Рассмотрим детально явление дифракции волны в однородном пространстве на отдельно взятом дефекте, которым является вещество с другим импедансом, бóльшим или меньшим импеданса рассматриваемого пространства. Подразумевается, что это две разных диффренциально упругих среды с несовершенной связью между ними. В горных породах такими средами являются минеральный (литологический) скелет породы, межзерновые поры, размеры которых по всем классификациям не превышают десятых долей миллиметра (максимально до 0,5 *мм*), каверны в породах размером более 0,5 *мм*, трещины и пустоты выщелачивания (каверны) по ним. Каверны выщелачивания достигают размеров 10–30 *мм*, а в палеокарстовых зонах даже более 0,5 *м*, что в 10–1000 раз больше размеров межзерновых пор. Во столько же раз реже они расположены в породах по сравнению с межзерновыми порами.

Т.к. размеры дефекта (поры, каверны выщелачивания, трещины, расположенной под углом к направлению распространения волны) намного меньше длины волны (0,2–0,3 *м*) в карбонатных породах, то волна дифрагирует на них. В лучевом представлении это отображается (рис. 13.13) как огибание волной этих пустот.

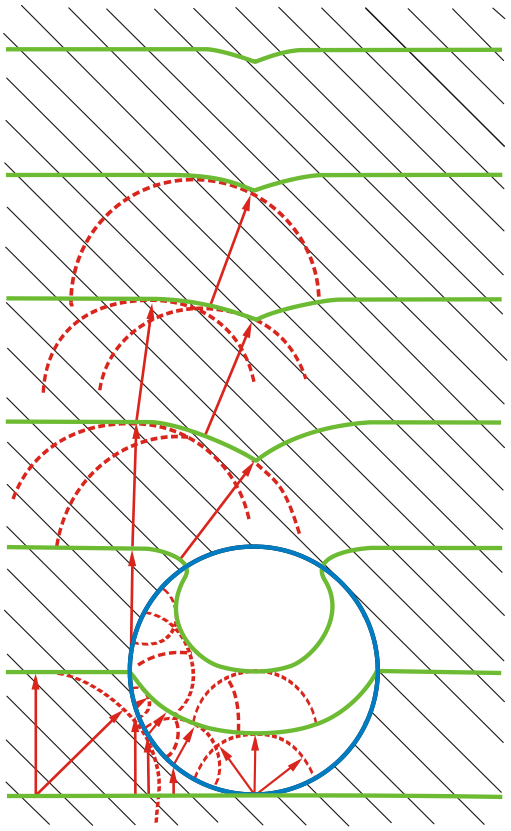


Рис.13.13. *Схематическое отображение в лучевом представлении дифракции упругой волны на отдельно расположено дефекте*

Фронт волны, исказившись на локальном участке, восстанавливается после прохождения дефекта на расстоянии, сопоставимыми с размерами дефекта P.

Поведение волны существенно изменяется в зависимости от размеров d и количества пустот, расположенных на расстоянии одной длины λ волны (рис. 13.14).

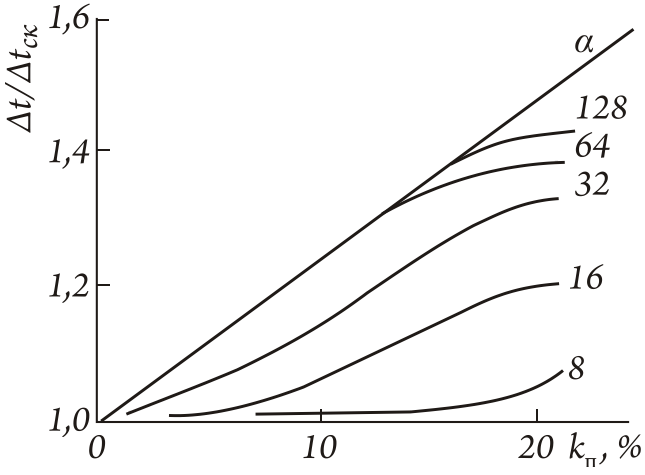


Рис. 13.14. *Теоретическая зависимость отношений интервальных времён* $\Delta t/\Delta t_{ск}$ *в каверновой среде от общей ёмкости* $K_п$ *и размеров отдельных каверн:*
шифр кривых — отношение λ/d, λ — длина волны,
d — поперечный размер каверн,
α — уравнение среднего времени

При $\lambda/d = 8$ (чисто кавернозная среда) интервальное время Δt равно времени $\Delta t_{ск}$ в непористом минеральном скелете, незначительно увеличиваясь только для большеразмерных пустот, создающих общую пористость более 15%. То есть, в случае редко расположенных пор или каверн, бóльшая часть энергии волны распространяется по непористому скелету, минуя пустоты. С увеличением густоты расположения пустот ($\lambda/d = 16; 32; 64$), уменьшением их размеров и приближением по структуре к породе с межзерновой пористостью, интервальное время увеличивается и стремится к определяемому уравнением среднего времени (13.39), достигая его в диапазоне пористости 0–16%, если $\lambda/d = 128$. С увеличением отношения λ/d диапазон значений пористости, в котором расчётные данные совпадают с уравнением (13.39), будет расширяться. С точки зрения физики упругих волн, порода становится однородной, обладающей межзерновой пористостью.

Породы с межзерновой пористостью могут содержать отдельные каверны. Дифракция волны на таких кавернах происходит так же, как в сплошной непористой породе (рис. 13.14), если $\Delta t_{ск}$ заменить на значение интервального времени $\Delta t_{м}$ в межзерновой матрице. Так как количество и распределение каверн заранее неизвестно, то для целей практической интерпретации важна оценка интервального времени Δt в породе с кавернами. По результатам физического (Ивакин Б.Н., Гильберштейн П.Г., Гурвич И.И.) и математического (Юматов Ю.А., Mackenzie I., Sato I.) моделирования для равномерно расположенных каверн в диапазоне $k_{п.к}$ от 0 до 20% его (Δt) значение будет находиться в области, ограниченной линиями:

$$\begin{aligned} &\Delta t \geq \Delta t_{м}\left(1 + 0{,}5 k_{п.к}\right), \\ &\Delta t \geq \Delta t_{м} / \left[\, 1 - \left(0{,}700 \div 0{,}775\right) k_{п.к} \,\right] \end{aligned}, \qquad (13.52)$$

$\Delta t_{м}$ — интервальное время в породе такой же пористости, но без каверн; $k_{п.к}$ — кавернова пористость.

Сжимаемость трещин в упругом массиве выше, чем межзерновых пор, поэтому при том же значении общей пористости в трещиноватой среде Δt

больше, чем в пористой. При нормальном падении волны на систему трещин справедлива формула:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{ск}} \left(1 - k_{\text{п.т}}\right) + \gamma \Delta t_{\text{ж}} k_{\text{п.т}}, \qquad (13.53)$$

где $k_{\text{п.т}}$ — трещинная пористость; коэффициент $\gamma = \frac{\sigma_{\text{ск}} \upsilon_{\text{ск}}}{2\sigma_{\text{ж}} \upsilon_{\text{ж}}} + \frac{\sigma_{\text{ж}} \upsilon_{\text{ж}}}{2\sigma_{\text{ск}} \upsilon_{\text{ск}}}$ меняется в пределах от 1 до 6 в зависимости от соотношения акустических жёсткостей $\sigma_{\text{ск}} \upsilon_{\text{ск}}$ и $\sigma_{\text{ж}} \upsilon_{\text{ж}}$.

Для пористо-трещиноватой породы:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{ж}} k_{\text{п.м}} + \gamma \Delta t_{\text{ж}} k_{\text{п.т}} + \Delta t_{\text{ск}} \left(1 - k_{\text{п.м}} - k_{\text{п.т}}\right), \qquad (13.54)$$

где $k_{\text{п.м}}$ — пористость межзерновой матрицы.

В условиях естественного залегания пород трещинная пористость составляет 0,01 – 0,2%, поэтому вкладом среднего члена можно пренебречь и проводить определение общей пористости порово-трещинных коллекторов по уравнениям (13.39), (13.41) и (13.42).

Нефтегазонасыщенность пород

В крепких сцементированных песчаниках, залегающих на глубинах более 2000 *м* (в древних отложениях — на глубинах более 1500 *м*), и карбонатных породах различной пористости, характеризующихся зонами проникновения более $(2-4)D/d$, не отмечается заметное увеличение Δt в нефтеносных пластах по сравнению с водоносными породами. Разница значений Δt в нефте- и водонасыщенных песчаниках с $k_{\text{п}} > 15\%$ составляет 4–5 *мкс/м*. В карбонатных породах эта разница меньше. При определении $k_{\text{п}}$ по уравнениям (13.39), (13.41) и (13.42) в карбонатных породах поправку за нефтенасыщенность не вводят; для песчаников с пористостью 10–25% вычисленное значение $k_{\text{п}}$ умножают на 0,95; для слабосцементированных и высокопористых песчаников ($k_{\text{п}} = 30 - 35\%$) поправочный коэффициент равен 0,9.

В высокопористых газонасыщенных песчаниках ($k_{\text{п}} > 15\%$) Δt увеличено вследствие влияния газа. Абсолютное значение увеличения зависит от степени сцементированности и глубины залегания пород, размеров зоны проникновения и промытой зоны и различно на разных месторождениях.

Оно может достигать громадных значений, равных 150–200 *мкс/м*, в рыхлых песчаниках на глубинах менее 800–900 *м* (например, в песчаниках сеномана Западной Сибири), 50–100 *мкс/м* в песчаниках газовых хранилищ, первых десятков мкс/м в крепких сцементированных песчаниках на глубинах более 1500 *м* и незаметных величин в карбонатных породах.

13.8. *Выделение коллекторов с использованием параметров волны Стоунли*

Экспериментально установлено, что параметры волны Стоунли (интервальное время Δt_{St}, затухание α_{St}, амплитуда A_{St}, энергия E) реагируют на проницаемость пород, разбуренных скважиной. Теоретически их поведение ничем не подтверждается. Решение классического волнового уравнения для волны Стоунли не содержит такой величины как проницаемость. Равным образом она не входит в уравнения, описывающие затухание поверхностных волн, одной из которых является волна Стоунли, с расстоянием от места её возбуждения.

Эмпирическое решение допускает многовариантность толкований в зависимости от результатов, полученных разными исследователями, и их приверженности определённой гипотезе. Диапазон таких толкований чрезвычайно широкий: от полного отрицания влияния проницаемости на параметры волны Стоунли, отсутствия такого влияния вследствие экранирования проницаемых пород глинистой коркой, до методик количественного определения проницаемости терригенных и карбонатных пород в их естественном залегании, рекламируемых фирмой *Schlumberger*.

Рассмотрим наиболее обоснованную из гипотез.

Волна Стоунли является поверхностной и распространяется одновременно в двух средах: в скважинной жидкости и горных породах. Поэтому, если в каком-то интервале глубин характеристики жидкости в скважине постоянные, то все зарегистрированные изменения обусловлены свойствами горных пород. И хотя регистрация волны осуществляется в скважинной жидкости, все изменения её параметров обусловлены породами. Следова-

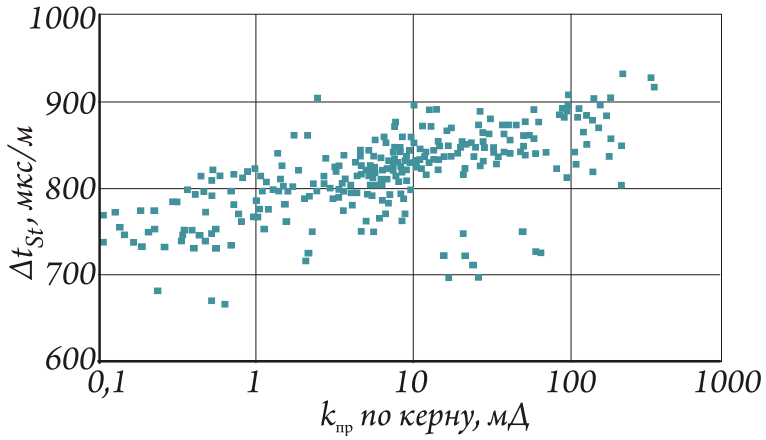


Рис.13.15. *Зависимость интегрального времени t_{St} волны Стоунли от абсолютной проницаемости пород $К_{пр}$, измеренной на образцах керна*

тельно, ни глинистая корка, ни обсадная колонна, толщины которых на два порядка меньше длины этой волны в породах (0,4–0,6*м*), не являются помехами для формирования волны в породах. Её колебания регистрируются и в обсаженных скважинах.

Результаты выделения и оценки проницаемости коллекторов в различных литотипах пород не совпадают. Так как все действия осуществляются на эмпирической основе, то эти результаты сопоставлены с коэффициентами пористости и проницаемости пород, измеренными на образцах керна и по данным ГИС, сведениями об испытаниях терригенных, карбонатных и эффузивных пластов. Интервалы притоков пластовых флюидов устанавливались по материалам промыслово-геофизических исследований.

В терригенных коллекторах, обладающих всеми установленными для них качественными признаками и количественными критериями, значения интервальных времён Δt_{St} коррелируют с результатами измерений абсолютной проницаемости $k_{пр}$ пород на образцах керна. Коэффициент корреляции этих величин довольно высокий (рис. 13.15).

Он не декларирует возможность количественных определений $k_{пр}$ по интервальному времени Δt_{St}. График получен с использованием материалов одной единственной скважины, вынос керна в которой приближался к 100% (рис. 13.16).

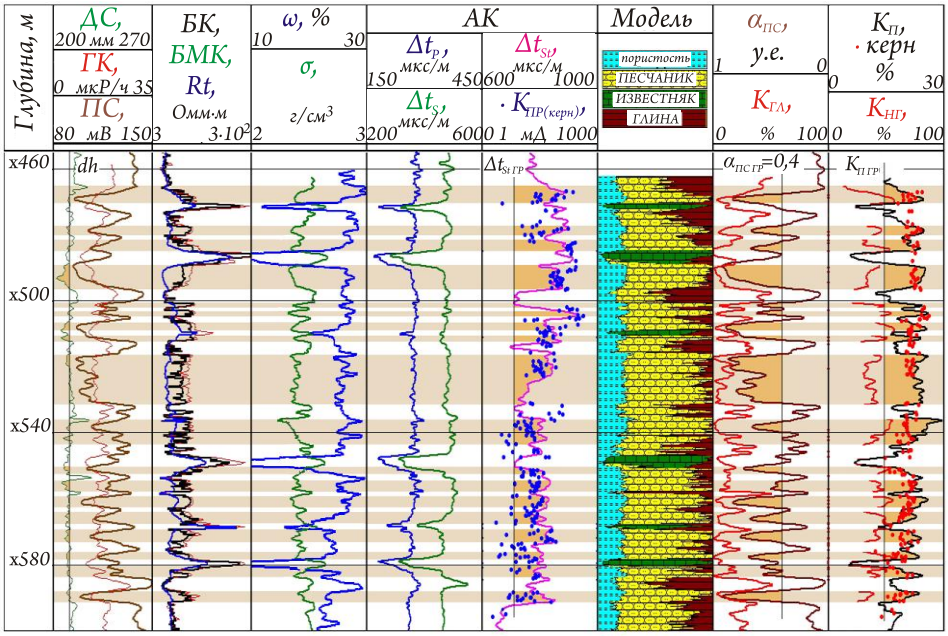


Рис.13.16. *Корреляция интегрального времени* Δt_{St} *со значениями абсолютной проницаемости* $K_{\text{пр}}$ *коллекторов* (планшет с данными рис. 13.15: коллекторы выделены цветными полосами; признаки коллекторов на кривых ГИС показаны более интенсивной окраской)

Ограничения применения параметров волны Стоунли для выделения терригенных коллекторов обусловлены влиянием глинистых включений. Недостаточно уплотнённые глины и аргиллиты, сильно заглинизированные алевролиты и песчаники характеризуются изменениями параметров волны Стоунли, сопоставимыми с их значениями в коллекторах. Разделение чистых и заглинизированных разностей должно осуществляться по данным полного комплекса ГИС.

Иное поведение параметров волны Стоунли наблюдается в карбонатных и эффузивных коллекторах, обладающих сложной структурой ёмкостного пространства и отсутствием выраженной взаимосвязи между пористостью (ёмкостью) и проницаемостью пород. Присутствие в этих породах закрытых пор, каверн и пустот выщелачивания по трещинам искажают взаимосвязи между пористостью и проницаемостью, изученными для тер-

ригенных коллекторов. Можно было бы предположить, что реакция параметров волны Стоунли в бóльшей степени объясняется ёмкостью, а не проницаемостью пород. Но такое объяснение неправомерно, так как те же параметры реагируют на высокопроницаемые трещинные коллекторы, обладающие низкими значениями пористости.

Реакция параметров волны Стоунли именно на проницаемость пород доказывается, например, сопоставлением толщин эффузивных коллекторов, выделенных по параметрам волны Стоунли, с толщинами приточных интервалов, которые определены по материалам ГИС (рис. 13.17).

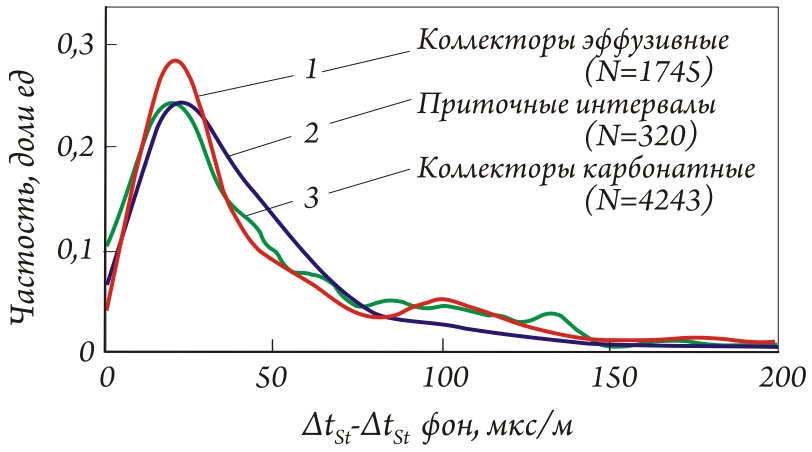


Рис. 13.17. *Частоты появления разности* $\Delta t_{St} - \Delta t_{St}$ *фон для эффузивных и карбонатных коллекторов и для приточных объектов в тех же скважинах*

Частоты появления разности $\Delta t_{St} - \Delta t_{St}$ фон для эффузивных и карбонатных коллекторов и для приточных объектов в тех же скважинах совпадают между собой с неожиданной точностью; распределение Δt_{St} для карбонатных коллекторов повторяет такое же распределение для эффузивных коллекторов. Приращения Δt_{St} над интервальным временем распространения волны в жидкости составляют $10-150$ *мкс/м*; наиболее часто приращения Δt_{St} находятся в диапазоне $10-75$ *мкс/м*. Одновременно с увеличением Δt_{St} происходит уменьшение амплитуд A_{St} и увеличение затухания α_{St} волны Стоунли.

13.9. *Расчёт динамических модулей упругости*

Продление сроков эксплуатации скважин старого фонда обуславливает решение с использованием материалов акустического каротажа двух инженерных задач: определения за обсадной колонной упругих свойств пород для последующего расчёта параметров гидроразрыва пластов и выделения интервалов напряжённого состояния пород, потенциально опасных для сохранения целостности обсадных колонн. По способу решения к ним примыкает традиционная задача обнаружения в бурящихся скважинах интервалов пород с аномально высокими или аномально низкими пластовыми (АВПД, АНПД) либо поровыми давлениями (АВПоД, АНПоД).

Способы решения перечисленных задач практически одинаковы. Они заключаются в расчёте упругих модулей или коэффициентов упругости горных пород. Основу решения составляют: определение по материалам АК интервальных времён Δt_{p}, Δt_{s} (скоростей распространения υ_p, υ_s) продольной и поперечной упругих волн и общей плотности σ пород с помощью ГГКП.

Физический смысл модулей упругости становится очевидным, если рассматривать три основных вида напряжённого состояния пород: одностороннее нормальное напряжение (сжатие–растяжение), чистый сдвиг и всестороннее нормальное напряжение (сжатие или растяжение). Для каждого напряжённого состояния зависимость между напряжением и вызванной им деформацией определяется простейшей формулой: напряжение равно произведению деформации на соответствующий модуль упругости.

Расчёт модулей упругости выполняется с использованием безупречных физических уравнений (табл. 13.2). Следует помнить, что значения, полученные при статических лабораторных испытаниях образцов керна соответствуют изотермическим условиям, а их расчёт по значениям скоростей υ_p, υ_s —адиабатическим. Отличие полученных значений находится в пределах 0,2 %.

Для однородного изотропного тела модули упругости и коэффициент Пуассона одинаковы по всем направлениям. Четыре постоянные величины *E*, *G*, *K* и *v* связаны соотношениями (13.19):

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \qquad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \tag{13.58}$$

Следовательно, только две из них в изотропной среде являются независимыми величинами. Анизотропная среда, лишённая всякой симметрии, имеет 21 модуль упругости; для кристаллов моноклинной системы их уже 13; в ромбической системе — 9 и так далее — до уже упомянутых двух.

Табл. 13.2 *Уравнения расчёта динамических модулей упругости*

Наименование модуля (коэффициента)	**Физическая суть модуля (коэффициента)**	**Аналитическое выражение**
Коэффициент Пуассона ν	Соотношение между поперечной и продольной деформациями при продольном сжатии	$\nu = \frac{1}{2}\frac{\Delta t_s^2 - 2\Delta t_p^2}{\Delta t_s^2 - \Delta t_p^2}$
Модуль продольной упругости (Юнга) E	Отношение нормального напряжения к относительному растяжению-сжатию в направлении действия напряжения. Характеризует способность среды сопротивляться растяжению или сжатию	$E = a\frac{2\sigma}{\Delta t_s^2}(1+\nu)^*$
Модуль сдвига G	Соотношение между напряжением и деформацией сдвига. Характеризует способность среды сопротивляться изменению формы без изменения объёма	$G = a\sigma / \Delta t_s^{2*}$
Модуль объёмного растяжения-сжатия K	Соотношение между изменениями объёма и давления в трёхмерном пространстве. Характеризует способность среды сопротивляться изменению её объёма без изменения формы	$K = a\sigma\frac{1+\nu}{3\Delta t_p^2(1-\nu)}^*$
Коэффициент бокового распора K_ν	Характеризует долю радиального напряжения от общей геостатической нагрузки (боковая составляющая вертикального напряжения)	$K_\nu = \nu/(1-\nu)$

* a – коэффициент, учитывающий размерность величин

Контрольные вопросы

1. *Вид волнового уравнения для жидкости. Продольная волна.*
2. *Плоская, цилиндрическая и сферическая объёмные волны. Коэффициенты расхождения волн.*
3. *Решения волнового уравнения для твёрдого тела. Объёмные волны. Поляризация поперечной волны.*
4. *Волна Лэмба. Физика её распространения. Скорость волны.*
5. *Упругие волны в околоскважинном пространстве. Условия преломления. Фронты объёмных волн.*
6. *Выделение типов волн на фазокорреляционных диаграммах.*
7. *Монопольные и дипольные зонды акустического каротажа. Теоретические модели преобразователей.*
8. *Определение общей пористости мономинеральных пород. Уравнения среднего времени и Раймера–Ханта–Гарднера.*
9. *Определение общей пористости глинистых пород.*
10. *Определение литологического состава и общей пористости сложнопостроенных коллекторов.*
11. *Количественные и качественные признаки поровых, трещинных и смешанных порово-трещинно-каверновых коллекторов.*
12. *Волна Стоунли и выделение проницаемых пород.*
13. *Принципиальные основы акустической цементометрии для оценки контактов цементного камня с обсадной колонной и стенкой скважины.*
14. *АК-сканирование. Решаемые задачи.*
15. *Комплексирование стандартной акустической и гамма-гамма цементометрии и АК-сканирования. Решаемые задачи.*

ЛИТЕРАТУРА КО ВСЕМ ГЛАВАМ

Глава1:

1. Шапиро И.С. К истории открытия уравнений Максвелла. — УФН. — 1972 — Т. 108, вып.2. — Октябрь.

2. Левин М.Л., Миллер М.А. Максвелловский «трактат об электричестве и магнетизме». — УФН. — 1981 — Т. 135, вып.3 — Ноябрь.

3. Альпин Л.М., Даев Д.С., Каринский А.Д. Теория полей, применяемых в разведочной геофизике. — М.: Недра, 1985.

Глава 2:

1. Долль Г.Г. Теория индукционного метода исследования разрезов скважин и его применение в скважинах, пробуренных с глинистым раствором на нефти. В кн.: «Вопросы промысловой геофизики». — М.: Гостоптехиздат, 1957.

2. Кауфман А.А. Теория индукционного каротажа. — Новосибирск: Наука, 1965.

3. Плюснин М.И. Индукционный каротаж. — М.: Недра, 1968.

4. Кауфман А.А., Шапиро Р.П. Разработка кольцевого индукционного интегратора. — «Изв.ВУЗов. Геология и геофизика» — 1959 — №10.

5. Аксельрод С.М. Высокочастотные методы исследования скважин.— М.: Госгеолтехиздат, 1965.

6. Зверев Г.Н., Санто К.Л., Зверева Э.П. Методика моделирования аппаратуры и зондов индукционного каротажа на вычислительных машинах.— М.: ВИЭМС, 1973.

7. Антонов Ю.Н., Кауфман А.А. Диэлектрический индуктивный каротаж. — Новосибирск: Наука, 1971.

8. Антонов Ю.Н., Изюмов И.Ф. Высокочастотный индукционный каротаж. — «Геология и геофизика» — 1971.

9. Антонов Ю.Н., Приворотский Б.И. Способ индукционного каротажа. — А.с. 491908 приоритет от 1973г. — Опубл. Б.И. №42, 1975.

10. Ю.Н. Антонов, Б.И. Приворотский. Высокочастотный индукционный каротаж /Отв. ред. Л.А. Табаровский. — Новосибирск: Изд-во Наука. Сиб. Отд. — 1975.

11. Табаровекий Л.А. Применение метода интегральных уравнений в задачах геоэлектрики. — Новосибирск: Наука, 1975.

12. Даев Д.С. Высокочастотные электромагнитные методы исследования скважин. — М.: Недра, 1974.

13. Кауфман А. А., Соколов В. П. Теория индукционного каротажа методом переходных процессов. — Новосибирск: Наука, 1972.

14. Даев Д.С., Денисов С.Б. О высокочастотном индукционном каротаже. — В кн.: Разведочная геофизика. Вып.42. — М.: Недра, 1970.

15. Дмитриев В.И. Осесимметрическое злектромагнитное поле в цилиндрической слоистой среде. //Изв. АН СССР. «Физика Земли» — 1972 — №11.

16. Патент РФ № 2365946. Способ электромагнитного каротажного изопараметрического зондирования. Антонов Ю.Н., Эпов М.И., Каюров К.Н. / Приоритет от 19.12.2007. Зарегистрировано 27 августа 2009.

17. Технология исследования нефтегазовых скважин на основе ВИКИЗ. Методическое руководство. /Ред. Эпов М.И., Антонов Ю.Н. — Новосибирск: НИЦ ОИГГМ СО РАН, Изд-во СО РАН, 2000. — 121 с.

18. VIKIZ Method for logging Oil and Gas Boreholes //Epov M.I., Antonov Yu.N. Novosibirsk: Dranch «Geo» of the Hublishing House of the SB RAS, 2002. — 112 p.

19 Сулима С.А., Сонич В.П. Мишарин В.А. и др. Потокоотклоняющие технологии — основной метод регулирования разработки высокозаводнённых залежей. //Нефтяное хозяйство. — 2004. — № 2 — С. 44–50.

20. Правдухин В.М., Корытова Е.Н., Бармин А.А. Повышение эффективности разработки месторождений ОАО «Сургутнефтегаз» бурением боковых стволов. //Нефтяное хозяйство. — 2005. — № 6 — С. 86–91.

21. Высокочастотное индукционное каротажное изопараметрическое зондирование (ВИКИЗ). Методические рекомендации. /Сост.: Ю.Н. Антонов, С.С. Жмаев. — АН СССР, Сиб. Отд., Институт геологии и геофизики. — Новосибирск. — 1979. — 104 с.

22. Брылкин Ю. Л., Дубман Л.И. Диэлектрическая проницаемость трёхкомпонентных сред. //Тр. СНИИГГиМС. Новосибирск — 1971. — Вып.133.

23. Брылкин Ю.Л., Дубман Л.И.. Диэлектрические свойства пластовых углеводородов Западно-Сибирского региона //Тр. СНИИГГиМС. Новосибирск.— 1973. — Вып.168.

24. Брылкин Ю.Л., Дубман Л.И. Диэлектрическая проницаемость твёрдой фазы горной породы //Тр. СНИИГГиМС. Новосибирск. — 1976. — Вып.204.

Глава 3:

1. Bloch F., Hansen W.W., Packard M., Phys. Rev. 70,474 (1946).

2. HahnE.L., Phys. Rev.80,580(1950).

3. Bloenbergen N., Purcell E., Puond R., Phys. Rev.73, 670 (1948).

4. Carr H. Y., Purcell E.M., Phys. Rev.94, 630(1954).

5. Meiboom S., Gill D., Rev. Sci.Instrum. 29, 688 (1958).

6. Фарр Т., Беккер Э., Импульсная и Фурье-спектроскопия ЯМР. — изд. «МИР» — М. 1973.

7. Аксельрод С.М., Неретин В.Д., Ядерный магнитный резонанс в нефтегазовой геологии и геофизике. — М.: Недра, 1990.

8. Джафаров И., Сынгаевский П., Хафизов С. Применение метода ядерного магнитного резонанса для характеристики состава и распределения пластовых флюидов. — М.: Химия, 2002.

9. Барсуков О.А., Ельяшевич М.А. Основы атомной физики. — М.: Научный мир, 2006.

Главы 4–6:

Дахнов В.Н. «Электрические и магнитные методы исследования скважин (основы теории)». Учеб. для ВУЗов. — М.: Недра, 1988.

Добрынин В.М., Вендельштейн Б.Ю., Кожевников Д.А. Петрофизика. — М.: Недра, 2004.

Вендельштейн Б.Ю. Исследование разрезов нефтяных и газовых скважин методом собственных потенциалов. М.: Недра, 1966. — 206 с.

Главы 7–12

Велижанин В.А., Глебов А.П., Пантюхин В.А. и др. Инструкция по проведению нейтронного и гамма-каротажа аппаратурой СРК-42-220 и обработке результатов измерений. МИ 41-17-1397-04 — Тверь, 2004.

Гулин Ю.А. Гамма-гамма метод исследования нефтяных скважин. М.: Недра, 1975 — 160 с

Дахнов В.Н.. Геофизические методы определения коллекторских свойств и нефтегазонасыщения горных пород. М.: Недра, 1985.

Добрынин В. М., Вендельштейн Б. Ю., Кожевников Д. А. Петрофизика. М.: Недра, 2004.

Кантор С.А., Кожевников Д.А., Поляченко А.Л., Шимелевич Ю.С. Теория нейтронных методов исследования скважин. — М.: Недра, 1985.

Кожевников Д.А. Нейтронные характеристики горных пород и их использование в нефтегазопромысловой геологии. 1-е изд. М.: Недра, 1974. — 184с.

Кожевников Д.А. Нейтронные характеристики горных пород и их использование в нефтегазопромысловой геологии. 2-е изд. М.: Недра, 1982. — 221с.

Кожевников Д.А. Способ исследования разрезов скважин гамма-методами ядерной геофизики. — Патент РФ № 2069377 от 4.05.1994. (Бюл. изобретений №32, 1996).

Ларионов В.В. Радиометрия скважин. М.: Недра, 1966.

Иванов В.Я., Султанов У.Ш., Гильманшин Т.А. и др. Приборы стационарного нейтронного каротажа с улучшенными метрологическими характеристиками //НТВ АИС «Каротажник» — 2006, вып.150. — С.83–23.

Глава 13:

Гурвич И.И. Сейсмическая разведка // М.: Гостоптехиздат. 1960. 504 с.

Методичесие рекомендации по подсчёту геологических запасов нефти и газа объёмным методом / Под. Редакцией В.И. Петерсилье, В.И. Проскурина, Г.Г. Яценко //М.-Тверь. ВНИГНИ, НПЦ «Тверьгеофизика», 2003.

Ультразвук //Маленькая энциклопедия под ред. И.П. Голямина. М.: «Сов. Энциклопедия», 1979. — 400 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Антонов Юрий Николаевич



Доктор технических наук, профессор кафедр геофизики и геологии месторождений нефти и газа Новосибирского государственного университета. Главный научный сотрудник лаборатории электромагнитных полей Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Академик РАЕН, Заслуженный деятель науки Российской Федерации. Член Евро-азиатского геофизического общества (ЕАГО), член Общества профессиональных исследователей нефтегазовых скважин (SPWLA).

Кожевников Дмитрий Александрович



Доктор физико-математических наук, профессор кафедры ГИС РГУ нефти и газа имени И.М.Губкина, академик РАЕН. Эксперт МАГАТЭ, вице-президент Ядерно-геофизического о-ва. Автор и соавтор более 400 научных публикаций. Лауреат конкурса Международной Соросовской Программы образования в области точных наук «За достижения в области наук и технологий в сфере образования». Почётный разведчик недр. Почётный работник высшего профессионального образования РФ.

Козяр Валерий Федорович



Доктор технических наук, профессор, зав. отделом ООО «Нефтегазгеофизика» (г.Тверь). Научные интересы – акустический каротаж, комплексная интерпретация геолого-геофизических данных. Автор более 120 научных публикаций, 2 монографий, 2 учебников для средних заведений. Имеет правительственные награды СССР. Почётный геолог, Почётный нефтяник.

Неретин Владислав Дмитриевич



Доктор технических наук, профессор кафедры ГИС РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина. Зав. кафедрой общей и прикладной геофизики Международного университета природы, общества и человека «Дубна». Академик РАЕН. Автор более 100 научных работ, 25 авторских свидетельств на изобретения. Лауреат премии имени И.М.Губкина, отличник разведки недр Мингео СССР. Награждён медалью «За трудовую доблесть», пятью медалями ВДНХ (золотая, две серебряных, две бронзовых).

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Адаптивный алгоритм ... 548
Активация нейтронная ... 326
Активность
  наведённая ... 335
  поверхностная ... 166
  релаксационная ... 180, 181, 182
  удельная объёмная ... 312
Алгоритм
  приближенный ... 552
  интерпретации ... 518
  Ю.А.Гулина ... 549
Анализ
  активационный ... 338, 339
  параметрический ... 419
  потенциала векторного ... 50
  элементный ... 335
Анизотропия
  рассеяния ... 411
  угловая ... 349, 350, 351, 513
Аномалия
  абсолютная ... 517
Бесселя
  уравнение ... 121
  функция ... 88, 126, 225, 244, 247
Боковое зондирование
  каротажное ... 263
  электрическое ... 259, 261, 265
Больцмана
  множитель ... 152
Вебера
  интеграл ... 226, 231, 237, 245
  формула ... 233
Вектор-потенциал ... 47, 48, 49
Взаимности принцип 190, 201, 204, 207, 241
ВИКИЗ 58, 126, 127, 128, 129, 133, 135
Влажность
  объёмная ... 487, 492
Вода капиллярно-связанная ... 179
Водонасыщенность ... 324
  остаточная ... 149
Водонефтенасыщенность ... 478
Водоудерживающая способность ... 475
  коллектора ... 388
Возраст нейтронов ... 378, 380, 393
  полный 356, 356, 362, 366, 378, 393, 402, 503
  фермиевский ... 354, 357, 358, 401
Волновое число ... 42, 46, 55, 57
Восприимчивость
  объёмная ... 153
Время
  жизни тепловых нейтронов 324, 332, 395, 400, 407, 482, 494, 498, 504, 507
  замедления нейтронов 324, 325, 356, 358, 359, 384, 398
  релаксации 163, 165, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183
    поперечной ... 155, 184
    продольной ... 155, 184
  свободного пробега 343, 347, 358, 384, 389
  собственно замедления ... 382, 385
ВЭМКИЗ ... 133, 134
Газонасыщенность ... 504, 507
Гамма-активность пород ... 311
Гамма-гамма метод
  плотностная модификация ... 306
Гамма-излучение ... 406, 477, 490
  захватное ... 326, 505
  нерассеянное ... 513
  неупругого рассеяния ... 326, 327
  рассеянное ... 495
Геометрический фактор ... 68, 71
  пласта ... 432, 437, 449, 548
  скважины ... 437, 440
  пространственный ... 427
  системы скважина–пласт ... 434
  цементного кольца ... 433
Глинистость ... 324, 432, 451, 452
  гранулометрическая ... 512
Глубина исследования ... 64
  радиальная ... 89

Глубинность
геометрическая ... 429
информационная ... 429, 430
исследования ... 428, 430, 479, 492
по водороду ... 430
по хлору ... 430
Градиент-зонд 219, 250, 257, 258, 261, 262
Граничные условия ... 213, 256
Декремент затухания ... 540
Диффузионное прибижение
двухгрупповое ... 404
одногрупповое ... 363, 404
Длина
диффузии 324, 379, 405, 410, 414, 417, 432
тепловых нейтронов ... 506, 507
замедления
быстрых нейтронов ... 332, 505
нейтронов 324, 331, 332, 356, 362, 364, 364, 367, 432, 470, 484, 504
миграции ... 324, 405
нейтронов ... 467, 475
тепловых нейтронов ... 506
эффективная ... 331
переноса тепловых нейтронов ... 416
свободного пробега 343, 344, 348, 353, 357, 358, 388, 399
Дозовая характеристика ... 312
Ёмкость матрицы ... 475
Закон
Ампера ... 25, 26
Био–Савара ... 25, 30, 31, 47
Гука ... 395
Дарси ... 356
индукции ... 29
Кирхгофа ... 196
контактной разности потенциалов 25
Кулона ... 25, 26
Максвелла ... *395*
Максвелла второй ... *33*
Ома ... 26, 196, 355
полного тока ... 30, 31
радиоактивного распада ... 310
Фарадея–Максвелла–Ленца ... 29
Фика ... 350, 355, 364, 399
Фурье ... 356
Замедление нейтронов 324, 332, 406, 444, 455
Замедляющая способность ... 504
вещества ... 397
среды ... 359, 371
Замедляющие свойства
минералов ... 360
Зона
окаймляющая ... 90, 131
промытая ... 131
проникновения ... 95, 521
бурового раствора ... 66
фильтрата ... 242
Зонд
индукционный ... 103
линейный ... 91
нелинейный ... 91
трёхэлементный ... 92
фокусирующий ... 91, 93
Зондирование
боковое нейтронное ... 436
Инвариант петрофизический . 463, 464
Инверсия ... 355
Индикатриса рассеяния ... 342, 344, 345
Индукция электромагнитная ... 28
Интерпретационная модель
декрементная ... 427
амплитудная ... 427
Коллектор
глинистый ... 317
полиминеральный ... 317
гранулярный ... 317, 464, 465
терригенный ... 128
Коэффициент
анизотропии ... 205, 210, 236, 239, 264
водонасыщения ... 490
водонасыщенности
остаточной ... 501
вытеснения ... 149
газонасыщенности ... 495
дифференциации ... 437, 438, 445, 447
прибора ... 436, 472
диффузии 170, 179, 182, 183, 332, 350, 355, 484, 485, 494, 499, 504
нейтронов 356, 364, 399, 413, 415
тепловых нейтронов 324, 332, 334, 484, 485

диффузионного охлаждения..... 417
затухания..... 43
зонда..... 186, 201, 427
идеального
градиент-зонда..... 187
потенциал-зонда..... 187
линейный ослабления..... 304, 306
нефтенасыщения..... 490, 499
нефтенасыщенности 450, 494, 501, 502
ослабления..... 532
гамма-излучения..... 332
массовый..... 307
отражения тока..... 215, 239
поглощения гамма-квантов..... 409
подобия..... 394, 421
пористости..... 487, 490, 497
привидения к нормальной среде 306
проницаемости среды..... 356
пропускания тока..... 215, 239
радиальной чувствительности... 545, 550
самодиффузии..... 179, 183
сжимаемости..... 508
температуропроводности..... 352
теплопроводности..... *356*
усиления..... 159
фазы..... 43
Лежандра
полином..... 410
функция..... 410
Летаргия..... 345
нейтронов..... 346
Магнетизм..... 24, 26, 34
Магнитная прецессия..... 154
Магнитная проницаемость..... *См.* Проницаемость магнитная
Магнитный момент
макроскопический..... 153
Максвелла уравнение..... 24, 64
Метод
бокового электрического зондирования..... 144, 241
гамма-гамма плотностной..... 537
гамма-нейтронный импульсый.. 327
глинистости..... 510, 512
естественной радиоактивности. 312, 317, 510, 535
модификация
интегральная..... 510
спектрометрическая..... 510
замедления нейтронов..... 338
зеркальных изображений
Томсона..... 212
импульсный 156, 167, 417, 476, 478, 486
активационный..... 476
нейтронный..... 303
нейтронный гамма..... 334
стационарный..... 418, 478
индукционного каротажа..... 111
индукционный..... 63, 64
интегральный гамма..... 317
Карра–Парселла..... 171, 173
кислородный нейронно-активационный..... 339
математического моделирования 524
Мейбума–Гилла..... 172, 173
Монте–Карло..... 380, 383, 389
наведённой активности..... 327, 335
нейтрон-нейтронный..... 327, 331
импульсный..... 327, 334
по тепловым нейтронам..... 332
стационарный..... 327, 360, 364
нейтронный гамма..... 332
импульсный..... 327
стационарный..... 327
нейтронный ядерной геофизики 327
осколко-радиографический исследования шлифов..... 339
относительной глинистости 317, 517
"отравления"..... 417
пористости..... 520
потенциалов собственной поляризации..... 287
радиометрии..... 340
регуляризации..... 181
резонансной активации..... 327
рентген-радиометрический..... 305
селективный гамма-гамма..... 305
сопротивления заземления..... 266
спектральных приближений..... 372
спинового эхо..... 168, 170, 171
спин-эхо..... 171
сферических гармоник..... 399

фотонейтронный 329, 339
Фурье..... 243
электромагнитный 121
эффективной пористости 518
ядерно-магнитного резонанса.... 149, 176, 177, 178
Методика
адаптивная 464, 465, 514, 519
поправочная.....454, 460, 512, 513
Методы
индукционного возбуждения..... 33
нейтронные324, 335, 336, 337, 338, 339, 364, 368
стационарные 478
сопротивления заземления 268
электрические 24, 336
электромагнитные 24, 48
ядерно-магнитные..... 149
Минералы
породообразующие 306
Модели амплитудные 427
Моделирование
математическое 126, 133, 303, 488, 538
натурное.....457, 488, 538
физическое (натурное)..... 303
Модель
двухкомпонентная
феноменологическая 488
декрементная..... 428
интерпретационная 457, 458, 505, 516, 517, 530, 534, 539
адаптивная 457, 514, 524
аналитическая 457
декрементная..... 540
двухкомпонентная 488
коллектора..... 463
натурная..... 503
однородной среды 444
петрофизическая....309, 315, 511, 519
пласта..... 421
поры..... 165
скважина-пласт..... 89
среды трёхслойная 85
статической аномалии..... 321
Модуль возрастной..... 394
Момент магнитный 150, 151
Намагниченность ядерная..... 152, 159
Неоднородность
системы скважина–пласт.....487
среды.....245
Нефтенасыщение.....212
Нефтенасыщенность 182, 324, 327, 336, 337
Область Долля 96
Парадокс анизотропии.....211
Параметр
двойной разностный 512
диффузии тепловых нейтронов...494
замедления.....507
интерпретационный309, 436, 437, 512
конструктивный 61
обобщённый 61
поля..... 27
разностный двойной 436
среды..... 35, 48
фотопоглощения.....309
Период полураспада 311
Плотность
алгоритмическая 553
замедления..... 372, 383
замедления нейтронов. 402, 403, 409
минералогическая 498
нейтронов 482
объёмная 306, 315, 332, 538, 539
поглощения нейтронов 343
потока
гамма-излучения 448, 513
нейтронов 332, 343, 361, 369, 378, 383, 390
быстрых.....445
замедленных 331
тепловых..... 332, 445
скелета породы.....498
столкновений нейтронов 369, 381
тепловых нейтронов 483, 485, 488
электронная..... 306, 307, 308
эффективная 544
эффективная 539
Площадь миграции нейтронов.....405
Поверхность поры..... *178*
удельная 166
гидрофильная.....178
Подобие приближенное.....422
Поле эффективное 157

Пористость
водонасыщенная ... 366, 450
кажущаяся ... 495
кажущаяся по известняку ... 450
нейтронная ... 450, 452
эквивалентная ... 475
эффективная ... 317, 465
Породы
карбонатные ... 166
осадочные ... 287
терригенные ... 166, 181
Постоянная Планка ... 151
Потенциал
векторный ... 39, 40, 41, 42
двойного электрического слоя ... 289
магнитный ... 48, 50, 51
поля течения ... 299
собственной поляризации ... 287
кинетические ... 287
окислительно-восстановительный ... 287
диффузионно-адорбционный . 287
статический ... 293, 294
Потенциал-зонд 187, 191, 193, 201, 218, 219, 220, 238, 240, 250, 257, 258, 261
идеальный ... 187, 191, 200, 201, 209
Правило Ленца ... 29
Приближение
Вигнера ... 372, 382, 383, 387
возрастное ... 393
Грюлинга–Гертцеля ... 374, 376, 383
диффузионное
двухгрупповое ... 402
одногрупповое ... 354
Принцип
взаимности ... 190
адаптивности ... 451
изопараметров ... 58
подобия ... 421, 508
физической эквивалентности 503, 507
Проводимость
истинная ... 75
кажущаяся ... 79, 95, 104
удельная ... 71, 72, 104, 108
комплексная ... 51
удельная истинная ... 75
электрическая ... 66, 117
Проницаемость
диэлектрическая 35, 42, 120, 136, 138, 139
магнитная ... 35, 120
магнитная вакуума ... 42
Пространство
фазовое ... 340
Радиоактивность
естественная ..310, 496, 499, 501, 511
Радиоактивность пород
удельная ... 514
Радиус замедления ... 367
Распределение
Максвелла–Больцмана ... 394
Рассеяние
комптоновское 306, 307, 309, 330, 542
неупругое 326, 327, 382, 389, 391, 445, 455, 475, 491
молекулярное ... 394
резонансное ... 368, 392
упругое ... 326, 330, 387
Релаксация
внутримолекулярная ... 165
поперечная ... 160, 166, 170
ядерная магнитная ... 155
Релаксивность ... 166
Свойства породы
поглощающие ... *398*
Сечение
взаимодействия ... 370, 394
макроскопическое. 304, 453, 489, 490
взаимодействия ... 306
комптоновского рассеяния ... 526
поглощения ... 489
микроскопическое ... 304, 507
фотоэффекта ... 305
поглощения ... 330, 368, 375, 417, 499
нейтронов ... 369
макроскопическое ... 309
фотоэлектрического. 306, 309, 516
фотопоглощения ... 307
рассеяния ... 368, 371, 396, 445.
нейтронов ... 369, 373, 389
Система
вращающаяся координат ... 156
прибор–скважина–пласт 405, 418, 502, 539, 540, 543

скважина–пласт 90, 364, 388, 402, 406, 408, 410, 418, 422, 428, 526
скважина–зона проникновения–пласт среда 90, 95
уравнений Максвелла 34
Скин-слой 86
Скин-эффект 57, 80, 81, 82, 85, 86, 87, 96
Скорость релаксации 178
Сопротивление
кажущееся 185
удельное 75, 78, 87, 110, 133
кажущееся 107
электрическое 47, 62, 138
электрическое 62
Спектр
гамма-излучения 332, 477
захватного 332, 406
рассеянного 516
захвата 491
магнитно-резонансный
протонный 152
максвелловский 325
нейтронов 326, 368, 371, 374, 377, 390, 394, 395
рассеивания
неупругого 491
упругого 491
энергетический 302, 312, 332, 335, 490, 513
ядерный магнитно-резонансный 151
Спектрального подбия
правило 393
Теорема
Гаусса 34
Стокса 30
Теория
Долля 67, 78, 79, 84
индукционного каротажа 67
переноса нейтронов 340
Ток
проводимости 28
смещения 28
Уравнение
Бернулли 373
Блоха 155
Больцмана 340, 347
возраста 352, 400
Гельмгольца 48
волновое 42
движения магнитного момента ...154
диффузии 340, 363, 364, 399, 402, 413
Кирхгофа 196
Кожевникова–Хавкина 369
Лапласа 196, 198, 205, 224, 242
Максвелла
первое 29, 30, 31, 37, 40
второе 32, *38*
третье 34
четвёртое 34
переноса 340
излучения 340, 341, 343, 344
нейтронов 347
тепловых нейтронов 396
радиального насыщения 525
Рикатти 121
теплопроводности 340, 352
Фактор
геометрический 70, 71, 72, 432, 493, 514, 525, 526, 527, 528, 529
накопления
замедленных нейтронов 353
дифференциальный 74
зонда 73, 93
интегральный 543
радиальный . 75, 516, 525, 526, 531
пласта 106, 116, 517
скважины 73, 90, 93
Фактор геометрический
зон 431
скважины 427
цилиндрической зоны 424
полупространства 530
пласта 426, 518, 543
Фермиевский возраст 358
Фотоэффект 304, 305, 306, 307, 308
Функция
Грина 400, 402
Макдональда 73
Плачека 348, 370, 371, 372
Фурье метод 212, 224
Характер насыщения 144, 435, 497
Цеолит 453
Чувствительность
радиальная 544, 546, 547, 548

Эквивалент
калиевый ... 314
миллиграмм ... 311
радиевый гамма ... 311
ториевый ... 314
урановый 312, 313, 314, 315, 316, 515, 517, 518, 519
суммарного содержания ЕРЭ ... 517
Эквипотенциальная поверхность .. 199, 200, 208, 217, 218
Электрическое сопротивление ... 261
кажущееся ... 185, 187
удельное 185, 186, 187, 196, 205, 207, 232, 242, 256, 257, 261
Электропроводность
кажущаяся ... 71, 73, 90, 99
удельная ... 71, 77, 81
среды ... 136
Элементарный единичный пласт ... 77
Элементы
породообразующие ... 325
радиоактивные ... 311
Энергия
логарифмическая ... *345*
Эффект
активационный ... 335
Допплера ... 162
инверсионный ... 355
комптоновский ... 304, 305, 513
литологической инверсии ... 506
скин ... *См.* Скин-эффект
спектральный ... 361
фокусировки ... 384, 392
экскавационный ... 508
Эффективность спектральная ... 313
Ядерно-магнитный резонанс ... 149
импульсный ... 149

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Антонов Юрий Николаевич
Кожевников Дмитрий Александрович
Козяр Валерий Федорович
Неретин Владислав Дмитриевич

Теория методов ГИС. Геофизические методы исследований скважин

Редактор *Т.К. Рубинская*
Художник-график *М.С. Голубева*
Технический редактор *Г.В. Лехова*
Корректор *Е.М. Федорова*
Компьютерная верстка *Ю.А. Титова*

Подписано в печать 02.11.15. Формат 70×100 $^{1}/_{16}$. Гарнитура «Петербург». Печать офсетная. Усл. печ. л. 49,8. Тираж 500 экз. Заказ 9147.

ISBN 978-5-91961-176-9

